

## МЕТОД РОЗРАХУНКУ РЕЖИМІВ РОБОТИ СИСТЕМ МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДІВ

О.В. Тимків, В.Б. Михалків

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 727139,  
e-mail: [tymkiv\\_o\\_wat2007@yahoo.com](mailto:tymkiv_o_wat2007@yahoo.com), [vmihal kiv@mail.ru](mailto:vmihal kiv@mail.ru)

Для оперативного керування режимом роботи газотранспортних систем необхідно побудувати досить прості і точні моделі функціонування окремих частин системи: компресорних станцій, лінійних ділянок, регулюючої та запірної арматури тощо. Методи опису елементів даних систем повинні відзначатися гнучкістю, універсальністю, високим ступенем точності та зручності при розробці обчислювальних програм. Крім того, необхідні засоби для з'єднання моделей окремих елементів у загальну систему. За характером протікання процесів в газопроводах їх можна поділити на стаціонарні і нестаціонарні. Найбільш складно моделювати неізотермічні неусталені режими течії газу трубопроводом. В роботі запропоновано одномірний опис процесів перекачування газу трубопроводом. При цьому течія в каналі розглядається з постійними по перерізу труби швидкістю, температурою, тиском і густиною газу. Зміна цих параметрів може відбуватись тільки в одному напрямку – вздовж осі трубопроводу.

Ключові слова: газопровід, система, течія, теплообмін, диференціальне рівняння.

Для оперативного управления режимом работы газотранспортных систем необходимо построить достаточно простые и точные модели функционирования отдельных частей системы: компрессорных станций, линейных участков, регуливающей и запорной арматуры и т.д. Методы описания элементов данных систем должны отличаться гибкостью, универсальностью, высокой степенью точности и удобства при разработке вычислительных программ. Кроме того, необходимы средства для соединения моделей отдельных элементов в общую систему. По характеру протекания процессов в газопроводах их можно разделить на стационарные и нестационарные. Наиболее сложно моделировать неадиабатические неустановившиеся режимы течения газа по трубопроводу. В работе предложено одномерное описание процессов перекачки газа по трубопроводу. При этом течение в канале рассматривается с постоянными по сечению трубы скоростью, температурой, давлением и плотностью газа. Изменение этих параметров может происходить только в одном направлении – по оси трубопровода.

Ключевые слова: газопровод, система, течение, теплообмен, дифференциальное уравнение.

To provide operational control of gas-transport system mode of operation, it is necessary to develop simple and precise models of individual system components functioning: compressor plants, line sections, control and check valves. Description methods of the system components shall be adaptable, versatile, high-accuracy and convenient for development of computing programs. Besides, relevant means to integrate models of individual elements in the general system are to be developed. The processes in gas pipelines can be divided into stationary and nonstationary processes by their nature. The nonisothermal transient modes of gas flow through the pipeline are the most difficult to simulate. The article presents unidimensional description of gas pumping process in the pipeline. The flow in the channel is analyzed with constant values of gas speed, temperature, pressure and density in the pipe section. The change of these parameters can only take place in one direction - along the pipeline axis.

Keywords: pipeline, system flow, heat exchange, differential equations.

Протяжність газотранспортної системи України складає понад 36 тис. км. В неї входять газопроводи діаметром до 1400 мм, міжниткові перемички, компресорні станції з різним типом привода, запірні арматури та ін. Впродовж останніх років розробляються надійні методи розрахунку газопроводів з метою ефективного забезпечення споживача газом, що, в свою чергу, вимагає створення складних імітаційних моделей газопроводів.

Для оперативного керування режимом роботи газотранспортних систем необхідно побудувати досить прості і точні моделі функціонування окремих частин системи: компресорних станцій, лінійних ділянок, регулюючої та запірної арматури тощо. Методи опису елементів даних систем повинні відзначатися гнучкістю, універсальністю, високим ступенем точності та зручності при розробці обчислювальних програм. Крім того, необхідні засоби для з'єднання моделей окремих елементів у загальну систему.

Тому розроблення нових ефективних методів розрахунку лінійної частини газотранспортних систем є актуальною проблемою.

Одним з найбільш відомих програмних комплексів, які описують рух газу трубопроводом, є OPGA власника STP Group. Безсумнівною перевагою ПК OPGA є його гнучкість та багатифункціональність. Він дає змогу здійснювати оціночне моделювання основних ситуацій, що виникають в процесі експлуатації газопроводів. Але в програмний комплекс не включені процедури, які дають змогу розраховувати властивості газу, алгоритми ідентифікації невимірюваних параметрів не передбачені. Крім того, фізико-математична модель OPGA захищена авторським правом і прихована від користувача, тому неможливо проаналізувати вид використаних в програмі моделей, що перешкоджає розумінню фізичного змісту параметрів, що вводяться, та ускладнює оцінку адекватності одержаних результатів.

**Мета і задачі досліджень.** Метою роботи є вибір найбільш придатного методу розрахунку складної газотранспортної системи при неусталеній течії газу.

Досягнення цієї мети передбачає:

- аналіз рівнянь неусталеної течії газу в складних газопроводах;
- аналіз рівнянь неусталеної теплопередачі складних газотранспортних систем;
- аналіз рівнянь опису стану природного газу.

**Об'єктом досліджень** є реальна газотранспортна система західного регіону України.

**Предметом досліджень** є режими роботи газотранспортних систем.

**Методи дослідження.** Обробка результатів теоретичних досліджень виконувалась із використанням:

- статистичних методів обробки інформації;
- методу групування;
- системного аналізу.

**Наукова новизна результатів досліджень:** визначено метод розрахунку течії газу в газотранспортній системі з врахуванням рівняння стану природного газу.

За характером протікання у газопроводах газотермодинамічні процеси їх можна поділити на стаціонарні і нестаціонарні. Оскільки внаслідок турбулентності руху газу в потоці спостерігаються пульсації параметрів у часі, то з фізичної точки зору чисто стаціонарні процеси в газопроводах неможливі, мова може йти лише про квазістаціонарні процеси, математичний опис яких з певним ступенем вірогідності може бути здійснений на основі моделей стаціонарного руху газу.

Найбільш складно моделювати неізотермічні неусталені режими течії газу трубопроводом.

Описуючи процеси перекачування природного газу магістральними газопроводами, як правило, задачі гідродинаміки і теплообміну розглядались окремо [1, 2]. За допомогою рівнянь гідродинаміки розв'язували задачі визначення полів швидкостей, тиску та густини газу. При цьому припускали, що кількість рівнянь руху, стану і нерозривності достатня для вирішення таких задач за умови, що коефіцієнти в'язкості та густини газу залежать тільки від тиску. Розглянуті також [3, 4] задачі теплообміну газу з навколишнім середовищем без врахування зміни тиску в часі за умови, що динамічні процеси стаціонарні. Це пояснювалось тим, що постійна часу перехідних теплових процесів у десятки і навіть сотні разів більша від постійної часу перехідних процесів гідродинаміки. Опираючись на дану закономірність, для спрощення методів розрахунку неусталених режимів пропонують [5,6] протікання газу або нафти розглядати в два етапи.

Вважається, що на першому етапі, тривалість якого для магістральних газопроводів не перевищує 1 ... 3 год. [7], відбувається значна зміна тиску та швидкості газу, а температура залишається практично постійною. На другому

етапі, який може тривати сотні годин, розподіл швидкості і тиску вже буде усталеним, і нестационарний теплообмін між газом і оточуючим трубопроводом ґрунтом відбувається доти, поки в ґрунті не встановиться стаціонарне температурне поле.

Однак результати праць [3, 5] засвідчують, що зміна швидкості потоку газу за течією та вздовж газопроводу впливає на характер й інтенсивність теплообміну газопроводу з навколишнім середовищем (повітря, вода, ґрунт). У свою чергу, зміна температурних напруг у навколишньому середовищі призводить не тільки до нового розподілу швидкостей, але й до зміни режиму течії газу. Тому задача моделювання процесів течії газу в газопроводі повинна включати як гідравлічні, так і термодинамічні рівняння, пов'язані в єдину систему.

Нестаціонарний процес теплообміну в рухомих суцільних середовищах описується системою диференціальних рівнянь у часткових похідних, які включають в себе [8]:

$$\begin{aligned}
 & - \text{рівняння руху} \\
 & \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} + W_y \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial y} + W_z \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial z} = \\
 & = \rho g x - \frac{\partial P}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial z} \right) + \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial W_z}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu \operatorname{div} \vec{W}), \\
 & \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial x} + W_y \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} + W_z \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial z} = \\
 & = \rho g y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial W_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial y} \right) + (1) \\
 & + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial W_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial W_z}{\partial y} \right) - \\
 & - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu \operatorname{div} \vec{W}), \\
 & \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial x} + W_y \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial y} + W_z \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} = \\
 & = \rho g z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial W_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W_z}{\partial y} \right) + \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial W_y}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \operatorname{div} \vec{W}),
 \end{aligned}$$

де  $x, y, z$  – просторові координати;  
 $W_x, W_y, W_z$  – проекції середньомасової швидкості на відповідні осі;

$\tau$  – час ;

$\rho$  – густина середовища, що перекачується;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$\mu$  – в'язкість газу;

$P$  – тиск середовища;

$\operatorname{div} \vec{W}$  – дивергенція швидкості;

– рівняння нерозривності

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

або у векторній формі

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{W} = 0;$$

– рівняння енергії

$$\frac{D_l}{\partial \tau} = \frac{\operatorname{div} \vec{q}}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{d\tau} + \frac{\Phi_l}{\rho} + \frac{q_v}{\rho}, \quad (3)$$

де  $D_l$  – коефіцієнт взаємної дифузії;

$q_v$  – скалярна величина вектора теплового потоку;

$\Phi_l$  – дисипативна функція Релея;

– рівняння стану [9]

$$f(P, \rho, T_2) = 0, \quad (4)$$

де  $T_2$  – температура стінки трубопроводу.

Щоб обмежити задачу, необхідно задати крайові умови, які діляться на часові та просторові. З них основними є початкові стани середовища, форма та розміри поверхні нагріву, швидкість, температура, умова стану середовища та умови теплообміну на межі. Завдання температурної граничної умови (середовище – стінка газопроводу) можна здійснювати включенням у систему (1)...(4) граничної умови четвертого роду, тобто коли прийняти, що перенесення тепла поблизу стінки відбувається за рахунок теплопровідності.

Аналітичне розв'язання цієї системи практично неможливе, а використання обчислювальних машин вимагає складних програм, які дають змогу розв'язувати тільки вузький клас задач. Тому виникає потреба спростити початкову систему, не змінюючи суттєво точності розв'язку.

Найчастіше використовують рівняння, які описують режим транспортування газу трубопроводом за умови, що течія середовища осесиметрична. Тоді рівняння енергії, руху, нерозривності та теплопровідності зручно перевести у циліндричні координати [8]. Такий підхід [3, 10] широко застосовується в інженерних розрахунках, оскільки задача про теплообмін зі змінним по периметру тепловим потоком практично не вивчена.

Оскільки попередні методики призначені для оперативного керування газотранспортними системами, то температуру повітря доцільно розглядати як середнє значення за період, що нас цікавить, наприклад, місяць, декаду тощо.

При великому обсязі інформації про динаміку кліматичних даних по трасі газопроводу за температуру повітря можна взяти її математичне очікування.

При проведенні розрахунків режимів газопроводів на короткий період можна використати значення температури повітря за прогнозами метеорологів. Вибір того чи іншого способу залежить від точності початкової інформації.

Для даного перерізу по довжині трубопроводу можна прийняти припущення, які, як по-

казали розрахунки, дають змогу отримати хороші результати при невеликих відхиленнях від поверхні:

а) ґрунт вважається ізотропним;

б) теплофізичні властивості ґрунту не залежать від його температури;

в) фазові переходи води у пару в ґрунті не враховуються (оскільки температура газу згідно з прийнятими нормами менша від 100 °С);

г) у будь-який момент часу для ґрунту розглядається стаціонарна задача.

Останнє пояснюється тим, що, як свідчить досвід, експлуатація газотранспортних систем через один-півтора року з моменту пуску виходить на періодичний, близький до стаціонарного тепловий режим.

Крім того, в проміжку часу, для якого розв'язуються задачі оперативного керування, температура оточуючого ґрунту змінюється незначно за рахунок того, що коефіцієнт теплопровідності ґрунту менший від коефіцієнта теплопровідності металу, а товщина ґрунту значно більша від товщини стінки трубопроводу. Отже, при оперативному керуванні зміною температури ґрунту в часі на деякій, досить близькій від газопроводу, відстані значенням  $R_{zp} \ll h_0 - R_g$  можна знехтувати. Причому величину  $R_{zp}$  можна оцінити за допомогою чисельного експерименту.

Для визначення температури ґрунту у всіх перерізах по довжині газопроводу на відстані  $R_{zp}$  від нього можна використати рівняння Лапласа, яке описує стаціонарне температурне поле ізотропного ґрунту. Цю задачу можна розв'язати за допомогою наближених аналітичних методів. У працях [3] одержано наближений розв'язок аналогічної задачі, перейшовши до нових змінних за допомогою інваріантного конформного відображення.

Розглянутий метод дає змогу звести загальну задачу опису процесів перекачування газу трубопроводом до симетричної відносно осі газопроводу.

Слід відзначити, що для рівнянь (1)...(3) чисельний розв'язок отримати досить важко. У праці [8] показано, що можна знехтувати подачею тепла від повздовжніх перетоків та дисипацією енергії через тертя порівняно з подачею тепла до перекачуваного середовища від стінок, а також величиною динамічної в'язкості, оскільки вона незначна. Крім того, при помірних швидкостях течії газу робота зовнішніх сил і кінематична енергія потоку незначні порівняно з його ентальпією [8]. Тому при турбулентному нестационарному осесиметричному протіканні газу в трубі рівняння руху після порівняльної оцінки членів можна записати [5] як

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial \tau} + W_r \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial r} + W_x \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} &= \\ &= -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\mu_T \partial W_x}{r \partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu \frac{\partial W_x}{\partial r} \right), \quad (5) \\ \frac{\partial(\rho W_r)}{\partial \tau} + W_r \frac{\partial(\rho W_r)}{\partial r} + W_x \frac{\partial(\rho W_r)}{\partial x} &= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho W_r^2)}{\partial r} \end{aligned}$$

рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r}(\rho W_r) + \frac{\partial(\rho W_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

та рівняння енергії

$$\frac{d(\rho_i)}{\partial \tau} = -\text{div}[(\lambda + \lambda_T) \text{grad} \bar{T}] + \frac{dP}{d\tau},$$

де  $\mu_T$  – коефіцієнт турбулентної в'язкості;

$W_r$  – турбулентні пульсації радіальної складової швидкості;

$\lambda_T$  – коефіцієнт турбулентної теплопровідності.

Змінні  $\mu_T$ ,  $W_r$  не є фізичними константами і визначаються структурою течії, тому для замикання системи рівнянь, які описують течію газу трубопроводом, необхідно ввести нові співвідношення. Для стаціонарних течій ця проблема вирішується у ряді випадків за допомогою напівемпіричних теорій турбулентності або відомого з експериментів розподілу турбулентних параметрів для простих типів течії. При цьому для стабілізованих течій з розвинутою турбулентністю, коли молекулярна в'язкість настільки мала порівняно з турбулентною, що можна нею знехтувати, частіше застосовують напівемпіричну теорію переносу імпульсів. Теорія Прандтля базується на припущенні, що при турбулентному русі об'єми рідини, переміщуючись у поперечному напрямі на відстані  $l$ , зберігають свою швидкість в напрямі основного руху. Зокрема, для розрахунку величини коливної напруги  $\tau_T$  Прандтль вивів залежність

$$\tau_T = \rho \left( l \frac{dW_x}{dr} \right),$$

де  $W_x$  – середня повздовжня швидкість.

Величина  $l$  характеризує течію в точці, яка розглядається, і обчислюється на основі гіпотези

$$l = \chi r,$$

де  $\chi$  – постійна, що визначається з досліду.

Використання цієї теорії для кількісних розрахунків вимагає включення експериментальних даних. Внаслідок того, що дійсна поведінка турбулентної течії значно відрізняється від моделей течії, що дає змогу отримати напівемпірична теорія Прандтля, результати розрахунків часто не узгоджуються з експериментальними спостереженнями [5]. Для турбулентних нестационарних течій досі не вдалось отримати строгої, з точки зору теоретичної фізики, замкненої системи рівнянь навіть при використанні напівемпіричних теорій.

Теоретичний аналіз нестационарних турбулентних течій ускладнюється, здебільшого, відсутністю даних про характер зміни параметрів турбулентності в нестационарних умовах. Тому більшість робіт присвячено вивченню турбулентної структури нестационарних потоків і побудові гіпотез, які дають змогу замкнути початкову систему рівнянь.

У напівемпіричних теоріях використовують деякі додаткові зв'язки між характеристиками турбулентної структури, знайдені чисто дослідним шляхом або взяті у формі припущень до прийнятої моделі течії. Наприклад, згідно з напівемпіричною теорією, запропонованою А. П. Колмогоровим і Л. Прандтлем і розвинутою А. С. Моніним [11], Г. С. Глушко [11], до рівнянь Рейнольдса і нерозривності додається рівняння для масштабів і балансу кінетичної енергії турбулентності  $E_t$ . Загальний вигляд системи рівнянь, співвідношення для апроксимації окремих членів подаються у праці [5]. Одержаний чисельний розв'язок цієї задачі якісно узгоджується з експериментальними даними [12]. Аналіз різних теорій турбулентності та результатів розрахунків дав підстави авторам стверджувати, що існує розбіжність і суперечливість даних та їх інтерпретації. Найважливіші поняття турбулентності визначаються різними дослідниками по-різному.

Розвиток напівемпіричних теорій турбулентності для випадку нестационарних течій є першочерговою проблемою, оскільки застосування напівемпіричних теорій Прандтля або Кармана можливе тільки при квазістаціонарному методі розрахунку, коли у кожен момент часу реальні характеристики потоку в каналі замінюються стаціонарними. Водночас проведені дослідження досить переконливо доводять неправомірність квазістаціонарного методу розрахунку гідравлічних втрат у загальному випадку.

Найбільш серйозний недолік наведених теорій у припущенні про постійність фізичних властивостей середовища та його нестискуваності, інколи допускається однозначність густини тиску. Так, обмеження суттєві для газу, який перекачується трубопроводом оскільки властивості газу більшою мірою залежать від температури і тиску, а умова стискання викликає значні труднощі при визначенні товщини граничного шару. Крім того, для нестационарних процесів транспортування газу виникає проблема допустимості осереднення турбулентних течій [5]. Тому для розрахунків, пов'язаних із транспортуванням газу магістральними газопроводами, найбільше значення мають рівняння, в яких нехтують змінними, що визначаються структурою течії. При цьому турбулентність вдається врахувати на етапі ідентифікації моделей на основі диспетчерських даних.

З урахуванням незначної зміни тиску по перерізу трубопроводу  $\left( \frac{\partial P}{\partial r} \approx 0 \right)$  у рівняння руху можна ввести коефіцієнт гідравлічного опору  $\xi$  і розглядати це рівняння та рівняння нерозривності в одномірній постановці [9].

Тому виникає необхідність у розробленні методу розрахунку течії газу в газотранспортній системі з врахуванням рівняння стану природного газу.

При моделюванні процесу перекачування газу магістральними трубопроводами можна виділити дев'ять основних етапів:

1) вибір раціонального класу моделей газо-транспортної системи, виходячи з теоретичних і практичних досліджень;

2) вибір математичної моделі зовнішнього середовища на основі необхідного обсягу інформації про зміну температури, тиску та витрати газу на межах дільниці, що досліджується;

3) здійснення безперервного збору та обробки диспетчерських даних для розв'язання обернених задач і прогнозування станів зовнішнього середовища;

4) визначення гідродинамічних і теплофізичних параметрів газотранспортної системи;

5) перевірка на адекватність моделі, що дає змогу виявити можливі дефекти підгонки, а також їх причини;

6) прогнозування вхідних значень температури, тиску та витрати газу;

7) розрахунок зміни станів газопроводу на основі проведених уже етапів;

8) припинення розв'язування прямої задачі при надходженні вимірювальної інформації в процесі розрахунку;

9) уточнення значення відновлювальних параметрів під час адаптації, як правило, за один ітеративний крок.

Усі гідравлічні особливості реальних течій газу в трубопроводі виражаються коефіцієнтом  $\xi$ . З урахуванням кількісних оцінок, які входять у рівняння, систему (5) можна подати у вигляді

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = -W \frac{\partial M}{\partial x} - F \frac{\partial P}{\partial x} - W \xi \frac{M}{2D} - \rho g F \frac{dz}{dx},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\frac{1}{F} \frac{\partial M}{\partial x}, \quad (6)$$

де  $M = \rho W F$ ;

$$-\rho \frac{\partial W_x}{\partial x} \left( C_p T_2 + \rho T_2 \frac{\partial C_p}{\partial \rho} \right) + \left( T \rho_2 \frac{\partial C_p}{\partial T_2} + \rho C_p \right) \times$$

$$\times \left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} \right) +$$

$$+ \frac{\partial \lambda}{\partial T_2} \left[ \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_2}{\partial r} \right)^2 \right] + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (7)$$

При розв'язуванні задачі тепломасообміну рівняння (5... (6) розглядають спільно.

Інколи при невеликих змінах температури і, як наслідок, незначних коливаннях величин

$\frac{\partial \lambda}{\partial T_2}$ ,  $\frac{\partial C_p}{\partial T_2}$  деякими членами рівняння енергії можна знехтувати:

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} \right) - W_x \frac{\partial T_2}{\partial x}. \quad (8)$$

Розв'язання такої задачі дає хороші результати, однак для розрахунку на ЕОМ витрачається досить багато часу [13], що ускладнює використання даної постановки при оперативному керуванні. Це суттєвий недолік, тому доцільно на основі періодичного проведення роз-

рахунків по (8) використовувати більш прості рівняння, які при високій швидкості обчислень дають змогу отримати досить точні результати.

В інженерній практиці найчастіше застосовують одномірний опис процесів перекачування газу трубопроводом. При цьому течія в каналі розглядається з постійними по перерізу труби швидкістю, температурою, тиском і густиною газу. Зміна цих параметрів може відбуватись тільки в одному напрямку — вздовж осі трубопроводу. Звичайно, приймають середньомасову швидкість, а температуру визначають як середньокалориметричну в даному перерізі.

Однак у ряді праць, наприклад [14, 15], заперечується використання одномірного опису і, зокрема, використання поняття коефіцієнта тепловіддачі, коли температурна гранична умова наперед невідома, чи навіть коли вона відома, але  $T_{cm} \neq const$ .

Одномірний опис спряжених задач є менш строгий порівняно з три- або двомірним. Спряжені задачі важко піддаються розв'язанню [8] і для експериментального дослідження малоперспективні при моделюванні внаслідок необхідності забезпечувати подібність значної кількості критеріїв [5].

Тому широке застосування одномірних рівнянь, поняття  $\alpha_1$  і граничних умов третього ряду дало підставу [5, 6, 9] для висновку про можливість здійснення на практиці такого опису перекачування середовищ трубопроводом (особливо для турбулентної течії).

Отже, значне математичне спрощення задачі при одномірному описі досягається внаслідок введення коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_1$  і гідравлічного опору  $\xi$ . Коефіцієнт  $\alpha_1$  враховує те, як реальні процеси, які відбуваються у тримірній течії, визначають теплообмін зі стінкою в одномірному описі цих процесів. Використовуючи коефіцієнт тепловіддачі, рівняння енергії, можна переписати:

$$-\rho \frac{\partial W}{\partial x} \left( C_p T + \rho T \frac{\partial C_p}{\partial \rho} \right) + \left( T \rho \frac{\partial C_p}{\partial T} + \rho C_p \right) \times$$

$$\times \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial \lambda}{\partial P} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} +$$

$$+ \frac{U_{\alpha_1}}{F} (T_{CT} - T). \quad (9)$$

Коефіцієнти гідравлічного опору та тепловіддачі, які входять до системи рівнянь, не можна визначати в рамках однієї моделі, їх можна обчислити експериментально або у ході розв'язання двомірної, або (в загальному випадку) тримірної задачі. При цьому коефіцієнт  $\alpha_1$  можна знайти, якщо до системи рівнянь (7), (9) додати двомірне рівняння енергії зі системи (7), яка описує осесиметричну течію газу трубопроводом, Отримана система дає змогу знайти значення коефіцієнта нестационарної тепловіддачі в кожному перерізі і для будь-якого моменту часу  $\tau$ .

Недоліком цієї задачі є те, що вона вимагає розв'язку двомірних рівнянь теплопровідності для стінки трубопроводу й оточуючого ґрунту.

Цей недолік можна усунути, якщо ввести величину передачі тепла від труби у навколишнє середовище  $\alpha_2$  [6]:

Тоді рівняння теплопровідності для стінки трубопроводу можна розглядати в одновимірному описі

$$\frac{\partial T_{CT}}{\partial \tau} = \alpha_{CT} \frac{\partial^2 T_{CT}}{\partial x^2} + \frac{2\pi R_{CT} \alpha_2}{C_{CT} \rho_{CT} F_{CT}} (T_{OC} - T_{CT}) + \frac{2\pi R \alpha_1}{C_{CT} \rho_{CT} F_{CT}} \cdot (T - T_{CT}), \quad (10)$$

який разом зі системою рівнянь (6), (9) характеризує нестационарну течію газу.

Для опису функціонування складної газотранспортної системи передбачається використання агрегативного підходу до теорії складних систем [16]. Тому для кожного елемента мережі граничні умови при  $x=0$  і  $x=l$  слід задавати у вигляді рівнянь тиску та температури газу:

$$T = \Phi_1[\tau, 0], \quad P = \Phi_2[\tau, 0],$$

де нижні індекси вказують номер елемента мережі.

Для початкового та кінцевого елементів в мережі граничні умови відповідно при  $X=0$ ,  $X=l$  повинні задаватися у вигляді:

при  $X=0$

$$T = \Phi_1[\tau, 0], \quad P = \Phi_2[\tau, 0];$$

при  $X=l$

$$M = \Phi_3[\tau, L].$$

Функції  $\Phi_i$ ,  $i = 1 \dots 3$  визначаються за допомогою методів прогнозування станів зовнішнього середовища на основі експериментальних даних [13].

Нестационарні процеси в газопроводі при використанні ізотермічної і неізотермічної моделі перекачування зіставлені між собою за критерієм нестационарності режиму руху [13]

$$N = \frac{H\tau}{L^2}, \quad H = \frac{2C^2 d}{\xi W} \chi,$$

де  $\tau$  – тривалість перехідного процесу;

$L$  – приведена довжина газопроводу;

$\chi$  – параметр режиму;

$C$  – швидкість поширення малих збурень в газі,  $C^2 = kRT$ ;

$\bar{T}$  – середня температура газу початкового та кінцевого стаціонарних процесів, яка визначається як середнє арифметичне середніх стаціонарних температур цих процесів  $\bar{T} = 0,5(T_1 + T_2)$ ;

$T_1, T_2$  – середні по довжині стаціонарні температури початкового та кінцевого стаціонарних процесів;

$K = C_p/C_v$  – показник адіабати;

$\xi$  – коефіцієнт гідравлічного опору газопроводу діаметром  $d$ ;

$W$  – середня середньоінтегральна лінійна швидкість газу для початкового та кінцевого стаціонарних процесів, визначена як середнє арифметичне середніх швидкостей  $W_1$  і  $W_2$  відповідно початкового та кінцевого стаціонарних процесів,  $W = 0,5(W_1 + W_2)$ .

Швидкості  $W_1$  і  $W_2$  визначили при середніх стаціонарних значеннях тисків і температур для кожного з процесів:

$$W_{1,2} = \frac{M_{1,2} P_0 T_{cep, 1,2}}{F P_{cep, 1,2} T_0 \rho_0},$$

де  $F$  – площа перерізу трубопроводу;

$P_0, T_0$  – стандартні умови;

$\rho_0$  – густина газу при стандартних умовах;

$M_{1,2}$  – масова витрата для початкового (кінцевого) стаціонарного процесу.

Для розрахунку неусталеного неізотермічного режиму транспортування газу по трубопровідних системах необхідно спочатку визначити початкові розподіли температури, тиску, густини і масової витрати, у зв'язку з чим потрібно розв'язати відповідну стаціонарну задачу на основі середньоінтегральних значень вказаних величин. Нестационарний процес перекачування газу по трубопроводом описується системою диференціальних рівнянь:

руху

$$F \frac{\partial P}{\partial x} + W \xi \frac{M}{2D} + \rho g F \frac{\partial z}{\partial x} = 0;$$

нерозривності

$$M = const; \quad (11)$$

енергії

$$W \frac{\partial T}{\partial x} \left( T \rho \frac{\partial C_p}{\partial T} + \rho C_p \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial \lambda}{\partial P} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{U \alpha_1}{F} (T_{CT} - T) + \rho g W \frac{dz}{dx}.$$

Крім того, для стінки трубопроводу та ґрунту двовірні рівняння теплопровідності мають вигляд

$$\frac{\partial^2 T_{CT}}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{CT}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{CT}}{\partial r^2} = 0. \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 T_{gp}}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{gp}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{gp}}{\partial r^2} = 0. \quad (13)$$

Система (11)...(12) доповнюється такими граничними умовами:

– на межі  $x=0$  (на початку трубопроводу) задаються середньоінтегральні значення температури і тиску, за якими знаходиться з рівняння стану значення густини газу;

– на межі  $x=l$  (в кінці трубопроводу) задається середньоінтегральне значення масової витрати;

– на межі стінка – газ ( $r=R$ ), стінка – ґрунт ( $R_g=r$ ) задаються такі ж граничні умови, як і для нестационарного випадку;

– на межі  $r=R_g+R_{gp}$  задається гранична умова, причому для стаціонарного випадку значення  $\tilde{T}_{gp}^R$  виражається через невідому температуру стінки на межі стінка-ґрунт.

Розв'язання системи диференціальних рівнянь (11)...(12) разом з граничними умовами дає початковий розподіл температур, густини, тиску та масової витрати газу у всій області розв'язку задачі.

Розглянемо методику розрахунку рівняння стану реального газу на основі відомого складу суміші і питомої ізобарної теплоємності, значення якої необхідне для замикання системи рівнянь, які описують процес перекачування газу трубопроводом.

На даний час маємо понад 200 рівнянь станів реального газу [9]. У праці [17] детально розглянуті питання класифікації і вибору цих рівнянь. Аналіз термодинамічних характеристик природних газів, що транспортуються газопроводом, показує, що за початкову передумову при наступному виборі рівняння стану реального газу можна прийняти залежність запропоновану [13,18] для одержання рівняння стану газів на основі відомого складу суміші. Теоретичні передумови цього методу ґрунтовно викладені в [18]. Рівняння стану багатокомпонентної суміші отримують шляхом складання рівнянь станів компонентів через змінні  $T, \rho$  і подачі в такій же формі функції взаємодії  $F_{jk}$  бінарних сумішей. Як впливає із [9], для природних газів розбіжності між даними дослідів і тими, що розраховуються з рівняння стану за цим методом, становлять менше ніж 0,2 %.

Загальний вираз для складання рівняння стану багатокомпонентної суміші [9]

$$(P/\rho)_{CM} = \sum_{i=1}^n x_i (P/\rho)_i + \sum_j \sum_k x_j x_k F_{jk}, \quad (14)$$

де  $(P/\rho)$  – рівняння стану компонентів, які входять у суміш;

$x_i$  – мольні частки компонентів;

$F_{jk}$  – функція взаємодії, яка залежить від температури і густини. Причому для сумішей двох будь-яких газів  $F_{jk}$  можна записати як

$$F_{jk} = R(\alpha_{jk}(\rho) + \beta_{jk}(\rho)T \cdot 10^2 + \gamma_{jk}(\rho)T^{-2} \cdot 10^4), \quad (15)$$

де

$$\alpha_{jk}(\rho) = \sum_{i=1}^6 \alpha_i \rho^i 10^{-i}.$$

Рівняння стану окремих компонентів суміші мають такий вигляд:

$$\beta_{jk}(\rho) = \sum_{i=1}^6 b_i \rho^i 10^{-i}, \quad (16)$$

$$\gamma_{jk}(\rho) = \sum_{i=1}^6 c_i \rho^i 10^{-i},$$

де  $a_i, b_i, c_i$  — коефіцієнти.

У рівняннях (14)...(16)  $(P/\rho)$  має розмірність Дж/моль,  $\rho$  — кмоль/м<sup>3</sup>,  $T$ —К,  $R$ — газова постійна, яка становить 8,31143 кДж/ моль·К.

Значення коефіцієнтів  $a_i, b_i, c_i$  для різних газів, а також коефіцієнтів  $d_i, e_i, f_i$  для суміші двох різних газів наведені у праці [9]. Загальне рівняння стану суміші з урахуванням функції взаємодії сумішей

$$(P/\rho)_{CM} = R \left[ \sum_1^6 A_i \rho^i \cdot 10^{-i} + \sum_1^6 B_i \rho^i \cdot 10^{-i} \cdot T \cdot 10^{-2} + \sum_1^6 C_i \rho^i \cdot 10^{-i} T^{-2} \cdot 10^4 \right]. \quad (17)$$

Коефіцієнти  $A_i, B_i, C_i$  можна отримати з рівнянь (14)...(17) для даної групи суміші

$$A_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j^i x_j + x_1 \sum_{k=2}^n x_k d_i^k \quad (18)$$

$$B_0 = 100, \quad B_i = \sum_{j=1}^n b_j^i x_j + x_1 \sum_{k=2}^n x_k e_i^k \quad i=1...6,$$

$$C_i = \sum_{j=1}^n c_j^i x_j + x_1 \sum_{k=2}^n x_k f_i^k \quad i=1...6,$$

де верхній індекс  $k$  характеризує взаємодію метану з  $k$ -ю компонентою, а верхній індекс  $j$  визначає компоненту суміші.

Отже, з аналізу рівнянь неусталених неізо-термічних режимів транспортування газу випливає, що, незважаючи на певні досягнення, і надалі потрібно проводити дослідження з цих питань. До найбільш важливих теоретичних задач відносяться створення напівемпіричних теорій турбулентності на випадок нестационарної течії стиснутого середовища. У той же час для інженерних задач оперативного керування найбільш доцільний одномірний опис. Для його реалізації розроблені алгоритми:

- визначення параметрів газопроводу за диспетчерськими даними;
- побудови залежності властивостей газу від тиску, температури та масової витрати;
- визначення нестационарного коефіцієнта тепловіддачі від газу до стінки магістрального газопроводу на основі спільного розв'язку двомірної і одномірної рівнянь енергії;
- розрахунку складних газотранспортних систем із змінною структурою;
- перевірки адекватності моделей газотранспортної мережі.

Розроблений метод може бути впроваджений на газотранспортних підприємствах України.

### Література

- 1 Арцимович Г.В. Идентификация моделей гидравлики / Г.В. Арцимович. – Новосибирск: Наука, 1980. – 161 с.
- 2 Теория тепломассообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. – М.: Высшая школа, 1979. – 495 с.: ил., табл.
- 3 Калиткин Н.Н. Численные методы: учеб. пособие / Под ред. А.А. Самарского. – М.: Наука, 1978. – 512 с.: рис., табл.
- 4 Коздоба Л.А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности / Л.А. Коздоба. – М.: Наука, 1975. – 228 с.: ил., табл.
- 5 Кошкин В.К. Нестационарный теплообмен / В.К.Кошкин, Э.К.Калинин, Г.А.Дрейцер, С.А.Ярхо. – М.: Машиностроение, 1973. – 328 с.: ил., табл.
- 6 Кривошеин Б.Л. Выбор конструктивных параметров газопроводов с учетом нестационарных газодинамических процессов / Б.Л.Кривошеин, Ю.В.Колотилов, А.Б.Айнбиндер // Обзорная информация. Вып. 1. – М.: ВНИИЭ-газпром, 1988. – 42 с. – (Газовая промышленность. Транспорт и подземное хранение газа)

- 7 Крылов Г.В. Эксплуатация газопроводов Западной Сибири / Г.В.Крылов, А.В.Матвеев, О.А. Степанов, Е.И.Яковлев. – Л.: Недра, 1985. – 288 с.
- 8 Лыков А.В. Тепломассообмен: справочник, второе изд., перераб. и доп. / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. – 479 с.
- 9 Huayakorn P.S., Taylor C. A comparison of various mixed interpolation finite elements in the velocity-pressure formulation of the Navier – Stokes equations // Computers and Fluids. 1978. V. 6. P. 25-35.
- 10 Постнов В.А. Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений / В.А. Постнов, С.А. Дмитриев, Б.К. Елтышев, А.А. Родионов. – Л.: Судостроение, 1979. – 288 с.
- 11 Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А.Михеев, И.М.Михеева; 2-е изд., стереотип. М.А.Михеев. – М.: Энергия, 1977.
- 12 Монин А.С. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. Механика турбулентности / А.С.Монин, А.М.Яглом. – М.: Наука, 1967. – 720 с.: ил.
- 13 Ковалко М.П. Трубопроводный транспорт газа / М.П.Ковалко, В.Я.Грудз, В.Б.Михалків та ін. – Київ: АренаЕКО, 2002. – 600 с.
- 14 Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программированное введение в планирование эксперимента / Ю.П.Адлер, Е.В.маркова, Ю.В.Грановский. – М.: Наука, 1971. – 284 с.: ил.
- 15 Володин Ю.Г. Расчет коэффициентов трения и теплоотдачи при нестационарном неизоэнтальпическом течении несжимаемого газа в осесимметричных каналах / Ю.Г.Володин, О.П.Марфина // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2007. – №3. – С. 21-25.
- 16 Растринин Л.А. Введение в идентификацию объектов управления / Л.А.Растринин, Н.Е.Маджаров. – М.: Энергия, 1977. – 216 с.: ил.
- 17 Бикчентай Р.Н. Теплотехнические расчеты процессов транспорта и регазификации природных газов: справ. пособие / Р.Н. Бикчентай, А.К. Трошин, А.А. Вассерман. – М.: Недра, 1980. – 319 с.
- 18 Роуч П. Вычислительная гидродинамика / Пер.с англ. Гущин В.А., Митницкий В.Я. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*

*12.02.14*

*Рекомендована до друку  
професором Грудзом В.Я.  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
д-ром техн. наук Говдяком Р.М.  
(ІК «Машекспорт», м. Київ)*