

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗАКОМУ РУХУ ДВОСТУПІНЧАСТОГО ПОРШНЕВОГО КОМПРЕСОРА З ПРИВОДОМ ВІД АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Ф.І. Стоцький, Т.Ф. Тутко

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342,  
e-mail: public@nimg.edu.ua

З метою визначення закону руху двоступінчастого поршневого компресора як одномасової системи з приводом від асинхронного електродвигуна як при його пуску під навантаженням, так і при усталеному режимі руху використано уточнену статичну характеристику двигуна. Нелінійне диференціальне рівняння руху розв'язувалося числовим методом Адамса-Крилова. Встановлено, що інерційний момент на валу компресора при його пуску у 2,5 рази більший, ніж при усталеному русі. Визначено час розгону компресора, середню швидкість усталеного руху. Закон руху вала компресора порівнювався із законом його руху для випадку постійного обертового моменту двигуна. Обидва закони руху якісно подібні, але графік закону руху у випадку привода від асинхронного електродвигуна зміщений у бік меншого кута повороту вала компресора, який при цьому має децю більшу середню кутову швидкість.

Ключові слова: нелінійне диференціальне рівняння; статична характеристика двигуна.

С целью определения закона движения двухступенчатого поршневого компрессора как одномассовой системы с приводом от асинхронного электродвигателя как при его пуске под нагрузкой, так и при установившемся режиме движения использована уточненная статическая характеристика двигателя. Для решения нелинейного дифференциального уравнения движения использован численный метод Адамса-Крылова. Установлено, что инерционный момент на валу компрессора при его пуске в 2,5 раза больше, чем при установившемся движении. Определены время разгона компрессора и средняя скорость установившегося движения. Закон движения вала компрессора сравнивался с законом его движения для случая постоянного вращательного момента двигателя. Оба закона движения качественно идентичны, только график закона движения для случая привода от асинхронного электродвигателя смещен в сторону меньшего угла поворота вала компрессора, который при этом имеет несколько большую угловую скорость.

Ключевые слова: нелинейное дифференциальное уравнение; статическая характеристика двигателя.

To determine motion law of the two-stage piston compressor as a single mass system driven by an asynchronous electric motor both at its activation under load and for the established motion mode the improved static engine characteristic is used. Nonlinear differential motion equation was solved by the Adams-Krylov numerical method. As a result it was found that the inertial moment on the compressor shaft at its activation is 2.5 times higher than at the established motion. The compressor acceleration time and the established motion average speed were determined. The compressor shaft motion law was compared with motion law in case of the permanent motor torque. Both motion laws are qualitatively similar but the schedule of the motion law in case of using an asynchronous electric motor drive is shifted toward a smaller compressor shaft rotation angle and the shaft has a slightly higher average angular speed.

Key words: nonlinear differential equation; static motor characteristic.

Визначення закону руху будь-якої машини є надзвичайно важливою задачею динаміки машин, оскільки від нього залежать якість технологічного процесу, що виконується машиною, величини дійсних реакцій у кінематичних парах, вібрації, які створюються машиною, довговічність її роботи тощо. Закон руху машини залежить як від прикладених до неї сил і моментів, мас її ланок і маси привода, також від механічної характеристики двигуна, який приводить у рух машину. Визначення закону руху машини як одномасової системи пов'язане з необхідністю розв'язання нелінійного диференціального рівняння

$$I_{36} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{36}}{d\varphi} = M_{36}^p + M_{36}^{o+G}, \quad (1)$$

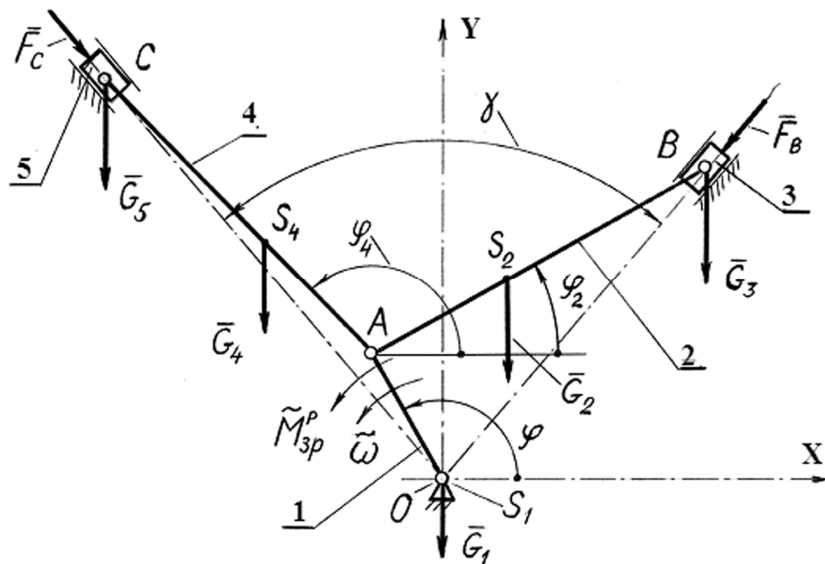
де  $I_{36}$  – зведений момент інерції машини разом з її приводом при зведенні до ланки 1;

$\omega, \varphi$  – кутова швидкість ланки 1 і її кут повороту;

$M_{36}^p, M_{36}^{o+G}$  – зведені до ланки 1 відповідно моменти рушійних сил і сил опору та ваги;

$t$  – час руху машини.

Існують різні способи розв'язання рівняння (1), а саме: графочислові [1,2], аналітичні [1,3,4] і числові [5]. Графочислові способи мають суттєвий недолік – відносно низьку точність і, крім того, їх важко, а то й неможливо, застосувати у випадку, коли функції зведених моментів  $M_{36}^p$  і  $M_{36}^{o+G}$  є функціями різних змінних. Точний аналітичний розв'язок рівняння (1) можливий тільки в окремих випадках [1]. Робота [3] присвячена дослідженню руху і динаміки машин, обладнаних електроприводом (асинхронні двигуни і двигуни постійного струму). Серед інших задач розглядаються розв'язки для одномасових (жорстких) простих машин з асинхронним електроприводом. При цьому вивчається усталений рух таких машин шляхом використання спрощеної статичної характеристики цих двигунів. Розгін машин до-



$G_i$  – сили ваг ланок ( $i = 1, 2, \dots, 5$ );  $F_B, F_C$  – сили корисного опору, прикладені до повзунів (поршнів) відповідно першого та другого ступенів компресора;

$M_{36}^p$  – зведений рушійний момент, прикладений до вхідної ланки 1 з боку двигуна

**Рисунок 1 – Структурна схема важільного механізму V-подібного двоступінчастого компресора**

сліджується тільки без навантаження. В монографії [4] серед низки задач розглядається рух та динаміка жорстких машин з приводом від різних двигунів у випадку різних їх характеристик (ідеальній, статичній і динамічній). Отримані диференціальні рівняння розв’язуються наближеним аналітичним методом – методом збурень (послідовних наближень). При цьому виділяються у диференціальних рівняннях доданки, які викликають нерівномірний рух машини. Ці доданки є причиною так званої “внутрішньої віброактивності” машини.

Числовий спосіб розв’язання рівняння (1) розглядається в роботі [5], але його можна застосувати тільки для усталеного режиму роботи машини. Механічна характеристика двигуна в роботі [5] не розглядається, оскільки вважається відомою.

Оскільки тепер є наявна потужна комп’ютерна техніка, то числовий спосіб розв’язання рівняння (1) і дослідження динамічних процесів у машинах необхідно розвивати як альтернативу аналітичному методу, успіхи якого плідно представлені у монографії [4].

Метою даної статті є розв’язання диференціального рівняння (1) числовим способом Адамса-Крилова для двоступінчастого V-подібного поршневого компресора з приводом від асинхронного електродвигуна як для його пуску в рух при навантаженні, так і при усталеному русі з врахуванням уточненої статичної характеристики двигуна, а також порівняння отриманого закону руху з законом руху для випадку, коли зведений рушійний момент двигуна  $M_{36}^p = const$  і, крім того, аналіз отриманих результатів.

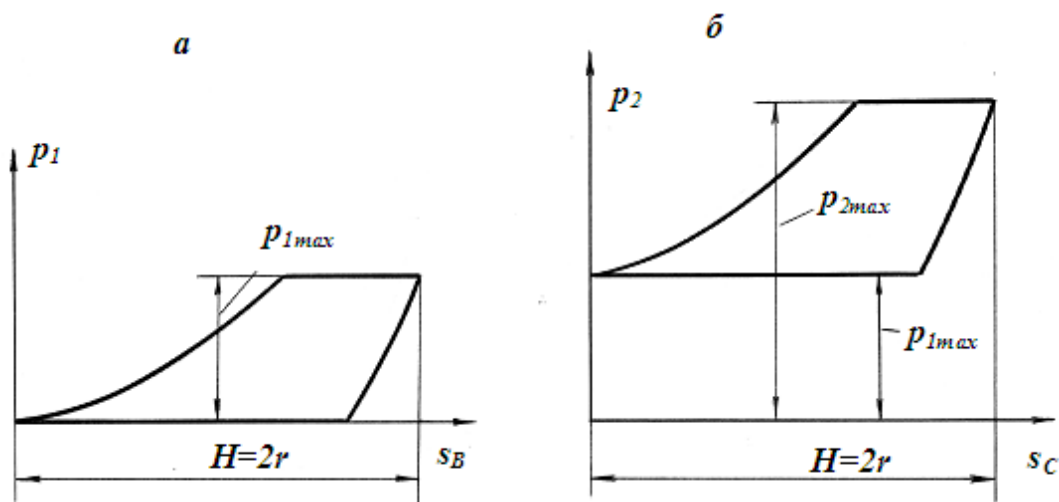
Структурна схема поршневого компресора зображена на рис. 1.

Величини  $M_{36}^{o+G}, I_{36}, dI_{36}/d\varphi$ , що входять у рівняння (1), знаходимо, користуючись методом замкненого векторного контура. Для зведеного моменту сил опору і ваги отримано такий аналітичний вираз:

$$M_{36}^{o+G} = -G_2 \left[ r \cos \varphi - \frac{l_2' r \sin(\varphi + \gamma/2)}{l_2 \sqrt{1 - \beta_1^2}} \times \left( \sqrt{1 - \beta_1^2} \sin \gamma/2 - \beta_1 \cos \gamma/2 \right) \right] - G_4 \times \left[ r \cos \varphi + \frac{r l_4' \sin(\varphi - \gamma/2)}{l_4 \sqrt{1 - \beta_2^2}} \left( \sqrt{1 - \beta_2^2} \times \sin \gamma/2 + \beta_2 \cos \gamma/2 \right) - (G_3 \cos \gamma/2 + F_B) r \left[ \cos(\varphi + \gamma/2) + \frac{\beta_1 \sin(\varphi + \gamma/2)}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \right] - (G_5 \cos \gamma/2 + F_C) r \left[ \cos(\varphi - \gamma/2) + \frac{\beta_2 \sin(\varphi - \gamma/2)}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \right] \right], \quad (2)$$

де  $r, l_2, l_4$  – довжини відповідно кривошипа і шатунів 2 і 4;

$l_2', l_4'$  – відстані, що визначають положення центрів мас 2-ої та 4-ої ланок ( $l_2' = l_{AS_2}, l_4' = l_{AS_4}$ );



а – перший ступінь компресора; б – другий ступінь компресора

Рисунок 2 – Індикаторні діаграми компресора

Таблиця 1 – Числові значення координат індикаторних діаграм

Віддалення поршнів (у частках $H$ )	$x_B = s_B/H$ , $x_C = s_C/H$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Стискання (1-ий та 2-ий ступені компресора)	$y_3, y_5$	0	0,067	0,164	0,287	0,434	0,655	0,96
Всмоктування (1-ий та 2-ий ступені компресора)	$y_3, y_5$	0	0	0	0	0	0	0
Віддалення поршнів (у частках $H$ )	$x_B = s_B/H$ , $x_C = s_C/H$	0,61	0,7	0,8	0,853	0,9	1,0	
Стискання (1-ий та 2-ий ступені компресора)	$y_3, y_5$	1	1	1	1	1	1	
Всмоктування (1-ий та 2-ий ступені компресора)	$y_3, y_5$	0	0	0	0	0,177	1	

$\gamma$  - кут розвалу циліндрів компресора;

$$\beta_1 = \frac{r}{l_2} \cos(\varphi + \gamma/2); \quad \beta_2 = \frac{r}{l_4} \cos(\varphi - \gamma/2).$$

Сили опору  $F_B, F_C$ , що прикладені до поршнів компресора визначаються за формулами

$$F_B = p_{1max} A_3 y_3 (s_B),$$

$$F_C = p_{1max} A_5 + (p_{2max} - p_{1max}) A_5 y_5 (s_C), \quad (3)$$

де  $p_{1max}, p_{2max}$  – максимальні тиски газу відповідно на першому та другому ступенях компресора;

$A_3, A_5$  – площі поперечних перерізів циліндрів першого та другого ступенів компресора;

$y_3, y_5$  – безрозмірні величини, через які виражаються тиски в циліндрах компресора

$$(p_1(s_B)) = y_3 p_{1max},$$

$$p_2(s_C) = p_{1max} + (p_{2max} - p_{1max}) y_5;$$

$s_B, s_C$  – віддалення точок  $B$  і  $C$  повзунів від їх нижніх положень.

Функції  $s_B(\varphi), s_C(\varphi)$  визначаються за формулами

$$s_B = r \sin(\varphi + \gamma/2) + l_2 \sqrt{1 - \beta_1^2},$$

$$s_C = r \sin(\varphi - \gamma/2) + l_4 \sqrt{1 - \beta_2^2}. \quad (4)$$

Для обчислення величин  $y_3$  і  $y_5$  використовувалися індикаторні діаграми (рис. 2). Для цих діаграм координати низки їх точок подані в табл. 1.

Величини  $y_3, y_5$  для довільних проміжних значень  $x_B, x_C$  знаходились за допомогою інтегрального полінома Лагранжа [6].

Зведений момент інерції і його похідна обчислюються за формулами

$$I_{36} = I_0 + I_{S_1} + \frac{G_2}{g} \left( \frac{ds_2}{d\varphi} \right)^2 + I_{S_2} \left( \frac{d\varphi_2}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_3}{g} \left( \frac{ds_B}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_4}{g} \left( \frac{ds_4}{d\varphi} \right)^2 + I_{S_4} \left( \frac{d\varphi_4}{d\varphi} \right)^2 + \frac{G_5}{g} \left( \frac{ds_C}{d\varphi} \right)^2, \quad (5)$$

$$\frac{dI_{36}}{d\varphi} = 2 \left[ \frac{G_2}{g} \left( \frac{dx_{S_2}}{d\varphi} \frac{d^2 x_{S_2}}{d\varphi^2} + \frac{dy_{S_2}}{d\varphi} \frac{d^2 y_{S_2}}{d\varphi^2} \right) + I_{S_2} \frac{d\varphi_2}{d\varphi} \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi^2} + \frac{G_3}{g} \frac{ds_B}{d\varphi} \frac{d^2 s_B}{d\varphi^2} + \frac{G_4}{g} \left( \frac{dx_{S_4}}{d\varphi} \times \frac{d^2 x_{S_4}}{d\varphi^2} + \frac{dy_{S_4}}{d\varphi} \frac{d^2 y_{S_4}}{d\varphi^2} \right) + I_{S_4} \frac{d\varphi_4}{d\varphi} \frac{d^2 \varphi_4}{d\varphi^2} + \frac{G_5}{g} \frac{ds_C}{d\varphi} \frac{d^2 s_C}{d\varphi^2} \right], \quad (6)$$

де  $\frac{ds_i}{d\varphi}$  - перша передавальна функція точки  $S_i$  ( $i = 2, 4, B, C$ );

$\frac{d\varphi_i}{d\varphi}, \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2}$  - перша та друга передавальні функції ланки  $i$  ( $i = 2, 4$ );

$g$  - прискорення вільного падіння;

$I_{S_i}$  - момент інерції  $i$ -ої ланки при обертанні навколо осі, що проходить через її центр мас  $S_i$  ( $i = 2, 4$ );

$I_0$  - зведений до кривошипа момент інерції привода компресора;

$\frac{d^2 s_i}{d\varphi^2}$  - друга передавальна функція точок  $S_i$  ( $i = B, C$ );

$\frac{dx_{S_i}}{d\varphi}, \frac{d^2 x_{S_i}}{d\varphi^2}, \frac{dy_{S_i}}{d\varphi}, \frac{d^2 y_{S_i}}{d\varphi^2}$  - проекції першої та другої передавальних функцій на осі  $X, Y$  точок  $S_i$  ( $i = 2, 4$ ).

Перші та другі передавальні функції, а також їх проекції на осі  $X$  і  $Y$  знаходяться так:

$$\frac{d\varphi_i}{d\varphi} = \frac{r \sin(\varphi \pm \gamma / 2)}{l_i \sqrt{1 - \beta_j^2}},$$

$$\varphi_i = 90^\circ \mp \gamma / 2 + \arcsin \beta_j,$$

$$\frac{ds_i}{d\varphi} = \sqrt{r^2 + \left( l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2 + 2r l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \cos(\varphi - \varphi_i)},$$

$$\frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} = - \frac{(1 - \beta_j^2) \cos(\varphi \pm \gamma / 2)}{(1 - \beta_j^2)^{3/2} l_i} \beta_j \beta_j' r \times \sin(\varphi \pm \gamma / 2),$$

$i = 2, 4$  (при  $i = 2$  береться верхній знак і  $j = 1$ , а при  $i = 4$  - нижній знак і  $j = 2$ );

$$\frac{ds_i}{d\varphi} = r \left[ \cos(\varphi \pm \gamma / 2) + \frac{\beta_j \sin(\varphi \pm \gamma / 2)}{\sqrt{1 - \beta_j^2}} \right],$$

$$\frac{d^2 s_i}{d\varphi^2} = \frac{r \left[ \beta_j' \sin(\varphi \pm \gamma / 2) + \beta_j \cos(\varphi \pm \gamma / 2) \right]}{\sqrt{1 - \beta_j^2}} +$$

$$+ r \left[ \frac{\beta_j^2 \beta_j' \sin(\varphi \pm \gamma / 2)}{(1 - \beta_j^2)^{3/2}} - \sin(\varphi \pm \gamma / 2) \right],$$

$i = B, C$  (при  $i = B$  береться верхній знак і  $j = 1$ , а при  $i = C$  - нижній знак і  $j = 2$ ),

$$\beta_1' = \frac{d\beta_1}{d\varphi} = - \frac{r}{l_2} \sin(\varphi + \gamma / 2),$$

$$\beta_2' = \frac{d\beta_2}{d\varphi} = - \frac{r}{l_4} \sin(\varphi - \gamma / 2);$$

$$\frac{dx_{S_i}}{d\varphi} = -r \sin \varphi - l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \sin \varphi_i,$$

$$\frac{dy_{S_i}}{d\varphi} = r \cos \varphi + l_i' \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \cos \varphi_i,$$

$$\frac{d^2 x_{S_i}}{d\varphi^2} = -r \cos \varphi - l_i' \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} \sin \varphi_i - l_i' \times$$

$$\times \left( \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2 \cos \varphi_i,$$

$$\frac{d^2 y_{S_i}}{d\varphi^2} = -r \sin \varphi + l_i' \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} \cos \varphi_i - l_i' \times$$

$$\times \left( \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \right)^2 \sin \varphi_i, \quad i = 2, 4.$$

У рівнянні (1) присутній зведений момент рушійних сил, який визначається так:

$$M_{36}^p = M_D u \eta, \quad (7)$$

де  $M_D$  - обертальний момент, який розвиває електродвигун;

$u$  - передавальне число привода;

$\eta$  - коефіцієнт корисної дії привода.

Обертальний момент асинхронного електродвигуна при врахуванні його уточненої статичної характеристики визначається за формулою [7]

$$M_D = \frac{2M_K(I + a s_K)}{s / s_K + s_K / s + 2a s_K}, \quad (8)$$

де  $a = R_1 / R_2'$ ;

$R_1, R_2'$  - первинний і вторинний зведені опори схеми заміщення асинхронного електродвигуна;

$M_K$  - максимальний обертальний момент, який розвиває електродвигун;

$s_K, s$  - критичне і плинне ковзання двигуна.

У формулі (8) присутні дві невідомі величини  $a$  і  $s_K$ . Оскільки в каталогах асинхронних електродвигунів наводяться відношення моментів  $M_{II} / M_H, M_K / M_H$  ( $M_{II}, M_H$  - пу-

сковий і номінальний моменти двигуна), то невідомі  $a$  і  $s_K$  можна знайти із системи рівнянь

$$s = 1,0, \quad M = M_{\Pi} = \frac{2M_K(I + as_K)s_K}{1 + s_K^2(I + 2a)};$$

$$s = s_H, \quad M_H = \frac{2M_K(I + as_K)s_H s_K}{s_K^2(I + 2as_H) + s_H^2}. \quad (9)$$

В результаті розв'язання системи рівнянь (9) отримуємо

$$\frac{M_{\Pi}}{M_H} \left[ s_H \left( \frac{M_K}{M_H} - I \right) + I - \frac{M_K}{M_{\Pi}} \right] s_K^2 - 2 \frac{M_K}{M_H} \times$$

$$\times s_H \left( \frac{M_{\Pi}}{M_H} - I \right) s_K + \frac{M_{\Pi}}{M_H} s_H \left[ \frac{M_K}{M_H} - I - s_H \times \right.$$

$$\left. \times \left( \frac{M_K}{M_{\Pi}} - I \right) \right] = 0, \quad (10)$$

$$a = \frac{s_K^2 \left( I - \frac{M_{\Pi}}{M_H} s_H \right) + s_H \left( s_H - \frac{M_{\Pi}}{M_H} \right)}{2s_H s_K^2 \left( \frac{M_{\Pi}}{M_H} - I \right)}. \quad (11)$$

З квадратного рівняння (10) визначається критичне ковзання двигуна  $s_K$ , і після підстановки його значення в (11) обчислюється величина  $a$ .

Розв'язання диференціального рівняння (1) здійснювалося чисельним методом Адамса-Крилова [8]. При цьому було використано такі вихідні дані:

$$r = 0,04 \text{ м}, \quad l_2 = l_4 = 0,2 \text{ м},$$

$$l_2' = l_4' = 0,08 \text{ м}, \quad \gamma = 80 \text{ град},$$

діаметри циліндрів компресора

$$d_1 = 0,12 \text{ м}, \quad d_2 = 0,075 \text{ м},$$

$$p_{1max} = 0,3 \text{ МПа}, \quad p_{2max} = 0,9 \text{ МПа},$$

$$I_0 = 1,0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad I_{S_1} = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$I_{S_2} = I_{S_4} = 0,028 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad G_2 = G_4 = 70 \text{ Н},$$

$$G_3 = 30 \text{ Н}, \quad G_3 = 50 \text{ Н}, \quad \omega_{cp} = 64,39 \text{ с}^{-1}$$

( $\omega_{cp}$  – середня кутова швидкість ланки 1 (колінчастого вала компресора)),

$$\eta = 0,9 \text{ (}\eta \text{ – коефіцієнт корисної дії привода)}.$$

З метою підбору електродвигуна спершу визначався постійний обертальний момент, який необхідно було б прикласти до колінчастого вала компресора, щоб забезпечити усталений режим його роботи, користуючись формулою

$$M_{36}^p = \left| \int_0^{2\pi} M_{36}^{o+G} d\varphi \right| / (2\pi). \text{ Ця задача була розв'язана числовим способом і отримано такий результат: } M_{36}^p = 42,21 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тому потужність на колінчастому валу, необхідна для роботи компресора при усталеному режимі

$$P_{yp} = M_{36}^p \cdot \omega_{cp} = 42,21 \cdot 64,39 = 2717,9 \text{ Вт}.$$

При  $\eta = 0,9$  розрахункова потужність електродвигуна буде

$$P_p = \frac{P_{yp}}{\eta} = \frac{2717,9}{0,9} = 3020 \text{ Вт}.$$

Після цього було вибрано асинхронний електродвигун з синхронною частотою  $n_c = 1500 \text{ об/хв}$  серії RA, яка забезпечує підвищений пусковий момент. Оскільки двигун у нашому випадку повинен забезпечити пуск компресора під навантаженням, то він повинен задовольняти двом умовам, а саме: потужність двигуна повинна бути  $P_{об} \geq P_p$  і, крім того, його пусковий момент повинен бути не меншим максимального за модулем момента сил опору і ваги компресора [9]. Момент сил опору і ваги  $M_{36}^{o+G}$  розраховувався за формулою (2). На рис.3 зображено залежність цього моменту від кута повороту кривошипа (колінчастого вала) 1. Максимальне значення вказаного моменту  $|M_{36}^{o+G}| \approx 168,57 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , яке відповідає приблизно куту повороту ланки 1  $\varphi = 350^\circ$ .

Найменшим за потужністю двигуном, який задовольняє обом вказаним умовам, є двигун RA132S4, для якого

$$P = 5,5 \text{ кВт}, \quad n_c = 1500 \text{ об/хв},$$

$$n_n = 1450 \text{ об/хв}, \quad M_K / M_H = 3,0,$$

$$M_{\Pi} / M_H = 2,4, \quad s_H = 1/30.$$

При цьому номінальна і синхронна кутові швидкості на валу двигуна, його номінальний, пусковий і максимальний моменти, передавальне число привода та пусковий момент на колінчастому валу компресора матимуть такі значення:

$$\omega_H = \frac{\pi n_H}{30} = \frac{\pi \cdot 1450}{30} = 151,84 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_C = \frac{\pi n_C}{30} = \frac{\pi \cdot 1500}{30} = 157,08 \text{ с}^{-1};$$

$$M_H = \frac{P}{\omega_H} = \frac{5500}{151,84} = 36,22 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Pi} = 2,4 M_H = 2,4 \cdot 36,22 = 86,93 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_K = 3,0 M_H = 3,0 \cdot 36,22 = 108,66 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$u = \frac{\omega_H}{\omega_{cp}} = \frac{151,84}{64,39} = 2,36;$$

$$M_{ком}^{\Pi} = M_{\Pi} u \eta = 86,93 \cdot 2,36 \cdot 0,9 = 184,64 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Підставляючи значення  $M_{\Pi} / M_H$ ,  $M_K / M_H$  і  $s_H$  для двигуна RA132S4 у рівняння (10) і розв'язуючи його, знаходимо величину критичного ковзання  $s_K$  двигуна, далі за формулою (11) обчислюємо величину  $a$ . Отримані значення величин  $s_K$ ,  $a$  і  $M_K$  підставляємо у (8) і після спрощень одержуємо уточ-

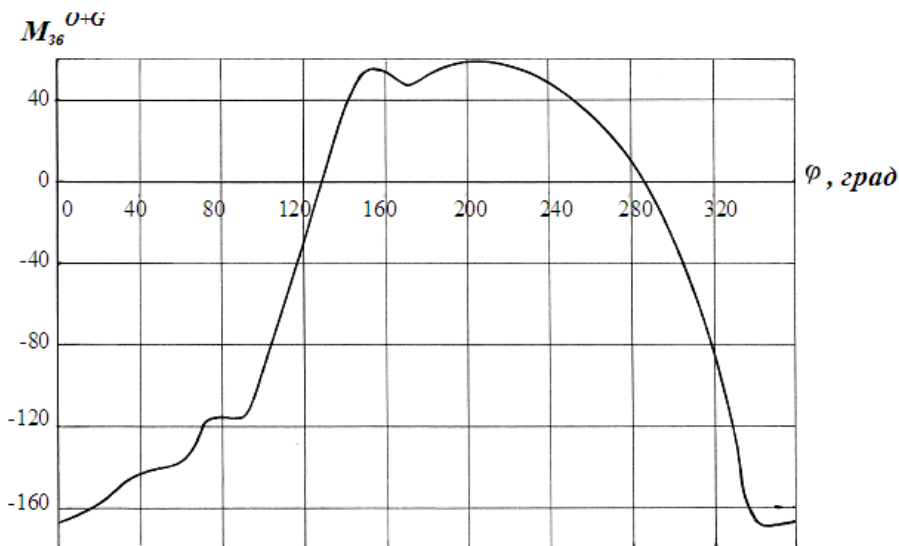


Рисунок 3 – Залежність зведеного моменту сил опору і ваги від кута  $\varphi$

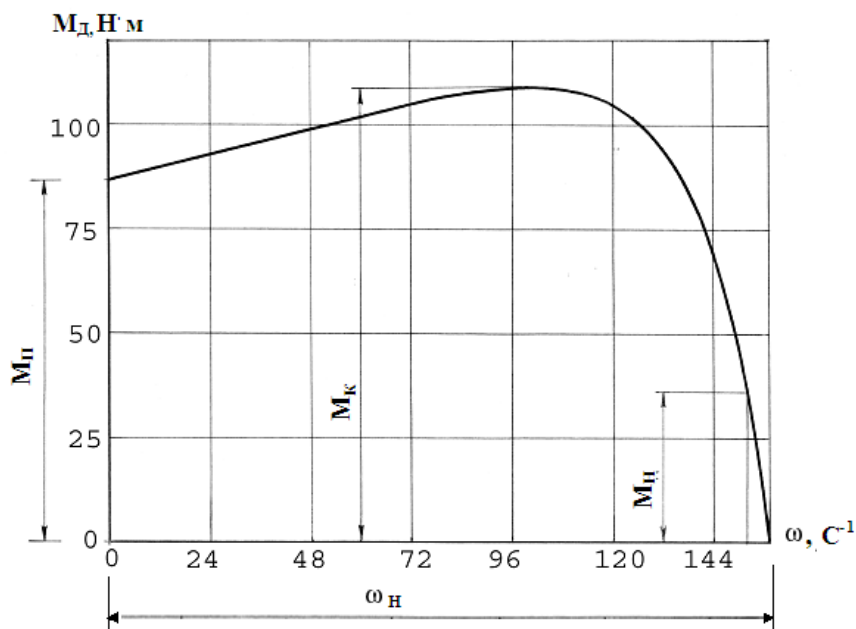


Рисунок 4 – Уточнена статична характеристика асинхронного двигуна RA132S4

нену статичну характеристику двигуна RA132S4 у вигляді

$$M_d = \frac{176,70899s}{f(s) + 1,3132922 \cdot 10^{-1}}, \quad (12)$$

$$f(s) = s^2 + 9,0137882 \cdot 10^{-1}.$$

Доповнюючи (12) залежністю для ковзання двигуна

$$s = 1 - \omega_d / \omega_c, \quad (13)$$

отримуємо уточнену статичну характеристику двигуна у іншому вигляді  $M_d = M_d(\omega)$ , графік якої представлено на рис. 4.

При врахуванні статичної характеристики електродвигуна (формули (12) і (13)) виконано інтегрування диференціального рівняння (1) за методом Адамса - Крилова, починаючи з моме-

нту пуску компресора в рух під навантаженням. Початкові умови і крок при інтегруванні:  $\varphi_{/t=0} = 0$ ,  $\omega_{/t=0} = 0$ ,  $\Delta t = 0,0005$  с.

Отримані результати інтегрування представлено на рис. 5 і 6.

На рис. 5 зображено фазу розгону компресора і початок його усталеного руху (залежність кутової швидкості колінчастого вала від часу і паралельно від кута його повороту  $\varphi$  ( $\omega(t)$ ,  $\omega(\varphi)$ ). Слід зауважити, що при розгоні компресора під навантаженням виникає досить велике кутове прискорення. На інтервалі часу від  $t = 0,4$  с до  $t = 0,5$  с кутова швидкість зростає приблизно за лінійним законом. На цьому інтервалі часу  $\Delta\omega \approx 25,07$  с<sup>-1</sup>, а тому кутове прискорення складає  $\varepsilon \approx 250$  с<sup>-2</sup>. Якщо вра-

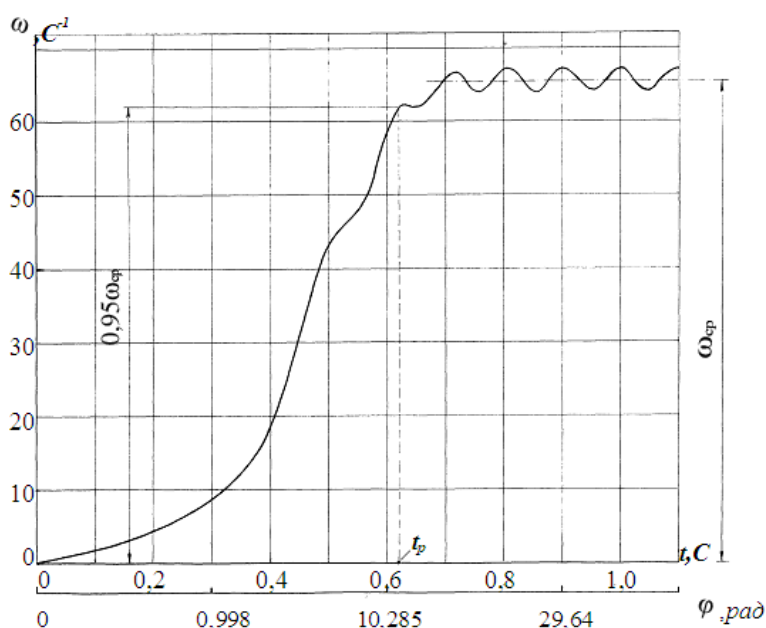
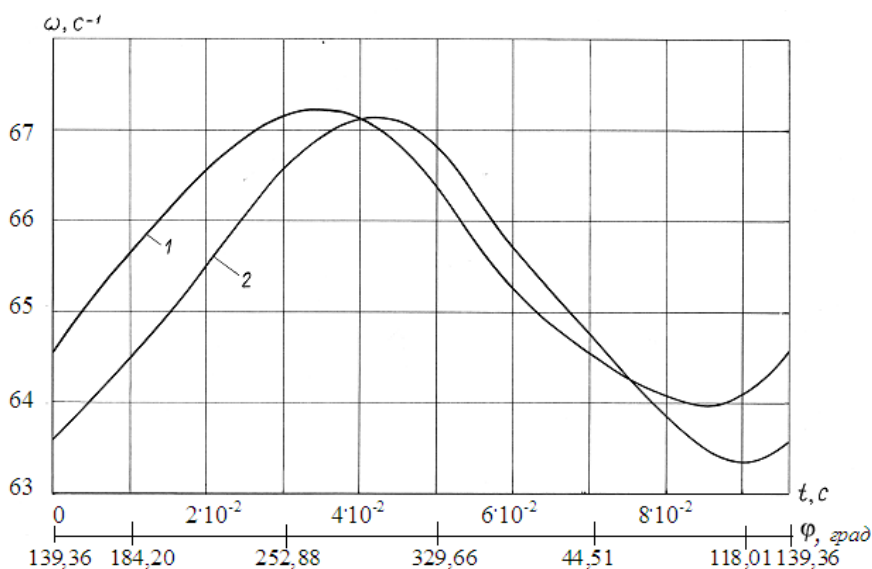


Рисунок 5 – Кутова швидкість вала компресора при його розгоні



1 – привід від асинхронного двигуна; 2 –  $M_D = const$

Рисунок 6 – Кутова швидкість вала компресора при усталеному русі

хувати, що зведений момент інерції  $I_{зв} > 1,0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , то інерційний момент на колінчастому валу компресора на вказаному інтервалі часу буде  $M_{in} > 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

На рис. 6 зображено графіки зміни кутової швидкості колінчастого вала компресора для одного його оберту при врахуванні статичної характеристики електродвигуна (крива 1) і при врахуванні того, що обертальний момент двигуна  $const$  ( $M_{зв}^p = 42,21 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , крива 2). При обчисленнях постійний момент  $M_{зв}^p$  було включено в момент часу  $t = 1,1 \text{ с}$ , коли кутова швидкість колінчастого вала компресора і його положення мали значення  $\omega = 67,13 \text{ с}^{-1}$ ,  $\varphi = 42,7709 \text{ рад}$ .

Як видно із рис. 6, крива 1 зміщена відносно до кривої 2 в сторону меншого кута  $\varphi$ . У випадку, коли обертальний момент є постійним ( $M_{зв}^p = 42,21 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , крива 2), зростання кутової швидкості вала компресора відбуватиметься протягом проміжку часу, в який  $M_{зв}^p > |M_{зв}^{o+G}|$ , оскільки другий доданок у рівнянні (1) у даному випадку має невелике значення. А це означає, що кутова швидкість  $\omega$  зростатиме при куті повороту вала компресора від  $\varphi \approx 118^\circ$  до  $\varphi \approx 306^\circ$  (див. рис. 3). При врахуванні статичної характеристики електродвигуна мінімум кутової швидкості буде більшим і настає він у часі раніше, оскільки при зростанні моменту опору зростає і обертальний момент двигуна.

Далі при зростанні кутової швидкості вала двигуна і вала компресора зменшується обертальний момент і у певний момент часу стає меншим величини  $42,21 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Тому і максимум кутової швидкості настає раніше, ніж у випадку постійного обертального моменту.

На рис. 6, крім осі абсцис часу  $t$ , є і друга вісь абсцис – кут повороту  $\varphi$  вала компресора. При цьому проставлені числові значення кута  $\varphi$  відносяться до кривої 1. Для кривої 2 ці числові значення будуть дещо іншими, оскільки кутова швидкість вала компресора при постійному обертальному моменті у більшості його положень одного циклу є меншою. Час одного циклу компресора при врахуванні статичної характеристики електродвигуна  $t_{\omega_1} = 0,0957 \text{ с}$ , а у випадку постійного обертального моменту  $t_{\omega_2} = 0,0963 \text{ с}$ , і середні кутові швидкості відповідно рівні  $\omega_{cp_1} = 65,6 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_{cp_2} = 65,2 \text{ с}^{-1}$ .

Одержане значення  $\omega_{cp_1}$  дало можливість знайти час розгону компресора. На практиці час розгону машини  $t_p$  визначають як проміжок часу, протягом якого її вхідний вал розганяється до кутової швидкості  $0,95\omega_{cp}$  [7]. На рис.5 відкладено  $0,95\omega_{cp} = 0,95\omega_{cp_1} = 62,32 \text{ с}^{-1}$  і отримано час розгону компресора  $t_p = 0,62 \text{ с}$ . Зміна кутової швидкості вала компресора, яка зображається кривими 1 і 2 (рис.6), в інтервалі часу від 0 до  $0,02 \text{ с}$  циклу близька до зміни за лінійним законом. Тому кутове прискорення, яке відповідає одному і другому закону зміни кутової швидкості, буде  $\varepsilon_{(1)} = \varepsilon_{(2)} \approx 100 \text{ с}^{-2}$ . Це означає, що інерційне навантаження на вал компресора при усталеному режимі роботи компресора буде приблизно у 2,5 рази меншим, ніж при розгоні.

В результаті виконання даної роботи можна зробити такі висновки:

- практичне використання уточненої статичної характеристики асинхронних електродвигунів разом з числовим способом розв'язання диференціальних рівнянь Адамса-Крилова дало можливість отримати закон руху поршневого компресора як при його пуску під навантаження, так і при усталеному режимі його роботи;

- отриманий закон руху компресора при його пуску і усталеному русі дав, у свою чергу, можливість встановити, що інерційний момент, який відноситься до колінчастого вала компресора, приблизно у 2,5 рази більший при пуску, ніж при усталеному режимі його роботи;

- порівняння законів руху компресора у випадках його привода від асинхронного електродвигуна і двигуна з постійним обертальним моментом вказує на їх якісну подібність, але графік закону руху компресора з приводом від асинхронного двигуна зміщений у бік меншого кута повороту вала компресора, характеризується дещо більшою середньою швидкістю. Якщо обчислювати коефіцієнт нерівномірності

ходу компресора  $\delta$ , то він буде меншим у випадку врахування статичної характеристики електродвигуна;

- визначення закону руху компресора при його пуску і усталеному русі дало можливість встановити час розгону компресора.

Розроблена у даній роботі методика дослідження може бути використана в інженерній практиці для визначення закону руху будь-якої реальної машини. Цю методику можна використати при розв'язанні задачі динамічного синтезу машини, а саме при визначенні її додаткового моменту інерції (моменту інерції маховика), при якому буде забезпечений потрібний коефіцієнт нерівномірності ходу машини. Крім того, приймаючи за основу виконану роботу, можна ставити задачі, в яких машинний агрегат розглядатиметься як двома сова, чи навіть тримасова система, і досліджувати динамічні процеси, що відбуваються у ньому. Останні дві задачі можна розглядати як перспективу подальших досліджень.

### Література

- 1 Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов [Текст] / И.И.Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
- 2 Теория механизмов и машин [Текст]: учебник для вузов / К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Мусатов и др. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
- 3 Столярчук В.Ф. Исследование движения и динамика машин, оборудованных электроприводом [Текст] / В.Ф.Столярчук, Н.Ф.Рачинец, Б.М.Гладько. – Львов: Изд-во Львовского ун-та, 1972. – 171 с.
- 4 Коловский М.З. Динамика машин [Текст] / М.З.Коловский. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1989. – 262 с.
- 5 Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин [Текст]: учебник для вузов / Г.Г.Баранов. – М.: Машиностроение, 1967. – 508 с.
- 6 Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст]: учебн. пособие для студентов вузов / Н.В.Копченова, И.А.Марон. – М.: Наука, 1972. – 368 с.
- 7 Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник для вузов [Текст] / М.Г.Чиликин, А.С.Сандлер. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
- 8 Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики: справочник [Текст] / П.Ф.Фильчаков. – К.: Наукова думка, 1970. – 745 с.
- 9 Френкель М.И. Поршневые компрессоры. Теория, конструкции и основы проектирования [Текст] / М.И.Френкель. – Л.: Машиностроение, 1969. – 744 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії  
10.07.12

Рекомендована до друку професором  
**М.С. Воробйовим**