

УДК 681.2:621.3.082.1

## МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПЛОТНОМЕРОВ С ИХ ИНВАРИАНТНОСТЬЮ К КОЛЕБАНИЯМ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ КОНТРОЛИРУЕМОЙ СРЕДЫ

Ю. К. Тараненко<sup>1)</sup>, А. Н. Петренко<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Днепропетровский университет экономики и права, ул. Набережная Ленина 18, г. Днепропетровск, 49000, email: [taranen@rambler.ru](mailto:taranen@rambler.ru).

<sup>2)</sup>Днепропетровский национальный университет, пр. Гагарина 72, г. Днепропетровск, 320050, email: [petrenko\\_alex@ukr.net](mailto:petrenko_alex@ukr.net)

*Приведений анализ проблем высокочастотных методов контролю густини рідин і газів, визначені умови інваріантності цих густинимірів до змін температури і тиску контрольованих середовищ. Отримані залежності для чутливості перетворювачів густини. Приведений приклад розрахунку параметрів пластинчатих резонаторів диференціального перетворювача густини.*

Высокочастотные вибрационные плотномеры жидкостей и газов с резонаторами из пластины используются как достаточно точные и мобильные средства аналитического контроля, поскольку при высокой чувствительности пластины к плотности среды и меньших потерях колебательной энергии по сравнению с низкочастотными плотномерами можно проектировать малогабаритные конструктивно обособленные погружаемые и проточные датчики [1].

Компенсация температурной зависимости частоты колебаний пластины, а также зависимости частоты от давления среды традиционно осуществляется с помощью дополнительных датчиков температуры и давления, размещаемых в контролируемой среде [2]. Такие датчики (термопары или термометры сопротивления, преобразователи давления) имеют инерционность от десятков секунд до нескольких минут [3]. Частота автоколебаний пластины после скачка давления или температуры устанавливается в течении 20 периодов [4], что при средней частоте колебаний в 1000 Гц занимает 20мс. Температурная погрешность высокочастотных вибрационных плотномеров жидкостей с датчиком температуры средней инерционности

*The analysis of problems of high-frequency methods of control of density of liquids and gases is resulted, the terms of invariance of these gustomerov are certain to the changes of temperature and pressure of the controlled environments. Dependences are got for the sensitiveness of transformers of density. The example of calculation of resonators parameters of differential transformer of density is resulted.*

в 80с составляет  $1,2\text{кг/м}^3$  на  $1^\circ\text{C}$ , что при изменении температуры со скоростью  $1^\circ\text{C}$  в минуту приведёт к дополнительной динамической погрешности  $1,6\text{кг/м}^3$ . В большинстве конструктивных схем высокочастотных плотномеров пластина контактирует с измеряемой средой одной поверхностью, находясь под действием избыточного давления среды. Дополнительные пьезокварцевые датчики давления безинерционны к давлению, но имеют температурный дрейф нуля и масштабного коэффициента [5], которые корректируются тем же датчиком температуры. Дополнительная погрешность таких плотномеров жидкостей составляет в среднем  $5,8\text{кг/м}^3$  на 1МПа. Возникает проблема обеспечения инвариантности высокочастотных вибрационных плотномеров к колебаниям температуры и давления контролируемой среды.

Решением проблемы является предложенный способ измерения плотности, который предусматривает дифференциальное включение двух механических резонаторов с разной чувствительностью к измеряемой плотности жидкости или газа и близкими чувствительностями к температуре и давлению [6].

Вибрационные плотномеры, построенные на основе дифференциального метода, не требуют дополнительных датчиков температуры и давления, практически инвариантны к изменениям указанных параметров. Однако методика расчёта конструктивных параметров высокочастотных вибрационных плотномеров на основе пластинных резонаторов до настоящего времени не была разработана.

Целью данной статьи является ознакомление специалистов в области неразрушающих методов контроля физико-химических параметров жидкостей и газов с разработанной авторами методикой расчёта, позволяющей проектировать высокочастотные вибрационные плотномеры инвариантные к резким колебаниям температуры и давления.

В работе [7] предложены такие соотношения для функции измерительного преобразования плотности жидкости или газа от разностной частоты пластинных резонаторов дифференциального датчика:

$$\left. \begin{aligned} f_d &= f_1 - f_2; \\ f_1 &= \frac{\lambda_1}{a_1^2} \sqrt{\frac{G_A}{m_{ПА} + m_{ПРА}}} \cdot \sqrt{1 + c_1 \cdot \frac{a_1^2}{G_A} \cdot N_1}; \\ f_2 &= \frac{\lambda_2}{a_2^2} \sqrt{\frac{G_B}{m_{ПВ} + m_{ПРВ}}} \cdot \sqrt{1 + c_2 \cdot \frac{a_2^2}{G_B} \cdot N_2}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $f_d$  - выходной частотный сигнал дифференциального датчика;  $f_1, f_2$  - частоты колебаний резонаторов в жидкости;  $G_A = E_A \cdot h_1^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$ ,  $G_B = E_B \cdot h_2^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$  - цилиндрические жёсткости резонаторов;  $\mu$  - коэффициент Пуассона;  $m_{ПА} = \rho_{ПА} \cdot h_1$ ,  $m_{ПВ} = \rho_{ПВ} \cdot h_2$  - массы единицы площади резонаторов;  $m_{ПРА} = \rho_P \cdot a_1 \cdot K_{РА}$ ,  $m_{ПРВ} = \rho_P \cdot a_2 \cdot K_{РВ}$  - массы "присоединенной" жидкости, приходящиеся на единицу площади резонаторов;  $\rho_{ПА}$ ,  $\rho_{ПВ}$  - плотности материала резонаторов;  $K_{РА}$ ,  $K_{РВ}$  - относительные толщины слоёв "присоединенной" жидкости;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  - параметры резонаторов, которые определяются формой колебаний и условием закрепления концов;  $N_1$ ,  $N_2$  - распределённые нагрузки приложенные по контуру резонаторов;  $a_1$ ,  $a_2$  - граничные размеры резонаторов;  $h_1$ ,

$h_2$  - толщины резонаторов;  $\rho_P$  - плотность контролируемой жидкости.

Из (1) следует, что чувствительность дифференциального датчика зависит от относительной толщины  $K_P$  слоя "присоединенной" жидкости. Экспериментальные и теоретические исследования по определению  $K_P$  в зависимости от свойств жидкости, формы пластины, размеров корпуса, в котором она установлена, частоты колебаний пластины [8] позволяют сделать следующие выводы для дифференциального датчика:

1) стенки корпуса, в котором размещены резонаторы, должны быть удалены от краёв пластин на расстояние большее двух граничных размеров пластин;

2) при размещении двух резонаторов в общем корпусе расстояние между внутренними краями резонаторов должно быть больше двух их граничных размеров;

3) величина  $K_P$  в рабочем диапазоне частот колебаний остается постоянной и находится в пределах  $0,2 \div 0,22$ .

Величина  $K_P$  для пластинного резонатора выбранной формы определяется экспериментально по следующей методике. Измеряя частоты резонаторов  $f_1(\rho_1)$ ,  $f_1(\rho_2)$ ,  $f_2(\rho_1)$ ,  $f_2(\rho_2)$  в жидкостях с известными плотностями  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  при нормальных условиях можно, используя систему (1), составить следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} f_1(\rho_1) &= f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_1 \cdot \rho_{ПА}}{h_1 \cdot \rho_{ПА} + a_1 \cdot K_{РА} \cdot \rho_1}}; \\ f_1(\rho_2) &= f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_1 \cdot \rho_{ПА}}{h_1 \cdot \rho_{ПА} + a_1 \cdot K_{РА} \cdot \rho_2}}; \\ f_2(\rho_1) &= f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_2 \cdot \rho_{ПВ}}{h_2 \cdot \rho_{ПВ} + a_2 \cdot K_{РВ} \cdot \rho_1}}; \\ f_2(\rho_2) &= f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_2 \cdot \rho_{ПВ}}{h_2 \cdot \rho_{ПВ} + a_2 \cdot K_{РВ} \cdot \rho_2}}, \end{aligned} \right\} (2)$$

где  $f_{01} = (0,492 \cdot h_1 / a_1^2) \cdot \sqrt{E_A / \rho_{ПА}}$ ,  $f_{02} = (0,492 \cdot h_2 / a_2^2) \cdot \sqrt{E_B / \rho_{ПВ}}$  - начальные частоты пластинных резонаторов.

Значение относительных толщин "присоединенной" жидкости  $K_{РА}$ ,  $K_{РВ}$  определяются из соотношений, полученных из системы (2) таким образом:

$$\left. \begin{aligned} K_{PA} &= \frac{h_1 \cdot \rho_{PA}}{a_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \cdot \left[ \left( \frac{f_{01}}{f_1(\rho_1)} \right)^2 - \left( \frac{f_{01}}{f_1(\rho_2)} \right)^2 \right]; \\ K_{PB} &= \frac{h_2 \cdot \rho_{PB}}{a_2 \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \cdot \left[ \left( \frac{f_{02}}{f_2(\rho_1)} \right)^2 - \left( \frac{f_{02}}{f_2(\rho_2)} \right)^2 \right]; \end{aligned} \right\} (3)$$

Влияние температуры на параметры резонаторов можно учесть с помощью следующих соотношений:  $a_1 = a_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$ ,  $a_2 = a_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $h_1 = h_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$ ,  $h_2 = h_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $E_A = E_A \cdot (1 - \beta_{EA} \cdot \Delta t)$ ,  $E_B = E_B \cdot (1 - \beta_{EB} \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_{PB} = \rho_{PB} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_P = \rho_P \cdot (1 - \beta_V \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_{PA} = \rho_{PA} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t)$ , где  $\alpha_1, \alpha_2$  – температурные коэффициенты линейного расширения материала резонаторов ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ );  $\beta_{EA}, \beta_{EB}$  – температурные коэффициенты модуля упругости материала резонаторов ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ );  $\beta_V$  – коэффициент объемного расширения измеряемой жидкости ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ).  $\Delta t = t - t_0$  — отклонение температуры от  $t_0 = 20^{\circ}\text{C}$  (для упрощения записи индексы  $t$  и  $t_0$  при указанных параметрах пропущены).

Перепишем систему (1) с учётом приведенных температурных зависимостей:

$$\left. \begin{aligned} f_d &= f_1(\rho_P) - f_2(\rho_P) - \\ &- [f_1(\rho_P) \cdot \Phi_A - f_2(\rho_P) \cdot \Phi_B] \cdot \Delta t; \\ f_1(\rho_P) &= \frac{0,492 \cdot h_1}{a_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A \cdot h_1}{h_1 \cdot \rho_{PA} + a_1 \cdot K_{PA} \cdot \rho_P}}; \\ f_2(\rho_P) &= \frac{0,492 \cdot h_2}{a_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B \cdot h_2}{h_2 \cdot \rho_{PB} + a_2 \cdot K_{PB} \cdot \rho_P}}; \end{aligned} \right\} (4)$$

где  $\Phi_A = \vartheta_1 \cdot (A + \gamma_1 \cdot \rho_P) / (A + \rho_P)$ ,  $\Phi_B = \vartheta_2 \cdot (B + \gamma_2 \cdot \rho_P) / (B + \rho_P)$  – температурные коэффициенты частот резонаторов;  $A = (h_1 \cdot \rho_{PA}) / (K_{PA} \cdot a_1)$ ,  $B = (h_2 \cdot \rho_{PB}) / (K_{PB} \cdot a_2)$  – постоянные резонаторов, которые определяются теоретически на стадии проектирования и уточняются экспериментально после изготовления резонаторов;  $\vartheta_1 = 0,5 \cdot (\beta_{EA} - \alpha_1)$ ,  $\vartheta_2 = 0,5 \cdot (\beta_{EB} - \alpha_2)$ ,  $\gamma_1 = (\beta_{EA} + 2 \cdot \alpha_1 - \beta_V) / (\beta_{EA} - \alpha_1)$ ,  $\gamma_2 = (\beta_{EB} + 2 \cdot \alpha_2 - \beta_V) / (\beta_{EB} - \alpha_2)$  – температурные постоянные резонаторов.

Приравняв к нулю множитель при  $\Delta t$  в первом уравнении системы (4), условия

компенсации температурной погрешности для заданной точки  $\rho_K$  диапазона измерения получаем в таком виде:

$$\frac{f_1(\rho_P)}{f_2(\rho_P)} = \frac{\Phi_B}{\Phi_A}. \quad (5)$$

После подстановки в (5) второго и третьего уравнения системы (4) и соотношений для температурных коэффициентов частот резонаторов  $\Phi_A, \Phi_B$  получим условие инвариантности к колебаниям температуры в виде:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^3 \cdot \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^5 \cdot \frac{E_A}{E_B} \cdot \frac{K_{PB}}{K_{PA}} \cdot \frac{\rho_{PB}}{\rho_{PA}} \cdot \left( \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \right)^2 &= \\ = \left[ \frac{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_A}{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_B} \right]^3 \cdot \left[ \frac{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \gamma_2 \cdot \rho_B}{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \gamma_1 \cdot \rho_A} \right]^2, \end{aligned} \right\} (6)$$

где  $\rho_A = \rho_K / \rho_{PA}$ ,  $\rho_B = \rho_K / \rho_{PB}$ .

Влияние давления измеряемой среды на пластинные резонаторы дифференциального датчика можно учесть, рассмотрев напряжения  $\sigma_{1cp}, \sigma_{2cp}$  на границе контура пластин [9] вида:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1cp} &= 0,476 \cdot E_A \cdot \left( \frac{Z_{1max}}{a_1} \right)^2; \\ Z_{1max} &= \frac{3 \cdot (1 - \mu^2)}{16} \cdot \frac{a_1^4}{E_A \cdot h_1^3} \cdot p; \\ \sigma_{2cp} &= 0,476 \cdot E_B \cdot \left( \frac{Z_{2max}}{a_2} \right)^2; \\ Z_{2max} &= \frac{3 \cdot (1 - \mu^2)}{16} \cdot \frac{a_2^4}{E_B \cdot h_2^3} \cdot p, \end{aligned} \right\} (7)$$

где:  $Z_{1max}, Z_{2max}$  – максимальные прогибы пластин резонаторов;  $p$  – давление контролируемой жидкости.

Используя (7) с учётом  $\mu = 0,3$ , получим соотношения для распределённых по контуру пластины усилий  $N_1 = \sigma_{1cp} \cdot h_1$ ,  $N_2 = \sigma_{2cp} \cdot h_2$  в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \cdot a_1}{E_A} \cdot \left( \frac{a_1}{h_1} \right)^5 \cdot p^2; \\ N_2 &= \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \cdot a_2}{E_B} \cdot \left( \frac{a_2}{h_2} \right)^5 \cdot p^2. \end{aligned} \right\} (8)$$

Подставив (8) в (1), упростив полученные соотношения и учитывая, что в диапазоне

изменения давления  $0 \div 10$  МПа величины  $c_1 \cdot (a_1^2 / G_A) \cdot N_1$  и  $c_2 \cdot (a_2^2 / G_B) \cdot N_2$  значительно меньше единицы, а пластины жестко закреплены по периметру  $c_1 = c_2 = 6,64 \cdot 10^{-2}$  и совершают автоколебания на первой основной частоте  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,626$ , получим:

$$\left. \begin{aligned} f_1^p &= f_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{10^2}{E_A^2} \cdot \left(\frac{a_1}{h_1}\right)^8} \cdot p^2 = f_1 \cdot \left[ 1 + \frac{5 \cdot 10^3}{E_A^2} \cdot \left(\frac{a_1}{h_1}\right)^8 \cdot p^2 \right]; \\ f_2^p &= f_2 \cdot \sqrt{1 + \frac{10^2}{E_B^2} \cdot \left(\frac{a_2}{h_2}\right)^8} \cdot p^2 = f_2 \cdot \left[ 1 + \frac{5 \cdot 10^3}{E_B^2} \cdot \left(\frac{a_2}{h_2}\right)^8 \cdot p^2 \right]; \\ f_d^p &= f_1 - f_2 + 5 \cdot 10^3 \cdot p^2 \cdot \left[ f_1 \cdot \left(\frac{a_1}{h_1}\right)^8 \cdot \frac{1}{E_A^2} - f_2 \cdot \left(\frac{a_2}{h_2}\right)^8 \cdot \frac{1}{E_B^2} \right] \end{aligned} \right\} (9)$$

Приравняв к нулю второй множитель при квадрате избыточного давления в третьем уравнении системы (9), получим условия инвариантности датчика к колебаниям давления контролируемой среды:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{11} \cdot \left(\frac{E_A}{E_B}\right)^3 \cdot \frac{\rho_{ПА} \cdot K_{PA}}{\rho_{ПВ} \cdot K_{PB}} = \\ = \frac{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_B}{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_A} \end{aligned} \right\} (10)$$

Для решения задачи одновременной компенсации температуры и давления рассмотрим систему, составленную из уравнений (6) и (10):

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^5 \cdot \frac{E_A}{E_B} \cdot \frac{\rho_{ПВ}}{\rho_{ПА}} \cdot \frac{K_{PB}}{K_{PA}} \cdot \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 = \\ = \left[ \frac{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_A}{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_B} \right]^3 \cdot \left[ \frac{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \gamma_2 \cdot \rho_B}{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \gamma_1 \cdot \rho_A} \right]^2; \\ \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{11} \cdot \left(\frac{E_A}{E_B}\right)^3 \cdot \frac{\rho_{ПА} \cdot K_{PA}}{\rho_{ПВ} \cdot K_{PB}} = \frac{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_B}{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_A} \end{aligned} \right\} (11)$$

Система уравнений (11) содержит размерные параметры  $h_1, h_2, a_1, a_2$ , задание которых усложняет расчёты. Для подготовки к введению безразмерных параметров перемножим обе части уравнений системы (11), в результате чего получим, что

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{16} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{16} \cdot \left(\frac{E_A}{E_B}\right)^4 \cdot \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 = \\ = \left[ \frac{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_A}{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_B} \right]^2 \cdot \left[ \frac{h_2 / (K_{PB} \cdot a_2) + \gamma_2 \cdot \rho_B}{h_1 / (K_{PA} \cdot a_1) + \gamma_1 \cdot \rho_A} \right]^2 \end{aligned} \right\} (12)$$

Вводя в уравнение (12) безразмерные параметры  $k_A = h_1 / a_1$ ,  $k_B = h_2 / a_2$  - относительные толщины пластин резонаторов и  $k_C = h_1 / h_2$  - отношение толщин резонаторов, получаем, что

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{k_A}{k_B}\right)^{16} \cdot \frac{E_A}{E_B} \cdot \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 = \left[ \frac{k_A / K_{PA} + \rho_A}{k_B / K_{PB} + \rho_B} \right]^2 \cdot \left[ \frac{k_B / K_{PB} + \gamma_2 \cdot \rho_B}{k_A / K_{PA} + \gamma_1 \cdot \rho_A} \right]^2 \\ k_C = \sqrt[11]{\left(\frac{k_B}{k_A}\right)^{11} \cdot \left(\frac{E_B}{E_A}\right)^3 \cdot \left(\frac{\rho_{ПВ}}{\rho_{ПА}}\right) \cdot \left(\frac{K_{PB}}{K_{PA}}\right) \cdot \left(\frac{k_B / K_{PB} + \rho_B}{k_A / K_{PA} + \rho_A}\right)} \end{aligned} \right\} (13)$$

Одним из основных параметров расчёта является чувствительность датчика к плотности жидкости или газа. Для использования в методике расчёта чувствительности датчика из второго и третьего уравнений системы (4) находим отношение чувствительностей резонаторов  $k = (df_1(\rho_P) / d\rho_P) / (df_2(\rho_P) / d\rho_P)$  в таком виде:

$$k = \frac{1}{k_C} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{k_A}{k_B}\right)^5 \cdot \left(\frac{\rho_{ТВ}}{\rho_{ТА}}\right)^3 \cdot \frac{E_A}{E_B} \cdot \frac{K_{PB}}{K_{PA}} \cdot \left(\frac{k_B / K_{PB} + \rho_B}{k_A / K_{PA} + \rho_A}\right)^3} \cdot (14)$$

Чувствительность  $S_d$  дифференциального датчика в заданной точке  $\rho_K$  диапазона измерения с учетом отношения чувствительностей резонаторов  $k$  и параметра  $k_A$  определяется из первого и второго уравнения системы (4) таким образом:

$$\left. \begin{aligned} S_d = \frac{0,246 \cdot K_{PA} \cdot (k-1)}{a_1 \cdot k} \times \\ \times \sqrt{\frac{E_A \cdot (k_A \cdot a_1)^3}{(\rho_{ТА} \cdot (k_A \cdot a_1) + a_1 \cdot K_{PA} \cdot \rho_K)^3}} \end{aligned} \right\} (15)$$

Для анализа погрешности датчика от изменения температуры определим зависимость температурного коэффициента частоты датчика от плотности  $\varphi_d(\rho_P)$ . С использованием системы (4) и соотношений для  $\varphi_A, \varphi_B, A, B$  получим, что

$$\Phi_D(\rho_P) = \frac{f_{01} \cdot \sqrt{A/(A+\rho_P)} \cdot \vartheta_1 \cdot (A+\gamma_1 \cdot \rho_P)/(A+\rho_P) - f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)}}{f_{01} \cdot \sqrt{A/(A+\rho_P)} - f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)}} \cdot \frac{f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)} \cdot \vartheta_2 \cdot (B+\gamma_2 \cdot \rho_P)/(B+\rho_P)}{f_{01} \cdot \sqrt{A/(A+\rho_P)} - f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)}} \quad (16)$$

Для анализа погрешности датчика от изменения давления определим зависимость относительного изменения частоты вызванного давлением от контролируемой плотности  $\Psi_D(\rho_P)$ . С использованием третьего уравнения системы (9), системы уравнений (4) и соотношений для  $A$ ,  $B$  получим, что

$$\Psi_D(\rho_P) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot p^2 \times \frac{\left[ f_{01} \cdot \sqrt{A/(A+\rho_P)} / \Psi_A - f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)} / \Psi_B \right]}{f_{01} \cdot \sqrt{A/(A+\rho_P)} - f_{02} \cdot \sqrt{B/(B+\rho_P)}} \quad (17)$$

где  $\Psi_A = p^2 / (E_A^2 \cdot k_A^8)$ ,  $\Psi_B = p^2 / (E_B^2 \cdot k_B^8)$  - относительные изменения частот резонаторов под влияние избыточного давления контролируемой среды.

По рекомендациям, приведенным в работе [10], приведен пример расчёта параметров пластинных резонаторов дифференциального датчика плотности, для чего выбираем резонаторы из нержавеющей стали марок Х17Н2Т, Х18Н10Т. Для выбранных сталей резонаторы имеют следующие параметры:  $E_A = 210 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ;  $E_B = 196 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ;  $\beta_{EA} = 3,1 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ;  $\beta_{EB} = 4,4 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ;  $\alpha_1 = 103 \cdot 10^6 1/^\circ\text{C}$ ;  $\alpha_2 = 162 \cdot 10^6 1/^\circ\text{C}$ ;  $\rho_{TA} = 7750 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{TB} = 7900 \text{ кг/м}^3$ ;  $\vartheta_1 = 1,498 \cdot 10^{-4}$ ;  $\vartheta_2 = 2,119 \cdot 10^{-4}$ .

Параметры контролируемой жидкости:  $\rho_{\text{мин}} = 1200 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{\text{макс}} = 1380 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_K = 1290 \text{ кг/м}^3$ ;  $p = 0,5 \text{ МПа}$ ;  $\beta_V = 3,98 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ;  $t = 20 \div 60^\circ\text{C}$ ;  $\gamma_1 = -0,165$ ;  $\gamma_2 = 0,218$ .

Конструктивный параметр резонатора  $k_A$  выбирается из рекомендованного диапазона  $k_A = 0,01 \div 0,08$  равным  $k_A = 0,025$ . При расчёте принимаем  $K_{PA} = K_{PB} = 0,2$ . Из системы уравнений (13) определяем параметры:  $k_B = 0,023$ ;  $k_C = 0,693$ .

По соотношению (14) определяем отношение чувствительностей резонаторов  $k = 2,329$ .

По соотношению (15) при заданной из рекомендованного диапазона  $S_D = \pm 0,1 \div \pm 0,3 \text{ Гц/(кг/м}^3)$  чувствительности  $S_D = -0,14 \text{ Гц/(кг/м}^3)$  определяем

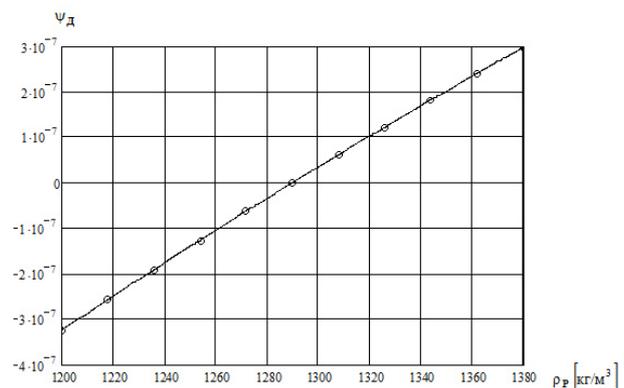
граничный размер  $a_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Другие параметры резонаторов соответственно равны:  $h_1 = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $h_2 = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $a_2 = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

На основании полученных размеров по соотношениям (4) рассчитываем значения начальных частот и постоянных резонаторов  $f_{01} = 682 \text{ Гц}$ ;  $f_{02} = 682,6560 \text{ Гц}$ ;  $A = 880,6820 \text{ кг/м}^3$ ;  $B = 818,8040 \text{ кг/м}^3$  с точностью до четвёртого знака после запятой. Такую точность даёт частотомер в режиме измерения периода колебаний.

После расчёта с помощью соотношений (16) и (17) строятся графики распределения погрешностей измерения датчика и составляющих резонаторов. Погрешности датчика должны быть более чем на порядок меньше погрешностей резонаторов во всём диапазоне измерения.

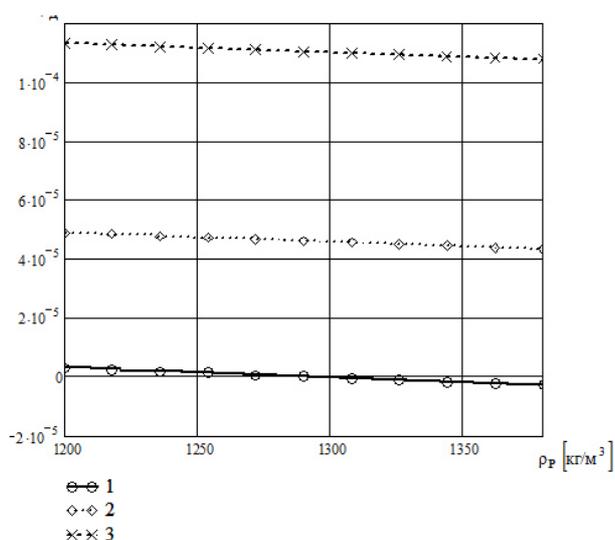
Используя описанный в работе [11] испытательный стенд, экспериментально получены уточнённые значения параметров:  $f_{01} = 16002128 \text{ Гц}$ ;  $f_{02} = 6819824 \text{ Гц}$ ;  $A = 8807812 \text{ кг/м}^3$ ;  $B = 818,5612 \text{ кг/м}^3$ . Давление жидкости увеличивалось до  $p = 0,5 \text{ МПа}$ .

Погрешности резонаторов определённые по относительному изменению частот составили  $\Psi_A = 3 \cdot 10^{-4}$ ;  $\Psi_B = 7 \cdot 10^{-4}$ , а погрешность датчика (рис. 1) изменялась в пределах от  $-3 \cdot 10^{-7}$  до  $+3 \cdot 10^{-7}$ , что на три порядка меньше. После скачка давления автоколебания резонаторов выходят на стационарный режим через десять периодов колебаний, что составляет 6 мс и 14 мс соответственно.



**Рисунок 1 – Распределение относительного изменения частоты дифференциального датчика вдоль диапазона измерения при скачкообразном подъёме давления контролируемой среды**

При изменении температуры жидкости в пределах  $t = 20 \div 60^\circ\text{C}$  температурная погрешность (рис. 2) на краях диапазона измерения, где она максимальна, составляет  $\varphi_d = 3 \cdot 10^{-6}$ . Минимальное значение для резонатора  $\varphi_d = 4 \cdot 10^{-5}$ , что на порядок больше, чем у датчика. После скачка температуры автоколебания резонаторов выходят на стационарный режим через пятнадцать периодов колебаний, что составляет 150 мс и 220 мс соответственно.



**Рисунок 2 – Распределение значений температурных коэффициентов частоты датчика (1) и составляющих резонаторов (2, 3) вдоль диапазона измерения плотности**

Таким образом разработанная методика расчёта высокочастотных вибрационных плотномеров жидкостей и газа с пластинными резонаторами позволяет исключить использование дополнительных датчиков температуры и давления, обеспечив тем самым инвариантность к колебаниям температуры и давления контролируемой среды.

### Література

1. Жуков Ю.П. Вибрационные плотномеры. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 144 с.
2. Кивилис С.С. Плотномеры. – М.: Энергия, 1980. – 278 с.
3. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М.: Энергия, 1978. – 704 с.
4. Эткин Л.Г. Виброчастотные датчики. Теория и практика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 408 с.
5. Малов В.В. Пьезорезонансные датчики. – М.: Энергия, 1978. – 248 с.
6. А.с. 1291867 СССР, МКИ G01N 29/00. Способ дифференциального измерения плотности/ Тараненко Ю.К. – Оpubл. 23.02. 87, Бюл. № 7.
7. Тараненко Ю.К. Математична модель вимірювального перетворення щільності рідини у частотний вихідний сигнал диференційного датчика на основі двох пластинних резонаторів заглибного типу //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 5/2(23). – С.106 - 111
8. Буйвол В.Н. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости. – К.: Наук. думка, 1975. – 356 с.
9. Прочность, устойчивость, колебания: Справочник в 3-х т. / Под. ред. И.А.Биргера, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. т.1. – 450 с.
10. Тараненко Ю.К. Методика проектування оптимальних диференційних датчиків щільності рідини та концентрації дисперсних систем/ // Вопр. химии та хим. технологии. – 2006. – № 4. – С.211-214
11. Тараненко Ю.К. Градування та повірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2007. – 2/2(26). – С.41 -47.