УДК 389.14

АНАЛІЗ ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ

© Маєвський С.М.,2005
Національний технічний університет "Київський політехнічний інститут"

Розглянуті питання визначення очікуваної вірогідності контролю при апріорно відомому законі розподілу густини імовірності контрольованого параметру, границь нормованих значень цього параметру та визначених, шляхом аналізу, похибок вимірювання. В противагу класичній імовірності контролю в роботі запропоноване поняття реальної вірогідності контролю, що є фактичною оцінкою якості контролю. Реальна вірогідність контролю залежить як від імовірності помилки контролю, так і від імовірності параметрів контролю, що відповідають наперед заданій нормі

Вимірювання і контроль – дві нерозривні категорії, що постійно супроводжують діяльність людини. Сьогодні важко уявити керований людиною процес, що може існувати без виконання операцій вимірювання та контролю фізичних параметрів. Ми постійно контролюємо температуру, напругу в мережі, якість повітря і багато інших параметрів. Особлива увага приділяється неруйнівному контролю якості матеріалів, окремих деталей, конструкцій, процесів роботи механізмів та систем в машинобудуванні, транспорті, енергетиці, хімічній промисловості, практично в любій галузі діяльності людини.

Метою даної роботи є розробка процедури аналітичного визначення оцінки якості контролю як інформативного процесу. Якщо оцінкою вимірювання фізичних величин є точність, що визначається похибкою вимірювання, то аналогічною оцінкою контролю є вірогідність R (reliability) [1], що визначається так:

$$R = 1 - P_{пом}, \quad (1)$$

де $P_{пом}$ – оцінка помилки контролю, що є сумісною імовірністю залежних імовірних оцінок: помилки першого роду (помилки виробника) P_1 та помилки другого роду (помилки споживача) P_2:

$$P_{пом} = P_1 + P_2. \quad (2)$$

Присутність помилок контролю пояснюється рядом факторів, до котрих належать методичні та апаратні похибки вимірювання контрольованої величини, особливості об'єкту контролю та людський фактор у випадку, коли контроль виконується неавтоматичним дефектоскопом і рішення приймається дефектоскопістом [2]. Тому імовірність розділення контрольованого параметру на такий, що належить попередньо визначеній нормі, або навпаки – браку, пояснюється не ідеальною ступінчатою функцією (рис. 1), а S – подібною функцією [3]. Області норми і браку спотворені появою областей, що відповідають помилці першого роду (область P_1), та помилці другого роду (область P_2).

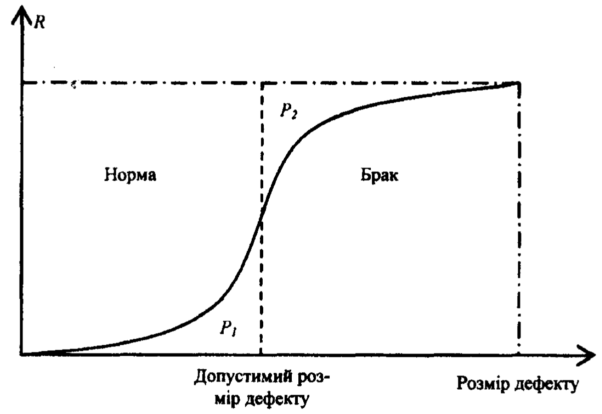

Рис.1. Схематичне пояснення процесу контролю та імовірності виникнення помилок першого (P_1) *та другого* (P_2) *родів*

Приведена на рис.1 схема контролю є лише ілюстрацією процесу контролю та виникнення помилок і не дозволяє виконати розрахунки оцінок похибок тому, що не враховує фактичного імовірного розподілу як контрольованого параметру, так і особливостей впливу на результат контролю існуючих похибок вимірювання параметрів.

Найчастіше законом розподілу параметрів контролю може бути нормальний закон розподілу густини імовірності значень контрольованого параметру [4]:

$$P(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}},\ (-\infty<x<\infty).\ (3)$$

Якщо межі існування параметру контролю обмежити значеннями $\pm X_{\max}$ так, щоб $\int_{-X_{\max}}^{X_{\max}} P(x)dx=0{,}997$;

то середнє квадратичне відхилення буде таким:

$$\sigma = X_{\max}/3. \quad (4)$$

Інший закон розподілу, що особливо часто використовується у неруйнівному контролі, є закон розподілу модуля нормальної величини. Густина імовірності останнього представляється виразом [2]:

$$P(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left[e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}}+e^{\frac{-(m-x)^2}{2\sigma^2}}\right]. \quad (5)$$

Як правило цей закон розподілу частіше зустрічається при $m = 0$. Середнє квадратичне значення відхилень параметрів, що розподілені за цим законом, відповідає (4).

Поряд з нормальним розподілом імовірності контрольованих фізичних параметрів використовується прямокутний (рівномірний) закони розподілу. Рівномірний закон розподілу фізичних параметрів досить рідко зустрічається у природі. Проте цей закон ми можемо використовувати, коли неможливо однозначно визначити закон розподілу, до того ж при цьому законі розподілу параметрів розрахункові оцінки імовірності помилок контролю гарантовано не будуть нижчими за фактичні оцінки. Значення середнього квадратичного відхилення імовірної величини для цього закону розподілу становить:

$$\sigma=\sqrt{\int_{-\Delta}^{\Delta}x^2P(x)dx}=\frac{\Delta}{\sqrt{3}}. \quad (6)$$

Нарешті для певних параметрів контролю може використовуватися скорочений нормальний закон розподілу імовірності, для якого границі розподілу параметру менші, ніж для нормального закону і становлять $X_{мін}=a, X_{макс}=в$:

$$P(x)=\frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (7)$$

де $c=1/\left(\Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right)\right)$, $\Phi(z)$ – інтеграл імовірності виду $\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{\frac{-x^2}{2}}dx$; $\Phi(-z)=1-\Phi(z)$.

Інші закони [4] для визначення розподілу густини імовірності фізичних параметрів при їх вимірюванні і контролі зустрічаються рідко.

Як буде показано нижче для розрахунку очікуваної вірогідності контролю необхідно попередньо визначити сумарну похибку вимірювання контрольованого параметру.

При цьому важливо значення сумарної похибки представляти у вигляді сумарних складових: систематичної і граничного значення імовірної похибки. Сумарне значення Δ систематичних складових похибок Δ_i знаходимо шляхом сумування:

$$\Delta=\sum_{i=1}^{N}\Delta_i \quad (8)$$

Імовірні складові похибок представлені своїми граничними значеннями та законами розподілу густини їхньої імовірності. В залежності від закону розподілу густини імовірності кожної складової похибки вимірювання визначаються середні квадратичні відхилення значень похибок, користуючись вищеприведеними формулами. Сумарне середнє квадратичне відхилення імовірної похибки знаходимо шляхом геометричного складання значень середніх квадратичних відхилень складових похибок.

Розглядаючи ряд середніх квадратичних відхилень складових похибок як ряд імовірних чисел з нормальним законом розподілу, граничне значення сумарної імовірної похибки вимірювання визначаємо так:

$$\pm\delta_{гран.}=\pm3\sigma_{сум.}=\pm3\sqrt{\sum_{j=1}^{K}\sigma_j^{\,2}}. \quad (9)$$

Для оцінки вірогідності контролю при відомих значеннях похибок вимірювання необхідно знати закон розподілу контрольованого параметру та границі норми на цей параметр. Якщо закон розподілу густини імовірності контрольованого параметру симетричний, границі норми задаються двома значеннями цього параметру – нижньою границею норми $X_н$ і верхньою границею $X_в$. Для несиметричного закону як правило достатньо однієї (верхньої) границі норми (нижня границя дорівнює нулю).

Розглянемо визначення імовірностей помилок контролю для більш простого випадку, коли сумарна розрахункова похибка вимірювання є систематичною і не перевищує деякого значення $(-\Delta)$. Покажемо цей приклад розрахунків для несиметричного закону розподілу модуля нормальної імовірної величини контрольованого параметра x. На рис.2 $X_в$ є границею норми на параметр x, що відповідає $0<x<X_в$.

Якщо $(-\Delta) \ll X_в$, то при контролі фізичної величини за значеннями її параметру x має місце розділення цих значень на дві протилежні категорії - норма і брак. При такому розділі існує можливість помилки, коли за рахунок похибки вимірювання частина параметрів, що фактично не відповідають нормі будуть віднесені до неї. Існує так звана імовірна зона ризику для значень контрольованого параметру, що відповідають $X_в < x < X_в + |-\Delta|$. Всі значення параметру x, що відносяться до згаданої зони, не належать нормі, але за результатами їх вимірювань будуть віднесені до норми. Імовірність виникнення такої ситуації і є помилкою контролю, при цьому для даного знаку похибки ця помилка є помилкою другого роду. Імовірність цієї похибки становить:

$$P_{пом} = \int_{X_в}^{X_н + |-\Delta|} P(x)dx, \qquad (10)$$

де $P\,(x)$ - густина розподілу імовірності модуля нормальної величини.

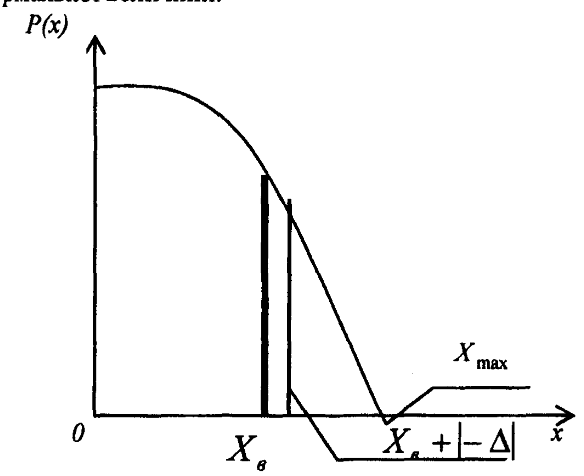

Рис.2. Виникнення помилки контролю при існуванні систематичної від'ємної похибки вимірювання - Δ

Вірогідність контролю для даної ситуації буде такою:

$$R = 1 - P_{пом.2} = 1 - \int_{X_н}^{X_н + |-\Delta|} P\;(x)dx \cdot \qquad (11)$$

Розглянемо визначення вірогідності контролю для випадку, коли похибка вимірювання імовірна, а її густина імовірності відповідає модулю нормальної імовірної величини. Граничне значення похибки вимірювання параметру $|\pm\delta_{гран.}| << X_в$, де $X_в$ - границя норми на контрольований параметр.

Як показано на рис. 3, помилка контролю має місце для контрольованих параметрів, що відповідають значенням зони ризику $X_в - \Delta_{гран.} \le x \le X_в + \Delta_{гран.}$. Для параметрів $x_в - \Delta_{гран.} \le x \le x_в$, котрі належать нормі, існує можливість помилкового віднесення їх до браку (помилка першого роду) за рахунок можливого позитивного знаку відхилення значення похибки вимірювання. Імовірність того чи іншого знаку імовірної похибки вимірювання становить 0,5. Аналогічно для імовірних значень параметрів контролю, що належать $X_в \le x \le X_в + \Delta_{гран.}$, з імовірністю 0,5 існує можливість віднесення їх до норми (похибка другого роду).

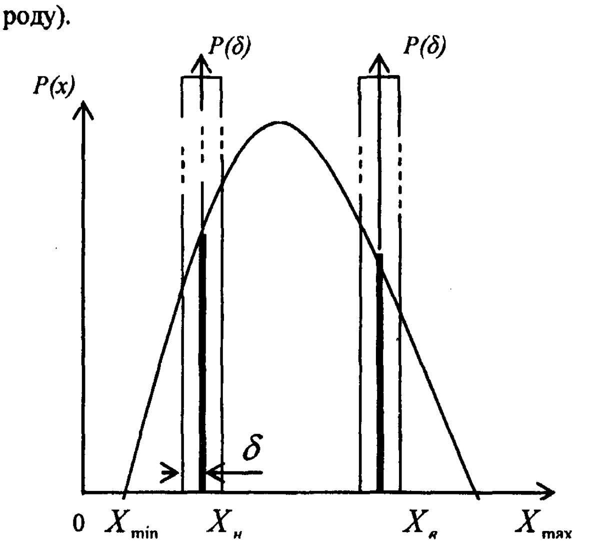

Рис.3. Визначення помилок контролю за рахунок існування імовірної похибки вимірювання $\pm\delta$

Виходячи із сказаного вище, імовірності помилок першого та другого роду викликані розподіленою за нормальним законом похибки вимірювання з граничним значенням $\pm\delta_{гран.}$ відповідають сумісним імовірностям знака похибки та знаходження контрольованого параметру в тій чи іншій половині зони ризику. Аналогічна ситуація матиме місце і при рівномірному симетричному законі розподілу похибки вимірювання значень контрольованого параметру. Враховуючи незалежність знака імовірної похибки вимірювання і знаходження контрольованого параметру в тій чи іншій половині зони ризику, сумісна імовірність знаходиться шляхом перемноження імовірностей [2].

Таким чином помилка першого роду для даного закону розподілу параметру контролю становить:

$$P_{пом1} = 0{,}5P(X_в - \delta_{гран} \le x \le X_в) = 0{,}5 \int_{X_в - \delta_{гран}}^{X_в} P\;(x)dx \cdot \qquad (12)$$

Подібно до цього помилка другого роду матиме вигляд:

$$P_{пом2} = 0{,}5P(X_в \le x \le X_в + \delta_{гран}) = 0{,}5 \int_{X_в}^{X_в + \delta_{гран}} P(x)dx. \qquad (13)$$

Помилка контролю є сумісною імовірністю оцінок помилок першого та другого роду. Враховуючи залежність цих імовірних оцінок (помилки першого та другого роду не можуть існувати одночасно для одного і того ж значення параметра контролю), їх сумісна імовірність відповідає сумі імовірностей помилок:

$$P_{пом} = P_{пом1} + P_{пом2} = 0{,}5\left[\int_{X_в-\delta_{гран}}^{X_в} P(x)dx + \int_{X_в}^{X_в+\delta_{гран}} P(x)dx\right] = 0{,}5\int_{X_в-\delta_{гран}}^{X_в+\delta_{гран}} P(x)dx \qquad (14)$$

Розглянемо найбільш загальну ситуацію, коли до складу сумарної похибки вимірювання параметра контролю входить і систематична, і імовірна складові. Розглянемо визначення помилок контролю для нормального закону розподілу фізичного параметра.

При вирішенні цієї задачі головним є розуміння того, що систематична складова похибки вимірювання параметру контролю своєю дією фактично зсуває положення границі норми на величину похибки в сторону, протилежну знаку похибки. При цьому визначення помилки контролю за рахунок імовірної складової сумарної похибки повинно відбуватися відносно нових границь норми.

Відповідно до вищерозглянутого прикладу, де розглянуто визначення помилки контролю за рахунок систематичної складової похибки, фактичні границі норми для визначення помилки контролю, що викликана дією імовірної складової похибки, становлять: $X_н + |-\Delta|$, $X_в + |-\Delta|$. Тоді границі зони ризику за рахунок імовірної похибки будуть становити: $(X_н + |-\Delta| - \delta_{гран} \le x \le X_н + |-\Delta| + \delta_{гран})$, $(X_в + |-\Delta| - \Delta_{гран} \le x \le X_в + |-\Delta| + \Delta_{гран})$. Ці границі повинні враховуватися при інтегруванні функції $P(x)$ з метою знаходження помилок контролю, що викликані дією складових сумарної похибки.

З урахуванням приведеного роз'яснення сумарна помилка контролю фізичного параметра, що має нормальний розподіл і границю норми на цей параметр $X_н$ - $X_в$, представляється таким виразом:

$$P_{пом.} = \int_{X_н}^{X_н+|-\Delta|} P(x)dx + 0{,}5\int_{X_н+|-\Delta|-\delta_{гран.}}^{X_н+|-\Delta|+\delta_{гран.}} P(x)dx + \int_{x_в}^{x_в+|-\Delta|} P(x)dx + 0{,}5\int_{X_в+|-\Delta|-\delta_{гран.}}^{X_в+|-\Delta|+\delta_{гран.}} P(x)dx. \qquad (15)$$

Підставивши значення оцінки помилки у рівняння (1) знайдемо оцінку вірогідності контролю.

Недоліком вірогідності є її залежність лише від імовірності помилок контролю. Вірогідність контролю (1) добре виконує свою функцію оцінки якості процесу розділу параметрів на придатні (відповідні заданій нормі) та непридатні (браковані) у випадку, коли сумарна похибка вимірювання параметру значно менша за ширину зони норми параметру контролю. В противному разі, коли імовірність помилки контролю близька до імовірності існування нормованих значень параметрів, процес контролю стає несприйнятливий навіть при високому значенні вірогідності. Всі придатні (нормовані) параметри замінюються бракованими.

У зв'язку з вищезазначеним пропонується інший критерій для визначення якості контролю – будемо іменувати цей новий критерій реальною вірогідністю контролю R_0^+, яку доцільно визначати так:

$$R_0^+ = 1 - P_{пом.} / P_{норм.}, \qquad (18)$$

де $P_{норм}$ – імовірність існування придатних (нормованих) параметрів контролю.

Для нормального закону розподілу густини імовірності параметрів контролю з обмеженням границь норми значеннями $X_н, X_в$ імовірність цих нормованих параметрів буде такою:

$$P_{норм.} = \int_{X_н}^{X_в} P(x)dx.$$

Запропонований метод оцінки якості контролю шляхом визначення реальної вірогідності контролю однозначно зв'язує всі величини, що пов'язані з контролем. При відомому законі розподілу густини імовірності параметра контролю та заданих границях норми на цей параметр наперед задане значення реальної вірогідності контролю дає можливість обґрунтовано визначити допустимий рівень похибки вимірювання параметру контролю.

Визначення законів розподілу імовірностей того чи іншого параметру контролю потребує статистичних досліджень. Проте на практиці, знаючи з досвіду максимальні відхилення параметрів, особливості цих параметрів та знак чи знаки відхилень, видом закону розподілу задаються.

Методика визначення реальної вірогідності контролю, яка на нашу думку є універсальною оцінкою якості контролю, здатна знайти застосування при проектуванні систем контролю в тому числі – систем неруйнівного контролю.

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники «Вища школа» К. 1983 455с. 2. Дунаев Б.Б. Точность измерений при контроле качества. Киев "Техника" 1981 152 с.; 3. Papadakis E.P., Inspection Decisions Based on Costs Averted, // Journal "Materials Evaluation" Vol. 50, No 6, 1992 , pp 774-776. 4. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника "Сов.радио" М.1965 597с.