© В.П. Нагорний
докт. техн. наук
І.І. Денисюк
канд. техн. наук
ІГФ НАН України

Спектральні характеристики акустичних хвиль за наявності режиму розчиненого газу в нафтоносному пласті

УДК 532.595

У статті розглянуто взаємодію акустичних хвиль із пухирцями газу та досліджено спектральні характеристики хвиль тиску, що випромінюються газовими пухирцями в режимі резонансу.

Ключові слова: акустика, газ, пухирець, резонанс, тиск, хвиля, частота.

В статье рассмотрено взаимодействие акустических волн с пузырьками газа и исследованы спектральные характеристики волн давления, излучаемых газовыми пузырьками в режиме резонанса.

Ключевые слова: акустика, газ, пузырек, резонанс, давление, волна, частота.

The article deals with the interaction of acoustic waves with bubbles of gas and spectral characteristics of pressure waves emitted by gas bubbles in the resonance mode.

Key words: acoustics, gas, bubble, resonance, pressure, wave, frequency.

Відомо [1], що в процесі зниження тиску до величини, меншої від тиску насичення нафти газом, із неї виділяється газ, що раніше знаходився у нафті в розчиненому стані. При цьому в пласті спостерігається двофазний режим течії нафти із пухирцями газу. Пухирцеві режими течії рідин досить детально досліджено в роботах [2–6]. У випадку неньютонівських рідин із пухирцями фізичні властивості одного середовища (рідини) суттєво змінюються у разі невеликих за масою і об'ємом домішок іншого середовища (пухирців газу) [7].

Найпростішою моделлю рідини з пухирцями газу є суміш із ідеальної рідини з рівномірно розподіленими в ній газовими пухирцями однакового розміру. Пухирці знаходяться на такій відстані один від одного, що взаємодія між ними здійснюється тільки через поле тиску. Радіальні пульсації газових пухирців обумовлені дією двох сил: сили пружного стискання газу в пухирці та сили інерції приєднаної маси рідини, що втягується в рух пульсаціями пухирців. У результаті газовий пухирець у рідині можна розглядати як осцилятор, який у лінійному наближенні описується рівнянням [7]

$$\ddot{V} + \omega_0^2 V = -\varepsilon p, \qquad (1)$$

де $\omega_0^2 = \dfrac{3\gamma p_0}{\rho_0 R_0^2}$ – частота власних коливань пухирця; V – об'єм пухирця; $\varepsilon = \dfrac{4\pi R_0}{\rho_0}$; R_0 – рівноважне значення радіуса пухирця; ρ_0, p_0 – початкові (незбурені) значення густини та тиску в рідині; p – відхилення тиску від рівноважного значення.

Приймаємо також, що характерна довжина акустичної хвилі велика порівняно не тільки з радіусом пухирців, але й із середньою відстанню між ними. За прийнятих допущень поле відхилення тиску від рівноважного значення в газорідинній суміші описується рівнянням [8–10]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho_0 n \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0, \qquad (2)$$

де $n = \dfrac{z}{V}$ – число пухирців в одиниці об'єму, z – концентрація пухирців; c – швидкість поширення акустичної хвилі в газорідинній суміші.

Після нескладних перетворень система рівнянь (1) та (2) зводиться до рівняння

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0 n \varepsilon \rho = \omega_0^2 \rho_0 n V, \qquad (3)$$

яке описує поширення акустичних хвиль у двофазному середовищі.

Розглянемо випадок, коли зміна об'єму газового пухирця описується залежністю

$$V = V_0 \sin \omega_0 t. \qquad (4)$$

Рівняння (3) за нульових початкових умов із урахуванням виразу (4) у зображеннях за Лапласом має вигляд

$$\frac{\partial^2 p_L}{\partial x^2} - \frac{s^2}{c^2} p_L - \rho_0 n \varepsilon p_L = \frac{V_0 \omega_0^2 \rho_0 n \omega_0}{s^2 + \omega_0^2}, \qquad (5)$$

де s – комплексний параметр.

Представимо рівняння (5) у вигляді

$$\frac{\partial^2 p_L}{\partial x^2} - k^2 p_L = A, \tag{6}$$

де $\qquad k^2 = \frac{s^2}{c^2} + \rho_0 n\varepsilon; \qquad A = \frac{V_0\omega_0^3\rho_0 n}{s^2+\omega_0^2}.$ (7)

Загальний розв'язок неоднорідного рівняння (6) такий

$$p_L = p_L^{\text{одн}} + p_L^{\text{неодн}}, \tag{8}$$

де $p_L^{\text{одн}}$ – загальний розв'язок однорідного рівняння; $p_L^{\text{неодн}}$ – частинний розв'язок неоднорідного рівняння.

Загальний розв'язок однорідного рівняння має вигляд

$$p_L^{\text{одн}} = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx}. \tag{9}$$

Будемо шукати частинний розв'язок неоднорідного рівняння (6) у вигляді суми (9), де $c_1(x)$ і $c_2(x)$ – деякі неперервно диференційовані функції, які знаходимо методом варіації функцій $c_1(x)$ і $c_2(x)$ [11].

Складемо систему:

$$\begin{aligned} c_1'(x)e^{kx} + c_2'(x)e^{-kx} &= 0; \\ c_1'(x)ke^{kx} - c_2'(x)ke^{-kx} &= A, \end{aligned} \tag{10}$$

де $c_1'(x)$ і $c_2'(x)$ – похідні за змінною x.

Розв'язуючи систему (10), знаходимо

$$c_1'(x) = \frac{A}{2k}e^{-kx}; \qquad c_2'(x) = \frac{-A}{2k}e^{kx}.$$

Звідси

$$c_1(x) = -\frac{A}{2k^2}e^{-kx}; \qquad c_2(x) = -\frac{A}{2k^2}e^{kx}. \tag{11}$$

Отже, частинний розв'язок неоднорідного рівняння (6) такий

$$p_L^{\text{неодн.}} = \left(-\frac{A}{2k^2}\right)e^{-kx}e^{kx} - \frac{A}{2k^2}e^{kx}e^{-kx} = -\frac{A}{k^2}. \tag{12}$$

Таким чином, загальний розв'язок неоднорідного рівняння (6) має вигляд

$$p_L = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx} - \frac{A}{k^2}. \tag{13}$$

Із початкової умови при x=0 p_L=0 та фізичних міркувань, що зі збільшенням відстані x від джерела навантаження тиск p зменшується, знаходимо

$$c_1 = 0; \qquad c_2 = \frac{A}{k^2}. \tag{14}$$

Отже, загальний розв'язок неоднорідного рівняння (6) у зображеннях за Лапласом має вигляд

$$p_L = \frac{A}{k^2}\left(e^{-kx} - 1\right). \tag{15}$$

Враховуючи позначення (7), розв'язок (15) представимо таким чином

$$p_L = \left(\frac{V_0\omega_0^3\rho_0 n}{s^2+\omega_0^2}\right)\frac{1}{\left(s^2/c^2 + \rho_0 n\varepsilon\right)}\left[\exp\left(-\frac{x}{c}\sqrt{s^2 + c^2\rho_0 n\varepsilon}\right) - 1\right]. \tag{16}$$

Перехід від тиску p_L у зображеннях за Лапласом до тиску $p\ (x,\ t)$ трудомісткий і не завжди тривіальний. Тому подальші дослідження провадитимемо із використанням спектральних характеристик хвиль, випромінюваних газовими пухирцями.

Спектральна характеристика поля тиску в газорідинному середовищі з урахуванням виразу (16) при $s=j\omega$ має вигляд

$$s_p(x,\omega) = \frac{V_0\omega_0^3\rho_0 n c^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\left(c^2\rho_0 n\varepsilon - \omega^2\right)}\left[\exp\left(-\frac{x}{c}\sqrt{c^2\rho_0 n\varepsilon - \omega^2}\right) - 1\right]. \tag{17}$$

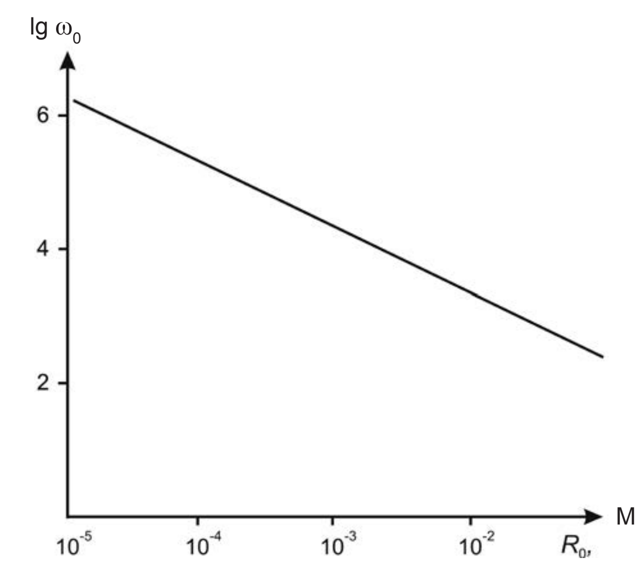

Рис. 1. Графічна залежність lg ω_0 від радіуса пухирця R_0

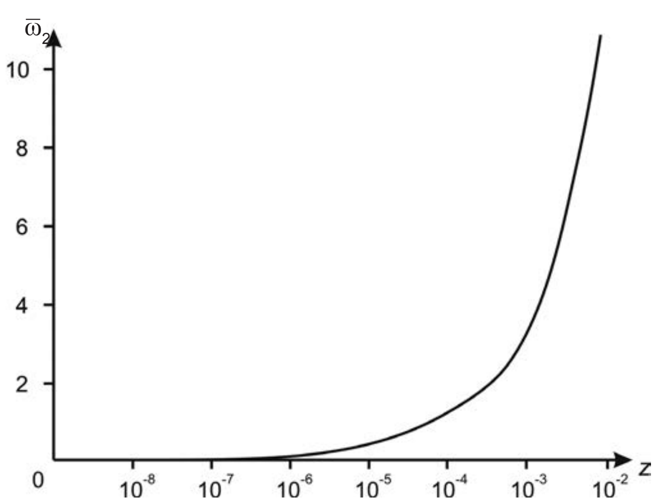

Рис. 2. Графічна залежність безрозмірної частоти $\overline{\omega}_2$ від концентрації z пухирців

Із виразу (17) видно, що функція $s_p(x, \omega)$ досягає максимального значення під час акустичної дії на частоті власних коливань газового пухирця $\omega_1 = \omega_0$ та на частоті $\omega_2 = \sqrt{c^2 \rho_0 n \varepsilon}$. Це так звані резонансні частоти. Граничне значення функції $s_p(x,\omega)$ на частоті $\omega^2 \to c^2 \rho_0 n \varepsilon$ знаходимо таким чином

$$s_p(x,\omega) =$$

$$= \frac{V_0 \omega_0^3 \rho_0 n c^2}{\left(\omega_0^2 - c^2 \rho_0 n \varepsilon\right)} \lim_{\omega^2 \to c^2 \rho_0 n \varepsilon} \frac{e^{-\frac{x}{c}\sqrt{c^2 \rho_0 n \varepsilon - \omega^2}} \left[-\frac{x}{2c}\left(c^2 \rho_0 n \varepsilon - \omega^2\right)^{-1/2} \right](-2\omega)}{(-2\omega)} = \infty. \quad (18)$$

Відомо [7], що власна частота коливань газового пухирця визначається за виразом

$$\omega_0 = \frac{1}{R_0}\sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_0}}. \quad (19)$$

При $\gamma = \frac{4}{3}$, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\rho_0 = 900$ кг/м³ із (19) отримаємо

$$\omega_0 = \frac{21{,}08185}{R_0}. \quad (20)$$

У табл. 1 приведено значення частоти ω_0 і lg ω_0 залежно від радіуса газового пухирця R_0.

За даними табл. 1 на рис. 1 приведено графічну залежність lg ω_0 від радіуса пухирця R_0.

Із рис. 1 видно, що зі збільшенням радіуса R_0 пухирця величина lg ω_0 зменшується.

Другий резонанс відбувається на частоті

$$\omega_2 = \sqrt{c^2 \rho_0 n \varepsilon}. \quad (21)$$

Враховуючи, що $\varepsilon = \frac{4\pi R_0}{\rho}$, $n = \frac{z}{V_0}$, із (21) отримаємо

$$\omega_2 = \frac{c\sqrt{3}}{R_0}\sqrt{z}. \quad (22)$$

Із виразу (22) видно, що за фіксованих c, R_0 частота ω_2 залежить від концентрації газових пухирців z. Так, при $c = 1300$ м/с, $R_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ м із (22) маємо

$$\omega_2 = 2251666\sqrt{z}. \quad (23)$$

Результати розрахунків за формулою (23) приведено в табл. 2 і на рис. 2 у діапазоні $z = 1 \cdot 10^{-8} \ldots 1 \cdot 10^{-2}$ (при $\omega_0 = 21081{,}85$ 1/с) [7].

Аналіз графіка рис. 2 показує, що в області значень концентрації пухирців $z = 10^{-3} \ldots 10^{-2}$ відбувається стрімке зростання величини безрозмірної частоти $\overline{\omega}_2$.

Увівши безрозмірну частоту $\overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, представимо залежність (17) у вигляді

$$s_p(x,\overline{\omega}) = \frac{V_0 \rho_0 n c^2 \left[\exp\left(\frac{-x\omega_0}{c} \sqrt{\frac{c^2 \rho_0 n \varepsilon}{\omega_0^2} - \overline{\omega}^2} \right) - 1 \right]}{\omega_0 \left(1 - \overline{\omega}^2\right)\left(\frac{c^2 \rho_0 n \varepsilon}{\omega_0^2} - \overline{\omega}^2 \right)}. \quad (24)$$

Таблиця 1

Значення частот ω_0 і lg ω_0 за різних величин R_0

R_0, м	$1 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
ω_0, 1/с	210,8185	2108,185	21081,85	210818,5	2108185,0
lg ω_0	2,324	3,324	4,324	5,324	6,324

Таблиця 2

Значення безрозмірної частоти $\overline{\omega}_2$ за різних концентрацій z пухирців

z	0	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$
ω_2, 1/с	0	225,16	712,04	2251,6	7120,4	22516,6	71203,9	225166,6
$\overline{\omega}_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}$	0	0,011	0,034	0,107	0,338	1,068	3,377	10,68

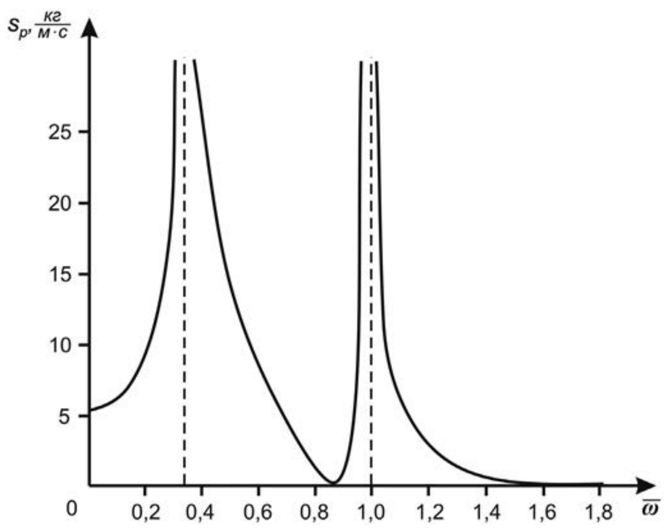

Рис. 3. Спектральна характеристика $s_p\left(0{,}5;\overline{\omega}\right)$ при $z = 1 \cdot 10^{-5}$

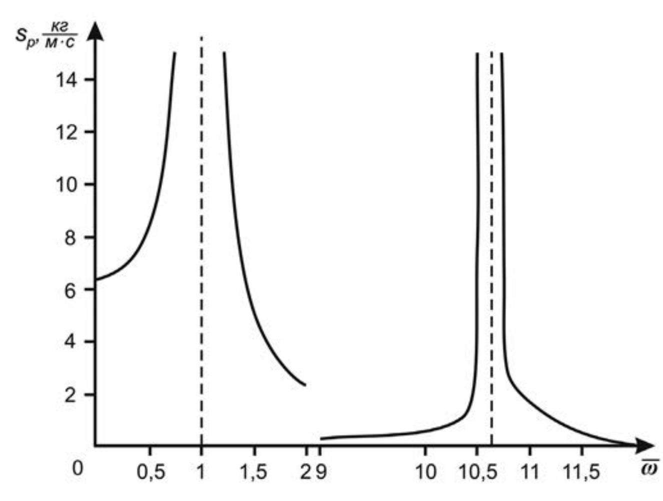

Рис. 4. Спектральна характеристика $s_p\left(0{,}5;\overline{\omega}\right)$ при $z = 1 \cdot 10^{-2}$

При вихідних даних: x = 0,5 м; $R_0 = 1\cdot10^{-3}$ м; c = 1300 м/с; $\gamma = 4/3$; $p_0 = 1\cdot10^5$ Па; $\rho_0 = 900$; кг/м^3; $\omega_0 = 21081{,}85$ с$^{-1}$; $V_0 = 4{,}2\cdot10^{-9}$ м^3; $z = 1\cdot10^{-5}$; n = 2381 1/м^3 спектральна характеристика (24) має вигляд

$$s_p\left(0,5;\overline{\omega}\right)=\frac{0,7215\left[\exp\left(-8,108\sqrt{0,1137-\overline{\omega}^2}\right)-1\right]}{\left(1-\overline{\omega}^2\right)\left(0,1137-\overline{\omega}^2\right)}. \quad (25)$$

На рис. 3 приведено спектральну характеристику при акустичній дії на двофазне середовище із концентрацією газових пухирців $z = 1\cdot10^{-5}$.

Із рис. 3 видно, що під час акустичної дії на двофазне геосередовище із концентрацією газових пухирців $z = 1\cdot10^{-5}$ надлишкове поле тиску досягає максимальних значень на частотах $\overline{\omega}=0,3372$; $\overline{\omega}=1,0$ і тому саме на цих частотах можна досягти найбільш ефективного оброблення газорідинного флюїду. Значення кругових частот для умов нашого прикладу такі:

$$\omega_1 = 7108,8 \text{ Гц та } \omega_2 = 21081,85 \text{ Гц}.$$

За попередніх вихідних даних для концентрації газових пухирців $z = 1\cdot10^{-2}$ (що відповідає $n = 23{,}81\cdot10^5$ 1/м^3) із виразу (24) отримаємо

$$s_p\left(0,5;\overline{\omega}\right)=\frac{721,5\left[\exp\left(-8,108\sqrt{113,71-\overline{\omega}^2}\right)-1\right]}{\left(1-\overline{\omega}^2\right)\left(113,71-\overline{\omega}^2\right)}. \quad (26)$$

На рис. 4 приведено спектральну характеристику акустичного поля тиску в двофазному газорідинному середовищі, розраховану за формулою (26) із концентрацією пухирців $z = 1\cdot10^{-2}$.

Під час акустичної обробки двофазного середовища із концентрацією пухирців $z = 1\cdot10^{-2}$, як видно із рис. 4, значення резонансних частот становлять $\overline{\omega}=1$ та $\overline{\omega}=10,66$, які відповідають круговим частотам $\omega_1 = 21081,85$ Гц та $\omega_2 = 224732,52$ Гц.

Висновок

Отже, під час акустичного оброблення газорідинних середовищ необхідно враховувати концентрацію газових пухирців, яка суттєво впливає на вибір частотних характеристик, від яких залежить результат акустичної дії. У процесі взаємодії акустичних хвиль тиску з пухирцями газу на їх резонансних частотах випромінювані пухирцями високочастотні хвилі, взаємодіючи з нафтою в порах і каналах фільтрації, призводять до зниження в'язкості нафти і послаблення її зв'язку з твердою фазою середовища пласта, що супроводжується покращенням фільтрації флюїду і підтверджується даними робіт [12, 13].

Список використаних джерел

1. **Бойко В.С.** Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений / В.С. Бойко. – М.: Недра, 1990. – 427 с.

2. **Волны** в жидкости с пузырьками /А.А. Губайдуллин, А.И. Ивандаев, Р.И. Нигматулин, Н.С. Хабеев // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. – 1982. – Т. 17. – С. 160–249. – (Сер. Механика жидкости и газа).

3. **Нагорний В.П.** Дослідження хвильового поля, що збуджується в нафтоносному пласті за наявності пухирцевого режиму течії флюїду / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, В.М. Ліхван, Т.А. Швейкіна // Нафт. і газова пром-сть. – 2011. – № 3. – С. 21–25.

4. **Нагорный В.П.** Исследование повышения эффективности пузырькового режима течения флюидов / В.П. Нагорный, И.И. Денисюк, В.М. Лихван, Т.А. Швейкина // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 5. – С. 80–82.

5. **Нагорный В.П.** Спектры и их приложения к задачам взрывного дела / В.П. Нагорный, И.И. Денисюк. – К.: Ессе, 2010. – 184 с.

6. **Накоряков В.Е.** Распространение волн в газо- и парожидкостных средах / В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев, И.Р. Шрейбер. – Новосибирск: Институт теплофизики, 1983. – 238 с.

7. **Поздеев В.А.** Импульсные возмущения в газожидкостных средах / В.А. Поздеев, Н.М. Бескаравайный, В.Г. Ковалев. – К.: Наук. думка, 1988. – 116 с.

8. **Руденко О.В.** Теоретические основы нелинейной акустики / О.В. Руденко, С.И. Солуян. – М.: Наука, 1975. – 288 с.

9. **Нагорний В.П.** Імпульсні методи інтенсифікації видобутку вуглеводнів / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк. – К.: Ессе, 2012. – 323 с.

10. **Островский Л.А.** Введение в теорию модулированных волн / Л.А. Островский, А.И. Потапов. – М.: Физматлит, 2003. – 400 с.

11. **Бугров Я.С.** Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Наука, 1985. – 464 с.

12. **Горбачев Ю.И.** Акустическое воздействие и повышение рентабельности разработки нефтяных месторождений / Ю.И. Горбачев // НТВ: Каротажник. – Тверь: ГЕРС, 2000. – Вып. 60. – С. 12–16.

13. **Дыбленко В.П.** Повышение продуктивности и реанимация скважин с применением виброволнового воздействия / В.П. Дыбленко, Р.Н. Камалов, Р.Я. Шариффулин, И.А. Туфанов. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2000. – 381 с.