

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАКОНУ РУХУ ДВОСТУПІНЧАСТОГО ДВОЦИЛІНДРОВОГО ПОРШНЕВОГО КОМПРЕСОРА ЧИСЛОВИМ МЕТОДОМ

Ф.І.Стоцький, Т.Ф.Тутко

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342,
e-mail: public@nuing.edu.ua

Визначається закон руху двоступінчастого двоциліндрового поршневого компресора числовим методом Адамса-Кривола як для розгону, так і для усталеного руху за постійного рушійного моменту.

Определяется закон движения двухступенчатого двухцилиндрового поршневого компрессора численным методом Адамса-Крылова как для его разбега, так и для установившегося движения при постоянном движущем моменте.

The law of motion of the two-stage double cylindrical piston compressor using Adams-Krilov's numerical method both for the start as for steady-state movement under constant driving moment is determined.

Дослідження закону руху машин є однією із важливих задач їх динамічного аналізу, оскільки за його результатами можна встановити реакції в кінематичних парах, а це, в свою чергу, дає можливість розрахунків на міцність деталей машин, постановки і розв'язання задач із визначення частоти вібрацій в машинах, регулювання ходу машин, а також вирішення низки інших проблем.

Визначення закону руху машини полягає у розв'язанні рівняння її руху. Існують такі методи його розв'язання: графоаналітичний [1], різноманітні наближені аналітичні [2, 3] і числові методи. Числові методи донедавна майже не застосовувалися, оскільки були пов'язані зі значним обсягом розрахунків. Шляхом застосування сучасної комп'ютерної техніки можна з високою точністю отримати закон руху машини для різних механічних характеристик як двигунів, так і робочих машин.

Мета даної роботи – дослідити закон руху двоступінчастого V-подібного двоциліндрового поршневого компресора одним із числових методів (рис. 1), а також вказати на можливість застосування цього методу для розв'язання інших задач динамічного аналізу і синтезу машин.

На рис. 1 G_i – сили ваг ланок ($i=1,2,\dots,5$); F_B, F_C – сили корисного опору, прикладені до повзунів (поршнів) відповідно першого та другого ступенів компресора; M_{36}^P – зведений рушійний момент, прикладений до вхідної ланки 1 з боку двигуна; ω, φ – кутова швидкість вхідної ланки і кут, який характеризує її положення (кут φ відраховується від горизонтального правого положення кривошипа).

Диференціальне рівняння руху має такий вигляд:

$$I_{36} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{36}}{d\varphi} = M_{36}^P + M_{36}^{o+G}(\varphi), \quad (1)$$

де: I_{36} – зведений момент інерції компресора з його приводом при зведенні до ланки 1;

M_{36}^{o+G} – зведений до кривошипа 1 момент сил опору і ваги;

t – час руху.

Аналітичні вирази для $I_{36}, dI_{36}/d\varphi, M_{36}^{o+G}$ знаходимо за допомогою методу замкнених векторних контурів. При цьому для зведеного моменту сил опору і ваги отримано аналітичний вираз

$$M_{36}^{o+G}(\varphi) = -G_2 \left[r \cos \varphi - \frac{l_2' r \sin(\varphi + \gamma/2)}{l_2 \sqrt{1 - \beta_1^2}} \times \left(\sqrt{1 - \beta_1^2} \sin \gamma/2 - \beta_1 \cos \gamma/2 \right) \right] - G_4 [r \cos \varphi + \frac{r l_4' \sin(\varphi - \gamma/2)}{l_4 \sqrt{1 - \beta_2^2}} \left(\sqrt{1 - \beta_2^2} \sin \gamma/2 + \beta_2 \times \right. \\ \left. \times \cos \gamma/2 \right) - (G_3 \cos \gamma/2 + F_B) r [\cos(\varphi + \gamma/2) + \frac{\beta_1 \sin(\varphi + \gamma/2)}{\sqrt{1 - \beta_1^2}}] - (G_5 \cos \gamma/2 + F_C) r \times \\ \left. \times \left[\cos(\varphi - \gamma/2) + \frac{\beta_2 \sin(\varphi - \gamma/2)}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \right], \quad (2)$$

де: r, l_2, l_4 – довжини відповідно кривошипа і шатунів 2 і 4;

l_2', l_4' – відстані, що визначають положення центрів мас 2-ої та 4-ої ланок ($l_2' = l_{AS2}, l_4' = l_{AS4}$);

γ – кут розвалу циліндрів компресора;

$$\beta_1 = \frac{r}{l_2} \cos(\varphi + \gamma/2); \quad \beta_2 = \frac{r}{l_4} \cos(\varphi - \gamma/2).$$

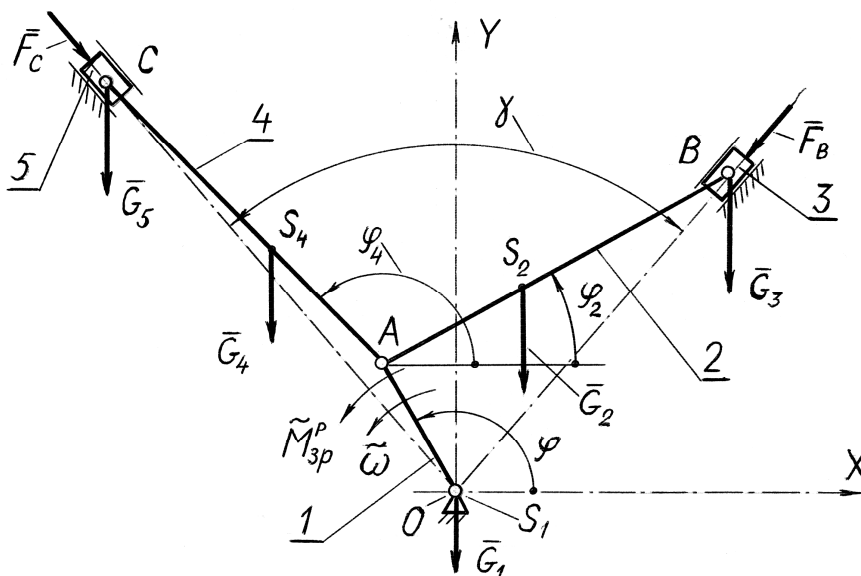
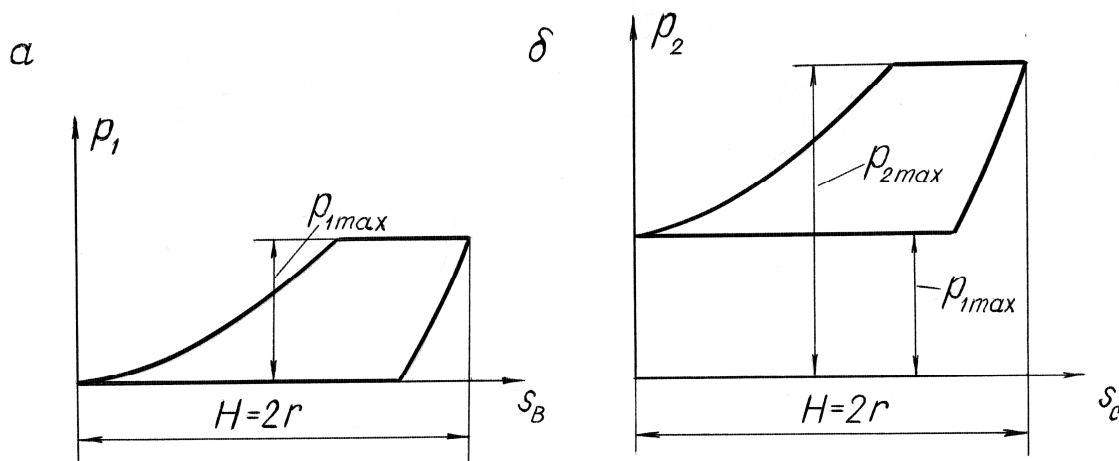


Рисунок 1 – Структурна схема важільного механізму V-подібного двоступінчастого поршневого компресора



a – перший ступінь компресора; б – другий ступінь компресора

Рисунок 2 – Індикаторні діаграми компресора

Сили F_B, F_C визначаються за формулами

$$F_B = p_{1\max} A_3 y_3(s_B), \quad (3)$$

$$F_C = p_{1\max} A_5 + (p_{2\max} - p_{1\max}) A_5 y_5(s_C),$$

де: $p_{1\max}, p_{2\max}$ – максимальні тиски газу відповідно на першому та другому ступенях компресора;

A_3, A_5 – площі поперечних перерізів циліндрів компресора 1-го та 2-го ступенів;

y_3, y_5 – безрозмірні величини, через які виражаються тиски в циліндрах компресора

$$(p_1(s_B) = y_3 p_{1\max}, p_2(s_C) = p_{1\max} + (p_{2\max} - p_{1\max}) y_5);$$

s_B, s_C – віддалення точок B і C повзунів від їх нижніх положень.

Функції $s_B(\varphi), s_C(\varphi)$ мають такий вигляд:

$$s_B = r \sin(\varphi + \gamma/2) + l_2 \sqrt{1 - \beta_1^2},$$

$$s_C = r \sin(\varphi - \gamma/2) + l_4 \sqrt{1 - \beta_2^2}. \quad (4)$$

Для обчислення величин y_3 і y_5 використовуємо індикаторні діаграми (рис. 2). Для цих діаграм відомі положення низки їх точок, що подані в табл. 1.

Величини y_3, y_5 для довільних проміжних значень x_B, x_C знаходяться за допомогою інтерполяційного полінома Лагранжа [4].

Зведений момент інерції і його похідна по φ обчислюються за такими формулами:

Таблиця 1 – Числові значення координат індикаторних діаграм

Віддалення поршнів (в долях H)	$x_B = s_B / H,$ $x_C = s_C / H$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Стискання (1-ий та 2-ий ступені компресора)	y_3, y_5	0	0,067	0,164	0,287	0,434	0,655	0,96
Всмоктування (1-ий та 2-ий ступені компресора)	y_3, y_5	0	0	0	0	0	0	0
Віддалення поршнів (в частках H)	$x_B = s_B / H,$ $x_C = s_C / H$	0,61	0,7	0,8	0,853	0,9	1,0	
Стискання (1-ий та 2-ий ступені компресора)	y_3, y_5	1	1	1	1	1	1	
Всмоктування (1-ий та 2-ий ступені компресора)	y_3, y_5	0	0	0	0	0,177	1	

$$I_{зв} = I_0 + I_{S_1} + \frac{G_2}{g} \left(\frac{ds_2}{d\varphi} \right)^2 + I_{S_2} \left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_3}{g} \times \left(\frac{ds_B}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_4}{g} \left(\frac{ds_4}{d\varphi} \right)^2 + I_{S_4} \left(\frac{d\varphi_4}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_5}{g} \left(\frac{ds_C}{d\varphi} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{dI_{зв}}{d\varphi} = 2 \left[\frac{G_2}{g} \left(\frac{dx_{S_2}}{d\varphi} \frac{d^2x_{S_2}}{d\varphi^2} + \frac{dy_{S_2}}{d\varphi} \frac{d^2y_{S_2}}{d\varphi^2} \right) + I_{S_2} \frac{d\varphi_2}{d\varphi} \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi^2} + \frac{G_3}{g} \frac{ds_B}{d\varphi} \frac{d^2s_B}{d\varphi^2} + \frac{G_4}{g} \times \left(\frac{dx_{S_4}}{d\varphi} \frac{d^2x_{S_4}}{d\varphi^2} + \frac{dy_{S_4}}{d\varphi} \frac{d^2y_{S_4}}{d\varphi^2} \right) + I_{S_4} \frac{d\varphi_4}{d\varphi} \times \left[\frac{d^2\varphi_4}{d\varphi^2} + \frac{G_5}{g} \frac{ds_C}{d\varphi} \frac{d^2s_C}{d\varphi^2} \right] \right], \quad (6)$$

де: $\frac{ds_i}{d\varphi}$ – перша передавальна функція точки S_i ($i = 2, 4, B, C$);

$\frac{d\varphi_i}{d\varphi}, \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi^2}$ – перша та друга передавальні функції ланки i ($i = 2, 4$);

g – прискорення вільного падіння;

I_{S_i} – момент інерції i -ої ланки при обертанні навколо осі, що проходить через її центр мас S_i ($i = 1, 2, 4$);

I_0 – зведений до кривошипа момент інерції привода компресора;

$\frac{d^2s_i}{d\varphi^2}$ – друга передавальна функція точок S_i ($i = B, C$);

$\frac{dx_{S_i}}{d\varphi}, \frac{d^2x_{S_i}}{d\varphi^2}, \frac{dy_{S_i}}{d\varphi}, \frac{d^2y_{S_i}}{d\varphi^2}$ – проекції 1-ої та 2-ої передавальних функцій на осі X, Y точок S_i ($i = 2, 4$).

Перші та другі передавальні функції, а також їх проекції на осі X і Y знаходяться так:
 $\frac{d\varphi_i}{d\varphi} = \frac{r \sin(\varphi \pm \gamma/2)}{l_i \sqrt{1 - \beta_j^2}}, \varphi_i = 90^\circ \mp \gamma/2 + \arcsin \beta_j,$

$$\frac{ds_i}{d\varphi} = \sqrt{r^2 + \left(l_i \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2} + 2rl_i \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \cos(\varphi - \varphi_i),$$

$$\frac{d^2\varphi_i}{d\varphi^2} = - \frac{(1 - \beta_j^2) \cos(\varphi \pm \gamma/2) + \beta_j \beta_j' \sin(\varphi \pm \gamma/2)}{(1 - \beta_j^2)^{3/2}} \times \frac{r}{l_i}, \quad i = 2, 4$$

(при $i = 2$ береться верхній знак і $j = 1$, а при $i = 4$ – нижній знак і $j = 2$);

$$\frac{ds_i}{d\varphi} = r \left[\cos(\varphi \pm \gamma/2) + \frac{\beta_j \sin(\varphi \pm \gamma/2)}{\sqrt{1 - \beta_j^2}} \right],$$

$$\frac{d^2s_i}{d\varphi^2} = \frac{r \left[\beta_j' \sin(\varphi \pm \gamma/2) + \beta_j \cos(\varphi \pm \gamma/2) \right]}{(1 - \beta_j^2)^{3/2}} \times \left[(1 - \beta_j^2) + r \left[\frac{\beta_j^2 \beta_j' \sin(\varphi \pm \gamma/2)}{(1 - \beta_j^2)^{3/2}} - \sin(\varphi \pm \gamma/2) \right] \right],$$

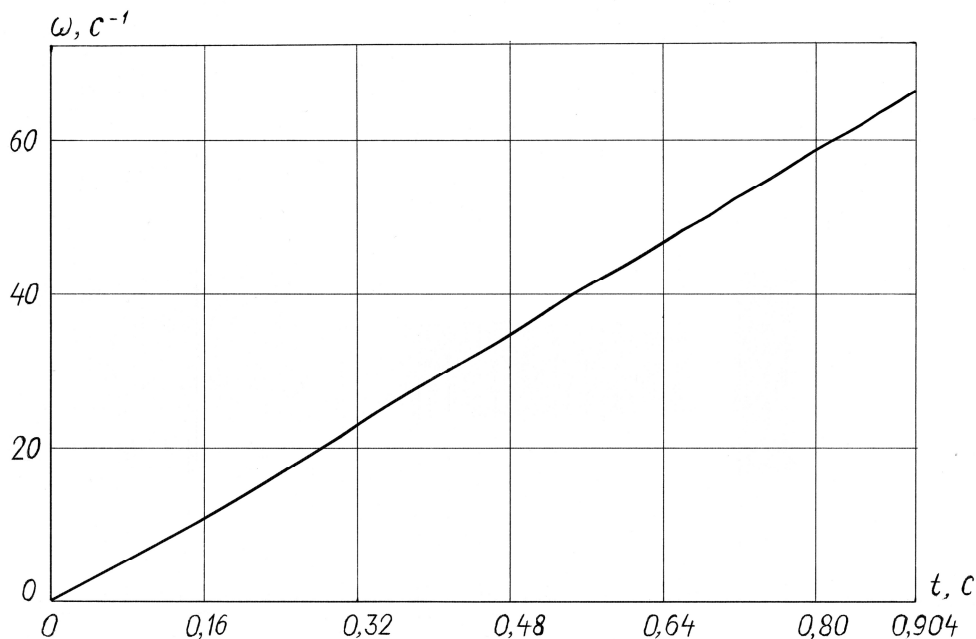


Рисунок 3 – Залежність кутової швидкості кривошипа 1 компресора при розгоні від часу

$i = B, C$ (при $i = B$ береться верхній знак і $j = 1$, а при $i = C$ – нижній знак і $j = 2$),

$$\beta_1' = \frac{d\beta_1}{d\varphi} = -\frac{r}{l_2} \sin(\varphi + \gamma/2),$$

$$\beta_2' = \frac{d\beta_2}{d\varphi} = -\frac{r}{l_4} \sin(\varphi - \gamma/2);$$

$$\frac{dx_{S_i}}{d\varphi} = -r \sin \varphi - l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \sin \varphi_i,$$

$$\frac{dy_{S_i}}{d\varphi} = r \cos \varphi + l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \cos \varphi,$$

$$\frac{d^2 x_{S_i}}{d\varphi^2} = -r \cos \varphi - l_i' \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} \sin \varphi_i - l_i' \left(\frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2 \cos \varphi_i,$$

$$\frac{d^2 y_{S_i}}{d\varphi^2} = -r \sin \varphi + l_i' \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} \cos \varphi_i - l_i' \left(\frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2 \sin \varphi_i,$$

$i = 2; 4.$

У даній роботі не враховується зміна рушійного моменту M_{36}^P при зміні кутової швидкості вхідної ланки 1, тобто прийнято $M_{36}^P = const$. Величина M_{36}^P підлягала визначенню.

Розв'язок диференціального рівняння (1) здійснювався числовим методом Адамса-Крилова [5]. При цьому використано такі вихідні дані: $r = 0,04 \text{ м}$, $l_2 = l_4 = 0,2 \text{ м}$, $l_2' = l_4' = 0,08 \text{ м}$, $\gamma = 80^\circ$, діаметри циліндрів компресора $d_1 = 0,12 \text{ м}$, $d_2 = 0,075 \text{ м}$, $p_{1\max} = 0,3 \text{ МПа}$, $p_{2\max} = 0,9 \text{ МПа}$, $I_0 = 1,0 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_{S_1} = 0,015 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$,

$$I_{S_2} = I_{S_4} = 0,028 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad G_2 = G_4 = 70 \text{ Н}, \\ G_5 = 30 \text{ Н}.$$

Для визначення моменту M_{36}^P була складена комп'ютерна програма, за допомогою якої обчислювався числовим методом інтеграл

$$A_{o+G} = \int_0^{2\pi} M_{36}^{o+G}(\varphi) d\varphi. \text{ Крок інтегрування було}$$

взято $\Delta\varphi = 5^\circ$. Величина $M_{36}^P = |A_{o+G}| / 2\pi$. При цьому отримано результат $M_{36}^P = 76,9500 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Рівняння (1) розв'язувалося як для розгону компресора, так і для його усталеного руху. Розгін здійснювався на холостому ході. При досягненні кривошипом кутової швидкості $\omega = 66,5883 \text{ с}^{-1}$ включалися сили корисного опору F_B і F_C і наступав усталений режим роботи компресора. При розгоні компресора крок інтегрування було прийнято $\Delta t = 0,001 \text{ с}$, а при усталеному русі – $\Delta t = 0,0005 \text{ с}$.

Отримані результати представлено на рис. 3 і рис. 4. При розгоні кутова швидкість колінчастого вала (кривошипа 1) компресора зростає за законом, близьким до лінійного, коливання швидкості незначні (рис. 3). Це пов'язано з тим, що змінна частина I_{36} і похідна $dI_{36}/d\varphi$ у даному випадку є малими величинами і у правій частині рівняння (1) $M_{36}^P \gg M_{36}^G(\varphi)$ (M_{36}^G – зведений момент сил ваг ланок механізму). Час розгону $t_p = 0,904 \text{ с}$. При усталеному русі швидкість ланки 1 має значні коливання (рис. 4), що викликані силами корисного опору F_B і F_C . Час одного циклу зміни швидкості складає

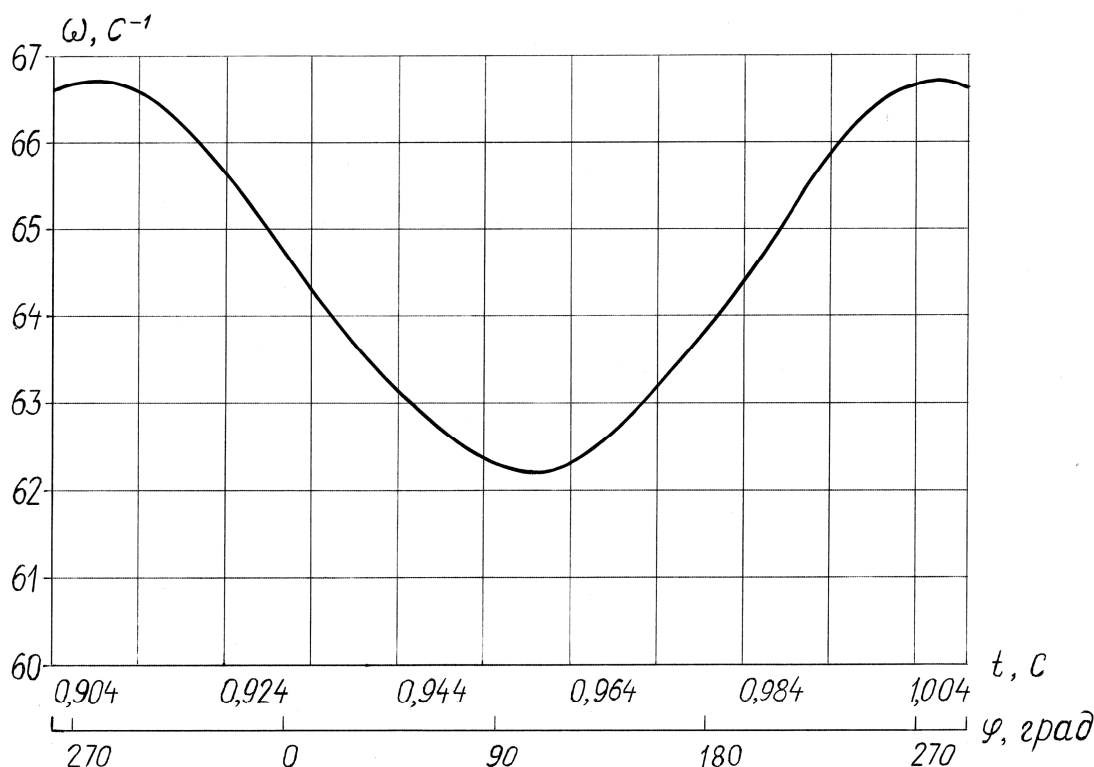


Рисунок 4 – Залежність кутової швидкості кривошипа 1 компресора при усталеному русі від часу і кута його повороту φ

$t_u = 0,09758c$. Цій величині відповідає середня кутова швидкість обертання колінчастого вала компресора $\omega_{cp} = 64,39 c^{-1}$, а коефіцієнт нерівномірності ходу компресора

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_{cp} = (66,71 - 62,20) / 64,39 = 0,07004.$$

Виконане дослідження дає підстави зробити такі висновки.

Числовий метод Адамса-Крилова дає можливість отримати закон руху машини ($\omega(t)$, $\omega(\varphi)$) з високою точністю, а також і кутове прискорення вхідної ланки $\varepsilon(t)$.

Цим же методом можна вирішити задачу динамічного синтезу машини, а саме: визначити момент інерції маховика I_m , при якому коефіцієнт нерівномірності ходу машини $\delta \leq \delta_{adm}$ (δ_{adm} – допустиме значення коефіцієнта нерівномірності ходу для конкретного виду машин).

Перспективним є визначення функцій $\omega(t)$, $\omega(\varphi)$ для компресора з електроприводом чи приводом від двигуна внутрішнього згоряння.

Література

- 1 Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин [учебн. для студентов вузов] / Артоболевский И.И. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
- 2 Левитский Н.И. Теория механизмов и машин [учебн. пособие для студентов ун-тов и вузов] / Н.И. Левитский – М.: Наука, 1979. – 576 с.
- 3 Коловский М.З. Динамика машин / М.З. Коловский – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1989. – 262 с. – (Машины. Динамика).
- 4 Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [учебн. пособие для студентов вузов] / Н.В. Копченова, И.А. Марон – М.: Наука, 1972. – 368 с.
- 5 Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики: Справочник / П.Ф. Фильчаков. – К.: Наукова думка, 1970. – 745 с.

Стаття постуила в редакційну колегію
17.04.09

Рекомендована до друку професором
М. С. Воробйовим