

Рис. 8. Діаграма направленості світлодіодного випромінювача

Для забезпечення надійного прийому світлового потоку на максимальній вимірюваній відстані (5м) струм освітленості фотодіода повинен бути не меншим, ніж 0,3мкА, що відповідає освітленості $E = 0,01$ мВт/см² (рис. 3). Для забезпечення такого рівня освітленості сумарна інтенсивність випромінювача повинна складати [3]:

$$I_{\Sigma} = 2 \cdot \frac{\alpha \cdot E}{360} \cdot r^2, \quad (1)$$

де $\alpha = 15^\circ$ – кут освітлення при половинній потужності випромінювання (рис.8); E -освітленість, Вт/м²; $r = 6$ м – максимальна відстань між опромінювачем та фотоприймачем. Підставивши дані в (1), одержимо, що $I_{\Sigma} \approx 300$ мВт/ср.

З рис. 7 видно, що один світлодіодний випромінювач при протіканні струму 100 мА забезпечує інтенсивність випромінювання

$I_0 = 44$ мВт/ср в постійному режимі роботи. Для імпульсного режиму роботи з коефіцієнтом заповнення імпульсу 50% це значення можна подвоїти, однак для забезпечення надійніших характеристик випромінювання світлодіода слід обмежити на рівні 70% максимальної інтенсивності, що складає $I_0 = 2 \cdot 44 \cdot 0,7 = 61,6 \approx 62$ мВт/ср. Тоді кількість світлодіодів, достатніх для забезпечення необхідного значення інтенсивності, буде такою:

$$n \geq \frac{I_{\Sigma}}{I_0} = \frac{300}{62} = 4,8 \approx 5.$$

Перевагою запропонованого способу вимірювання переміщення полірованого штоку ШГНУ у порівнянні із відомими є простота алгоритмічної реалізації приладу, незначна кількість природних завад, оскільки ШГНУ не містить джерел паразитних оптичних коливань, та принципова незалежність точності методу від швидкості роботи ШГНУ. До недоліків слід віднести відносну технологічну складність побудови вимірювальних фотометричних підсилювачів з високими робочими частотами.

1. S186p – silicon PIN photodiode / www.vishay.com/docs/81503/81503.pdf, 2005.
2. Infrared light emitting diode, top view type SIR-563ST3F/ www.gaw.ru/pdf/Rohm/led/sir-563st3f.pdf, 2005.
3. Левишина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин.: (Измерительные преобразователи). Учеб. пособие для вузов. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 320с.

УДК 622.692.4

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ В ЗАДАЧАХ ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

© Мартинюк Х.В., 2005

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Розглянуто методику моделювання трубопроводу балкою, що навантажена зосередженою силою, розраховано тензор напружень за відомими переміщеннями балки, проведено статистичну обробку результатів і показано, що результати моделювання забезпечують необхідний для практичного використання рівень точності. Приведено висновки і можливості подальшої роботи в даному напрямку

Однією з основних задач оцінки технічного стану магістральних трубопроводів є оцінка їх напружено-деформованого стану. При цьому використовуються різні експериментальні та теоретичні дані про досліджуваній об'єкт [1, 2], які

обумовлюються у відповідності до запропонованих моделей процесу деформування та напруженого стану трубопроводів. Важливим питанням, що виникає в процесі розв'язання поставленої задачі, є перевірка адекватності методик та моделей оцінки

напружено-деформованого стану трубопроводів реальній фізичній картині процесу. Для оцінки напружено-деформованого стану застосовується метод визначення тензорів напружень та деформацій за відомими значеннями переміщень точок поверхні трубопроводу [3]. Він дозволяє оцінити напружено-деформований стан важкодоступних ділянок магістральних трубопроводів. Цей метод базується на параметричному поданні ділянки трубопроводу [3]:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \vec{r}_e - R\vec{n}_e + \rho(s, \varphi, r, t)[\cos(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{b}_e + \sin(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{n}_e] + \psi(s, \varphi, r, t) \cdot \vec{r}_e, \quad (1)$$

де S, φ, r , – локальна система координат магістрального трубопроводу, $0 \leq s \leq L, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, R_1 \leq r \leq R_2$; t – момент часу, в який проводиться визначення напружено-деформованого стану; L – довжина ділянки; R_1, R_2 – зовнішній та внутрішній радіуси трубопроводу відповідно; \vec{r}_e – радіус-вектор верхньої твірної трубопроводу; $\vec{n}_e; \vec{b}_e; \vec{r}_e$ – нормаль, бінормаль і дотична до твірної трубопроводу відповідно; $\rho(s, \varphi, r, t), \varpi(s, \varphi, r, t), \psi(s, \varphi, r, t)$ – функції, що характеризують радіальні, кутові та поздовжні переміщення точок ділянки.

Для отримання даних про переміщення точок поверхні трубопроводу використовуються різні способи, але найпростішим і найдешевшим з них є геодезичні вимірювання. Проте для того, щоб застосовувати результати вимірювань переміщень, потрібно дослідити вплив похибки вимірювання переміщень вузлових точок поверхні трубопроводу на точність оцінки напружено-деформованого стану.

Для моделювання трубопроводу запропоновано використати модель навантаженої балки на двох опорах, теоретичний результат впливу навантаження на яку відомий. Балка навантажена зосередженою силою P , один кінець балки знаходиться на шарнірно рухомій опорі, а інший – на шарнірно нерухомій [4]. Рівняння деформованої осі балки можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} EIu(x) = \frac{R_1}{6}(x-L)^3 - \frac{P}{6}(x-a)^3 + C_1x + C_2, & x < a; \\ EIu(x) = \frac{R_1}{6}(x-L)^3 + C_3x + C_4; & x > a, \end{cases} \quad (2)$$

де E – модуль Юнга матеріалу, з якого виготовлено трубопровід; I – момент інерції січення; L – довжина балки; a – точка прикладання зосередженої сили P ; R_1 – реакція в шарнірно рухомій опорі при $x = L$; x – координата вдовж балки.

Для визначення констант C_i ($i=1,2,3,4$) використовується умова неперервності лінії осі та її

першої похідної вздовж балки. Отримується система рівнянь:

$$\begin{cases} C_1 = C_3; \\ C_2 = C_4; \\ C_1 = -\frac{C_4}{L}; \\ C_2 = \frac{Pa}{6}(L^2 - a^2). \end{cases} \quad (3)$$

Таким чином отримуються координати вузлових точок:

$$y_i = u(x_i); \quad i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

де N – кількість вузлових точок.

Для визначення тензора напружень [5] знаходяться компоненти векторів:

$$\vec{\varepsilon}_i^0 = \frac{\partial \vec{r}_0}{\partial x_i}; \quad \vec{\varepsilon}_i^y = \frac{\partial \vec{r}_y}{\partial x_i}; \quad \vec{\varepsilon}_i^z = \frac{\partial \vec{r}_z}{\partial x_i}, \quad (5)$$

де $x_1 = s, x_2 = \varphi$ і $x_3 = r$.

За ними знаходяться компоненти метричних тензорів:

$$g_{ij}^0 = \vec{\varepsilon}_i^0 \cdot \vec{\varepsilon}_j^0; \quad g_{ij}^y = \vec{\varepsilon}_i^y \cdot \vec{\varepsilon}_j^y; \quad g_{ij}^z = \vec{\varepsilon}_i^z \cdot \vec{\varepsilon}_j^z. \quad (6)$$

За відомими компонентами метричних тензорів (6) знаходяться компоненти тензорів деформацій:

$$\varepsilon_y^y = \frac{1}{2}(g_y^y - g_y^0); \quad \varepsilon_y^z = \frac{1}{2}(g_y^z - g_y^0). \quad (7)$$

Потім знаходяться коваріантні та контраваріантні компоненти тензора напружень з використанням закону Гука для пружньо-деформованого тіла, який для ізотропного тіла записується у формі:

для коваріантних компонент:

$$\sigma_y^y = \lambda I_1(\varepsilon_y)g_y^0 + 2\mu\varepsilon_y^y; \quad (7)$$

$$\sigma_y^z = \lambda I_1(\varepsilon_z)g_y^0 + 2\mu\varepsilon_y^z; \quad (8)$$

для контраваріантних компонент:

$$\sigma_y^{ij} = \lambda I_1(\varepsilon_y)g_{ij}^0 + 2\mu \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 g_{i\alpha}^0 g_{j\beta}^0 \varepsilon_{\alpha\beta}^y; \quad (9)$$

$$\sigma_y^{ij} = \lambda I_1(\varepsilon_z)g_{ij}^0 + 2\mu \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 g_{i\alpha}^0 g_{j\beta}^0 \varepsilon_{\alpha\beta}^z. \quad (10)$$

В формулах (9) і (10) використовується величина першого інваріанта тензора деформацій, яка визначається за формулою:

$$I_1(\varepsilon) = \sum_{i,j=1}^3 \varepsilon_{ij} g_{ij}^0, \quad (11)$$

де g_{ij}^0 – компоненти, які входять в (9), (10) і є компонентами матриці, оберненої до матриці g_{ij} , яка обчислюється за (6); λ та μ – параметри Ламе, які обчислюються за формулами:

$$\mu = \frac{E}{2(\sigma + 1)}; \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \quad (13)$$

де σ – коефіцієнт Пуассона для трубопровідної сталі.

Для перевірки адекватності наведеної моделі оцінки напружено-деформованого стану використовуємо методику імітаційного моделювання, що базується на використанні генератора випадкових чисел [6]. Щоб змодельовати похибку експериментальних вимірювань координат вузлових точок використовується вираз:

$$\tilde{y}_i = y_i - \varepsilon(1-t) + \varepsilon t, \quad (14)$$

де y_i – теоретичні координати вузлових точок, обчислені за формулою (4); ε – точність вимірювання координат; $t \in [0;1]$ – випадкові числа, рівномірно розподілені на відрізку $[0;1]$.

Для зменшення впливу похибки вимірювань на точність обчислення тензорів напружень використовується згладжуючий апроксимаційний кубічний сплайн, який на відрізку інтерполяції $[0;L]$ мінімізує на класі двічі неперервно-диференційованих функцій, інтегрованих з квадратом, наступний функціонал [7]:

$$\Phi(u) = \int_0^L [u''(x)]^2 dx + \sum_{k=1}^N p_k [u(x_k) - \tilde{y}_k]^2. \quad (15)$$

Причому, чим більшим є значення коефіцієнту p_k , тим ближчим буде згладжена координата точки до координати, в яку внесена похибка, тобто, тим меншою повинна бути похибка. Тому для вибору цих коефіцієнтів згладжування застосовується ітеративна процедура [8]:

$$p_k^{(j+1)} = p_k^{(j)} \cdot \frac{|u^{(j)}(x_k) - \tilde{y}_k|}{\varepsilon}. \quad (16)$$

За початкові коефіцієнти згладжування приймаються малі значення коефіцієнтів, які в подальшому збільшуються при необхідності до досягнення допустимого рівня відхилення.

Для згладжених координат вузлових точок визначають тензор напружень σ_{ij} за формулами (5)-(13) і порівнюють з тензором напружень σ_{ij} , отриманим для теоретичних координат точок.

Проведені дослідження для різних величин діючої сили P для одного випадку генерації послідовності випадкових чисел (14) продемонстрували добре узгодження результатів імітаційного моделювання з теоретичними результатами.

Щоб довести, що результат не залежить від послідовності випадкових величин, які вносяться як похибки вимірювань координат точок, обчислення тензорів напружень проводять n разів, починаючи з

введення різних випадкових чисел замість значень похибок вимірювань [9]. Опрацювавши одержані дані статистичними методами, видно, що математичне сподівання обчислених напружень наближається до теоретичних з допустимим для практичних потреб рівнем точності.

Використовуючи наведений вище алгоритм, було розраховано напруження для балки довжиною $L = 60\text{ м}$ з модулем Юнга $E = 210000\text{ МПа}$ та моментом інерції $I = 2102847,6\text{ см}^2$, навантаженої зосередженою силою $P = 500000\text{ Н}$ на відстані $a = 40\text{ м}$. Допускалося, що вимірювання координат проводяться з точністю $\varepsilon = 0,02\text{ м}$.

За результатами цих розрахунків можна зробити наступні висновки:

1) застосувавши алгоритм оцінки напружено-деформованого стану трубопроводів до балки на двох опорах, яка навантажена зосередженою силою, можна одержати результат, що співпадає з теоретично обчисленими напруженнями з достатнім рівнем точності (рис. 1);

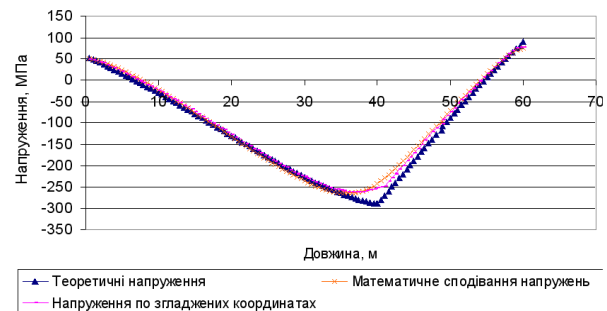


Рис. 1. Теоретично розраховані, згладжені та усереднені напруження

2) для зменшення впливу штучно внесеної похибки вимірювання координат ε рекомендується використовувати згладжуючий апроксимаційний кубічний сплайн, оскільки використання простого інтерполяційного кубічного сплайну призводить до фізично некоректних результатів;

3) точність одержаних результатів залежить від початково обраних коефіцієнтів згладжування, від величини похибки вимірювань, яку імітують, та від похибки округлень при обчисленні на ЕОМ;

4) статистична обробка даних показує, що результат не залежить від вибору випадкових величин, якими моделюється похибка вимірювань, оскільки математичне сподівання вибірки практично не відрізняється від окремо взятих обчислених напружень (рис. 1) і з необхідною точністю наближається до теоретичних розрахунків, що дозволяє використовувати вказану модель замість проведення експериментів на реальних трубопроводах;

5) середнє квадратичне відхилення теоретичних напружень від обчислених досягає свого максимального значення 15 МПа в точці прикладання зосередженої сили, але навіть в цій точці воно не виходить за межі допустимих на практиці значень (рис. 2);

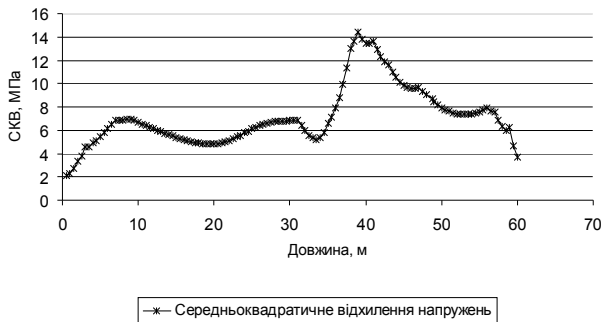


Рис. 2. Середньоквадратичне відхилення усереднених напружень від теоретичних

б) результати проведення серій чисельних експериментів з використанням залежності (14) дозволяють зробити висновок про те, що для перевірки адекватності методу оцінки напружено-деформованого стану за координатами певної множини точок поверхні достатньо використати методи імітаційного моделювання, не проводячи при цьому вартісного фізичного експерименту з обов'язковими експериментальними похибками;

7) розроблену методику можна застосовувати для оцінки не лише повздовжніх напружень, а всіх компонентів тензора напружень при відомих даних про переміщення точок поверхні трубопроводу.

Напрямок подальших досліджень може бути направлений на перевірку інших класичних моделей процесу деформування, а також узагальнення

одержаних результатів для випадків комплексних навантажень балки та розгляду більш складних моделей процесу деформування (деформації січень, моделювання поверхневих дефектів типу вм'ятин тощо).

1. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. *Справочник по сопротивлению материалов* – К.: Наукова думка, 1988 – 736с. 2. *Технические средства диагностирования: Справочник/ В.В. Клюев, П.П. Пархоменко, В.Е. Абрамчук и др.; Под общ. ред. В.В. Клюева.* – М.: Машиностроение, 1989. – 672с. 3. Ченурін В.О., Олійник А.П. *Некоректна задача відновлення напружено-деформованого стану криволінійних циліндричних тіл за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні.* – *Крайові задачі термомеханіки: Зб. наук. пр.* – К.: Ін-т математики НАН України, 1996, ч. II. – С. 160-165. 4. Седов Л.И. *Механика сплошных сред.* – М.: Наука, т.2, 1984.—560 с. 5. Олійник А.П. *Математичне моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу з урахуванням зміни форми перерізу.* – //Науковий вісник ІФНТУНГ, № 3(9), 2004. – С. 153-156. 6. *Исследование операций/ под ред. Моудера Дж., Элмараби С.–М.: Мир, 1981. – 712с.* 7. Вершинин В.В., Завьянов Ю.С., Павлов Н.Н. *Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания.* – Новосибирск, Наука, 1988. – 102 с. 8. Мартинюк Х.В., Олійник А.П. *Математичне моделювання напружено-деформованого стану ділянок трубопроводу з оптимізацією процедури згладжування початкових даних.* - //Методи та прилади контролю якості. - № 13, 2005. - С. 21- 25. 9. Марчук ГИ. *Методы вычислительной математики.* – М.: Наука, 1989. – 608 с.