УДК 618.513.6:622.691.4

АЛГОРИТМИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ КОМПРИМУВАННЯ ПРИРОДНОГО ГАЗУ

М.І. Горбійчук, А.М. Лазорів, І.І. Луцюк

ІФНТУНГ, 76019, м.Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 504521, e-mail: gorb@nung.edu.ua

Запропоновано технічний стан газоперекачувальних агрегатів оцінювати за допомогою певного рейтингу, в основі якого лежить відносний показник технічного стану ГПА. Задачу оптимального керування роботою компресорної станції сформульовано з врахуванням відносного показника технічного стану кожного агрегату, що дає змогу забезпечити мінімальні енергетичні витрати на компримування природного газу, враховуючи як технологічні обмеження, так і технічний стан кожного агрегату. На основі аналізу методів оптимізації показано, що отриману задачу найбільш раціонально розв'язати методом сепарабельного програмування.

Ключові слова: газоперекачувальний агрегат, критерій оптимальності, роздільні криві, відносний показник технічного стану, обмеження, сепарабельне програмування

Предложено техническое состояние газоперекачивающих агрегатов оценивать с помощью определенного рейтинга, в основе которого лежит относительный показатель технического состояния ГПА. Задача оптимального управления работой компрессорной станции сформулирована с учетом относительного показателя оценки технического состояния каждого агрегата, который дает возможность обеспечить минимальные энергетические расходы на компримування природного газа, учитывая как технологические ограничения, так и техническое состояние каждого агрегата. На основе анализа методов оптимизации показано, что полученную задачу наиболее рационально решать методом сепарабельного программирования.

Ключевые слова: газоперекачивающий агрегат, критерий оптимума, раздельные кривые, относительный показатель технического состояния, ограничения, сепарабельное программирование.

The technical state of gascompressor units is offered to estimate by the certain rating, which a relative index of the technical state of GPA is the basis of. The task of optimum management work of the compressor station is formulated taking into account the relative index of estimation of the technical state of every asm which enables to provide minimum power charges on компримування of natural gas, taking into account both technological limitations and technical state of every asm. It is rotined on the basis of analysis of methods of optimization, that the got task most rationally to decide the method of the separable programming.

Keywords: gascompressor unit, criterion of optimum, separate curves, relative index of the technical state, limitations, separable programming.

У роботі [1] запропоновано ідею оптимального розподілу потоків природного газу між окремими групами газогінних агрегатів за критерієм мінімальних енергетичних затрат на їх експлуатацію. При цьому допускалось, що характеристики однотипних нагнітачів у групі ідентичні і не змінюються з плином часу. Але у процесі експлуатації газоперекачувальних агрегатів (ГПА) природного газу відбувається зміна їх технічного стану під дією експлуатаційних чинників. Вплив таких чинників визначається, крім вказаного у [2], режимами роботи, властивостями робочого середовища, впливом оточуючої атмосфери, а також якістю і своєчасністю проведення ремонтних робіт, дотриманням обслуговуючим персоналом правил технічної експлуатації. Вплив конструктивно-виробничих та експлуатаційних чинників на показники роботи ГПА має випадковий характер і проявляється у їх відхиленні від паспортних даних.

Таким чином, актуальною є задача врахування технічного стану кожного нагнітача при розроблянні методу оптимального керування розподілу навантаження між паралельно з'єднаними нагнітачами, які утворюють групу. Для вирішення поставленої задачі у роботі [3] пропонується нагнітачі ранжувати за технічним станом, використовуючи для цього теорію нечітких множин. Основними параметрами, які визначають технічний стан i-того ГПА, були вибрані: швидкість накопичення продуктів спрацювання в моторній оливі, коефіцієнт технічного стану нагнітача за політропічним к.к.д., коефіцієнт технічного стану газотурбінного двигуна (ГТД) за потужністю, віброшвидкість та вібропереміщення (максимальні значення серед усіх контрольованих точок). На основі нечіткого висновку і за результатами опитуванням експертів визначались коефіцієнти завантаження кожного із ГПА, за величиною яких коректувались частоти обертання ротора відцентрових нагнітачі природного газу. Недоліком запропонованого методу є те, що для визначення коефіцієнта завантаження кожного із нагнітачів необхідно залучати експертів, що вносить суб'єктивний елемент у визначення числового значення такого коефіцієнта. Крім того, це ускладнює процес автоматичного визначення технічного стану кожного ГПА із групи паралельно працюючих агрегатів.

У даній роботі процес визначення коефіцієнта завантаження відцентрового нагнітача ґрунтується на інтегральному показникові [4], який комплексно характеризує технічний стан кожного ГПА.

Суть методу полягає ось у чому. Для певної частини чи вузла ГПА формуються показники їх технічного стану. З плином часу ці сформовані показники змінюють своє значення внаслідок деградації робочих органів ГПА. Якщо побудувати простори параметрів технічних станів, то значення таких параметрів утворять класи, які будуть відповідати різним станам окремих вузлів чи частинам ГПА. Припустимо, що кожний вузол чи частина характеризується $s_i^{(j)}$ станами (i – номер стану; j – номер вузла чи частини ГПА), які у просторі параметрів утворюють певні класи. Присвоїмо кожному класу певний рейтинг $r_i^{(j)}$, значення якого будуть характеризувати технічний стан вузла чи частини ГПА. Нехай у певний момент часу параметри, що характеризують технічний стан вузла чи частини ГПА, у просторі технічних станів відображаються точкою $\overline{P}^{(j)}$. У певний період експлуатації ГПА кожній точці $\overline{P}^{(j)}$ поставимо у відповідність певний рейтинг $r^{(j)}$. Тоді інтегральна оцінка технічного стану ГПА буде визначатись наступним чином:

$$R = r_i^{(1)} + r_k^{(2)} + \ldots + r_l^{(M)}, \qquad (1)$$

де: M - кількість агрегатів (вузлів) ГПА;

$i \in \{1,2,\ldots N_1 - 1\}$; $k \in \{1,2,\ldots N_2 - 1\}$; …;

$l \in \{1,2,\ldots N_M - 1\}$;

N_j, $j = \overline{1,M}$ – кількість класів у просторі технічних станів j-го агрегату (вузла) ГПА.

Останній клас $N^{(j)}$ відповідає передаварійному станові одному із вузлів (частині) ГПА. Якщо точка $\overline{P}^{(j)}$, $j = \overline{1,M}$, яка характеризує технічний стан вузла j (частини), потрапляє до класу N_j, то стан ГПА у цілому вважається передаварійним.

Якщо тепер технічний стан ГПА охарактеризувати K_q градаціями (наприклад, «нормальний», «задовільний», «передаварійний»), то при виконанні наступної умови:

$$R_{min}^{(q)} \le R < R_{max}^{(q)}, \qquad (2)$$

де $R_{min}^{(q)}$, $R_{max}^{(q)}$ – нижня і верхня межі K_q-градації, технічний стан ГПА відносимо до K_q-градації.

Для розбиття площини параметрів технічних станів на окремі класи використана нейронна мережа Кохонена.

Мережі Кохонена функціонують у відповідності з алгоритмом, у якому реалізований принцип конкуренції. Згідно з цим принципом мережа ініціалізується шляхом надання нейроном певних позицій у просторі і зв'язування їх з сусідами на постійній основі, тобто здійснюється функціонування мережі за правилом «переможець отримує все».

Припускається, що у просторі ознак кожний технологічний параметр, який характеризує технічний стан певного вузла ГПА, віднесений до певного класу. Необхідно побудувати роздільну поверхню між першим і другим класами; потім між другим і третім класами і т. д. Отже задача побудови роздільних функцій між M класами зводиться до побудови роздільних функцій між двома класами [5].

З метою інтегральної оцінки технічного стану ГПА оцінювався технічний стан найвідповідальніших його вузлів – мастильної системи, проточної частини та підшипників ВЦН. Технічний стан кожного із них характеризувався трьома класами, кожному із яких присвоєні такі назви: «нормальний», «задовільний», «передаварійний». Нехай рейтинг нормального стану – 3, задовільного – 2, а передаварійного – 1. Тоді потрапляння будь-якого із вказаних параметрів, які характеризують технічний стан ГПА, до однієї з областей, що помічена цифрою «1», буде означати перебування його у передаварійному стані. Наприклад, для чотирьох елементів, які аналізуються, нормальний стан ГПА буде мати місце тоді, коли $R = 12$. І, нарешті, задовільний стан ГПА буде визначатись умовою, яка випливає із співвідношення (2)

$$R_{min}^{(2)} \le R \le R_{max}^{(2)},$$

Для випадку, що розглядається $R_{min}^{(2)} = 8$; $R_{max}^{(2)} = 11$.

Допустимо, що жоден із паралельно працюючих ГПА не знаходиться у передаварійному стані. Для такого випадку визначимо відносний показник оцінки технічного стану i-го ГПА

$$k_i = \frac{R_i}{\sum_{j=1}^{m_н} R_j},$$

де $m_н$ – кількість ГПА.

Тоді задачу оптимізації процесу компримування природного газу сформуємо наступним чином: необхідно вибрати такий режим роботи кожного ГПА, щоб загальні витрати на компримування газу були б мінімальними

$$J(\overline{n}) = C\sum_{i=1}^{m} G_i(n_i), \qquad (3)$$

при виконанні наступних обмежень:

$$n_{i,\min} \le n_i \le n_{i,\max}, \; i = \overline{1, m_н}, \qquad (4)$$

$$q = \sum_{i=1}^{m} k_i \cdot Q_i(n_i), \qquad (5)$$

де: $\overline{n} = \left(n_1, n_2, \ldots, n_{m_н}\right)^T$ – вектор частот обертання роторів відцентрових нагнітачів природного газу; C – вартість одиниці об'єму паливного газу; $G_i(n_i)$ – об'ємна витрата технологічного газу віднесена до нормальних умов, яку споживає i-тий агрегат; $n_{i,\min}, n_{i,\max}$ – мінімальне та максимальне значення частот обертання ротора i-го нагнітача; $q = \frac{Q}{m_н}$ – середня продуктивність нагнітача у групі; $Q_i(n_i)$ – об'ємна продуктивність i-го нагнітача.

Мінімальне значення частоти обертання ВЦН $n_{i,\min}$ вибирається, виходячи з умови безпомпажного режиму роботи нагнітача.

У відповідності з технологічним режимом необхідно обмежити температуру газу на виході із нагнітача – T_{out} і температуру продуктів згоряння на виході ТНТ – T_v.

$$T_{out} \le T_{out}^{(\max)}, \qquad (6)$$

$$T_v \le T_v^{(\max)}, \qquad (7)$$

де $T_{out}^{(\max)}$, $T_v^{(\max)}$ – максимально допустимі значення величин T_{out} та T_v.

При виконанні обмежень (6)–(7) повинна виконуватись вимога забезпечення заданої продуктивності КС

$$Q = \sum_{i=1}^{m_н} Q_i(n_i). \qquad (8)$$

Тиск на вході нагнітача задається режимом роботи попередньої компресорної станції і він є відомим, а тиск на виході нагнітача повинен мати певне значення, тоді ступінь підвищення тиску газу у нагнітачі ε є визначеною величиною ε_0.

При врахуванні відносного показника оцінки технічного стану ГПА вираз (8) трансформується в обмеження (5).

Оскільки залежність температури викидних газів

$$T_{out}^{(i)} = f_1^{(i)}\left(n_i, T_{in}, \varepsilon_i, P_{in}, T_c, P_c\right) \qquad (9)$$

і температури газу на виході із ВЦН

$$T_v^{(i)} = f_2^{(i)}\left(n_i, T_{in}, \varepsilon_i, P_{in}, T_c, P_c\right) \qquad (10)$$

є функціями технологічних параметрів – температури газу на вході в нагнітач T_{in}, ступеня підвищення тиску газу ε, тиску газу на вході в нагнітач P_{in}, температури T_c та тиску P_c навколишнього середовища, які відомі, то підставивши їх у рівняння (9), (10), отримаємо залежності $T_{out}^{(i)} = \psi_2^{(i)}(n_i)$ і $T_v^{(i)} = \psi_4^{(i)}(n_i)$. Ці залежності будуть лише функціями однієї змінної n. Обмеження (6) і (7) задають верхню межу значень температур - $T_{out}^{(\max)}$ і $T_v^{(\max)}$, що приводить до отримання рівнянь $\psi_1^{(i)}\left(n_i^{(out)}\right) - T_{out}^{(\max)} = 0$ і $\psi_2^{(i)}\left(n_i^{(v)}\right) - T_v^{(\max)} = 0$. У результаті отримаємо рівняння, додатними коренями яких будуть величини – $n_{i,\max}^{(out)}$ і $n_{i,\max}^{(v)}$. Тоді $n_{i,\max} = \min\left(n_{i,\max}^{(out)}, n_{i,\max}^{(v)}, \tilde{n}_{i,\max}\right)$, де $\tilde{n}_{i,\max}$ – максимальне допустиме значення частоти обертання ротора нагнітача.

Для завершення формалізації задачі (3)–(5) необхідно витрату паливного газу G_i та продуктивність i-го нагнітача Q_i виразити через n_i

Проведений аналіз літературних джерел і роботи компресорних станцій виявив [6]–[8], що

$$\left\{G^{(i)}, Q^{(i)}\right\} = f_j\left(n_i, T_{in}, \varepsilon_i, T_c, P_c\right),$$

$$j = 3,\ 4,\ i = \overline{1, m_н}. \qquad (11)$$

Знаючи величини T_{in}, ε_i, P_{in}, T_c та P_c, із рівнянь (11), визначимо $G_i(n_i) = f_3^{(i)}(n_i)$ і $Q_i(n_i) = f_4^{(i)}(n_i)$.

Таким чином, оптимізація процесу компримування природного газу зводиться до знаходження мінімуму функціоналу (3) з врахуванням обмежень (4) і (5). При цьому в обмеженні (5) враховується технічний стан i-го ГПА через його відносний показник оцінки технічного стану k_i.

Задача (3)–(5) є задачею нелінійного програмування, для розв'язку якої можна використати прямі або непрямі методи.

У прямих методах безпосередньо використовують обмеження на змінні і пошук оптимального рішення здійснюють шляхом генерації послідовності значень $n_i^{(k)}$, $i = \overline{1, m}$, $k = 0, 1, 2, ...$ таких, що критерій оптимальності (5) зменшує своє значення в міру зростання k. Серед непрямих методів найчастіше використовують метод проекції градієнтів [9], метод змінного допуску [10] та метод Бокса [11].

У задачі нелінійного програмування обмеження утворюють деяку область Ω. Програмна реалізація методу починається з вибору деякої початкової точки $\overline{n}^{(0)}$, яка повинна бути внутрішньою точкою області Ω. Якщо $\overline{n}^{(0)}$ внутрішня точка області Ω, то метод розв'язання оптимізаційної задачі (3) – (5), зводиться до градієнтного методу

$$\overline{n}^{(k+1)} = \overline{n}^{(k)} + a_k \overline{p}_k,$$

де $\overline{p}_k$ – напрямок руху до оптимальної точки, який визначається з використанням інформації про градієнт функції.

Під час руху до оптимальної точки відбувається вихід на границю області Ω. Подальший рух точки у вибраному напрямку $-\overline{p}_k$ може призвести до порушення обмежень задачі (вихід за межі області Ω). Тому вектор $\overline{p}_k$ проектується на лінійне утворення L_k, яке апроксимує ділянку границі у точці $\overline{n}_k$. Рухаючись у напрямку, протилежному проекції $\overline{p}_k$ на L_k, знаходять точку $\overline{n}^{(k+1)}$, у якій $J\left(\overline{n}^{(k+1)}\right) < J\left(\overline{n}^{(k)}\right)$; приймають за початкове наближення і продовжують обчислювальний процес. Відмітимо, що алгоритм проекції градієнтів працює задовільно лише у тому випадку,

ISSN 1993—9868. Нафтогазова енергетика. 2011. № 2(15)

коли допустиму область Ω утворюють обмеження типу нерівностей. Остання обставина не є суттєвим обмеженням на використання методу, оскільки будь-яку рівність, яка виступає як обмеження у задачі оптимізації, можна подати у вигляді двох нерівностей.

У методі змінного допуску на певному k-ому кроці обчислень можливий вихід за межі допустимої області Ω. При цьому точка, яка знаходиться поза областю Ω, повинна бути близькою до допустимих. Точки, які знаходяться поза областю Ω, але близькі до допустимих, називають майже допустимими точками [10]. У процесі розв'язку задачі оптимізації віддалі між допустимими і майже допустимими точками скорочується, так що при $k \to \infty$ отримуємо оптимальну точку, яка належить області Ω. За такою стратегією оптимізаційного пошуку задачу (3) – (5) можна замінити простішою задачею [10]

$$\min : J(\overline{n})$$

при обмеженнях

$$\Phi^{(k)} - \Gamma(\overline{n}) \geq 0,$$

де: $\Phi^{(k)}$ – значення критерію змінного допуску на k-ому кроці обчислень;

$\Gamma(\overline{n})$ – позитивно визначений функціонал над множиною всіх функцій, які задають обмеження як у вигляді рівностей, так і у вигляді нерівностей.

Для розв'язання поставленої задачі, яка еквівалентна початковій задачі (3)–(5), можна застосувати метод аналогічний методу Нелдера-Міда [12]. У цьому випадку функція вибирається такою, щоб координати точок були вершинами здеформованого багатогранника у m-мірному просторі. Якщо s – число рівностей в обмеженнях задачі оптимізації, то $r = m - s$ число ступенів свободи критерію оптимальності $J(\overline{n})$, то $\Phi^{(k)} = \Phi^{(k)}\left(n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, ..., n_{r+1}^{(k)}, n_{r+2}^{(k)}\right)$, тобто точки $n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, ..., n_{r+1}^{(k)}, n_{r+2}^{(k)}$ є вершинами здеформованого многогранника E^m.

Функція Φ є критерієм, який характеризує порушення обмежень впродовж всього ітераційного процесу обчислень. Крім того, вона є критерієм, який дає змогу визначити момент закінчення розв'язку задачі оптимізації. Не існує єдиного способу вибору функції Φ. У [10] наведено один із можливих способів вибору такої функції:

$$\Phi^{(k)} = min\left(\Phi^{(k-1)}, \theta^{(k)}\right),$$

$$\Phi^{(0)} = 2(s+1)l,$$

де: l – величина, яка визначає розмір початкового багатогранника;

$$\theta^{(k)} = \frac{s+1}{r+1}\sum_{i=1}^{r+1}\left(\overline{n}_i^{(k)} - \overline{n}_{r+1}^{(k)}\right);$$

$\overline{n}_{r+1}^{(k)}$ – вектор, який визначає положення вершини, що відповідає центру ваги поточного багатогранника [12].

Величина $\theta^{(k)}$ залежить від розмірів поточного багатогранника, які можуть залишатись незмінними, збільшуватись або зменшуватись в залежності від того, яка із чотирьох операцій (відображення, розтяг, стиснення, редукція) використовується для переходу від $\overline{n}^{(k)}$ до $\overline{n}^{(k+1)}$.

Якщо в задачі оптимізації (3)–(5) через $h_i(\overline{n})$ позначити обмеження типу рівностей, а через $g_j(\overline{n})$ обмеження типу нерівностей, то [10]

$$\Gamma(\overline{n}) = \left(\sum_{i=1}^{s} h_i^2(\overline{n}) + \sum_{j=s+1}^{K} \pi_i g_i^2(\overline{n})\right)^{1/2}, \quad (12)$$

де: K – загальне число обмежень в задачі оптимізації;

π_i – функція Хевісайта, яка володіє такою властивістю: $\pi_i = 0$ при $g_i(\overline{n}) \geq 0$ і $\pi_i = 1$ при $g_i(\overline{n}) < 0$.

Функція $J(\overline{n})$ володіє такою властивістю, яка безпосередньо випливає із формули (12): якщо сума $\sum_{i=1}^{s} h_i^2(\overline{n})$ є опуклою, а всі функції $g_j(\overline{n})$ – вигнуті, то $\Gamma(\overline{n}) = 0$ має глобальний мінімум у будь-якій точці, яка належить області Ω. Остання властивість функції $\Gamma(\overline{n})$ дає підставу використовувати її як індикатор належності точки $\overline{n}^{(k)}$ до допустимого розв'язку: якщо $\Gamma(\overline{n}) = 0$, то $n^{(k)} \in \Omega$; у випадку, коли $\Gamma(\overline{n}) > 0$, $n^{(k)} \notin \Omega$. При цьому суттєвим є те, що за малих значень $\Gamma(\overline{n})$ точка $\overline{n}^{(k)}$ знаходиться неподалік від області Ω, якщо ж значення $\Gamma(\overline{n})$ є досить великим, то точка $\overline{n}^{(k)}$ лежить на значній віддалі від межі допустимої області.

У процесі обчислень позитивно визначена функція $\Phi^{(k)}$ монотонно зменшує своє значення. В той же час $\theta^{(k)}$ може зростати або зменшуватись, але при наближенні до екстремальної точки і $\theta^{(k)}$, і $\Phi^{(k)}$ прямують до нуля.

Якщо при використанні методу Нелдера-Міда подальше зменшення критерію оптимальності неможливе внаслідок використанні операції відображення, то вершини здеформованого многогранника поступово наближаються до тої вершини, яка відповідає найменшому значенню критерію оптимальності.

Метод Бокса є модифікацією здеформованого багатогранника і призначений для розв'язання задач оптимізації з обмеженнями-нерівностями [11].

Методи прямого пошуку, як і всі безградієнтні методи, має меншу швидкість збіжності порівняно з градієнтними методами.

При реалізації непрямих методів здійснюється перетворення задачі нелінійного програмування за наявності обмежень в одну або еквівалентну послідовність задач без обмежень.

Одним із найвідоміших методів розв'язування задач оптимізації з обмеженнями-рівностями і обмеженнями нерівностями є комбінований метод штрафних і бар'єрних функцій [13], у відповідності з яким задача на умовний мінімум замінюється еквівалентною їй задачею без обмежень

$$L(\rho,\overline{n}) = J(\overline{n}) - \rho\sum_{i=1}^{s}\ln g_i(\overline{n}) + \frac{1}{\rho}s\sum_{j=s+1}^{K} h_i^2(\overline{n}).\quad(13)$$

У формулі (13) величина ρ повинна зменшувати своє значення в ітераційному процесі обчислень.

Даний метод має ряд обмежень, що знижує його ефективність при розв'язуванні задач оптимізації. По-перше, функцій $g_i(\overline{n})$ і $h_j(\overline{n})$ повинні бути гладкими; по-друге, нерівностіобмеження утворюють область Ω, яка має бути опуклою. Крім того, погана обумовленість матриці Гессе функції $L(\rho,\overline{n})$ зумовлює погану збіжність у міру наближення до точки мінімуму.

Остання обставина стимулювала розробку нових непрямих методів розв'язання задач оптимізації з обмеженнями-рівностями і обмеженнями нерівностями. Одним із ефективних методів розв'язання таких задач є метод модифікованих функцій Лагранжа [14, 15].

У процесі синтезу модифікованої функції Лагранжа обмеження-рівності завжди враховуються однаково, а для обмежень-нерівностей можливі варіанти. Бертсеканс Д. запропонував [15] наступну модифіковану функцію Лагранжа для задачі оптимізації, яка вміщує як обмеження-рівності, так і обмеження-нерівності:

$$\begin{aligned}L_c(\overline{n},\overline{\lambda},\overline{\mu}) &= J(\overline{n}) + \sum_{i=1}^{m}\lambda_i h_i(\overline{n}) + \frac{c}{2}\sum_{i=1}^{m} h_i{}^2(\overline{n}) + \\ &+ \frac{1}{2c}\sum_{i=m+1}^{K}\left(\left(\max\left[0,\mu_j + c\hat{g}_j(\overline{n})\right]\right)^2 - \mu_j{}^2\right),\end{aligned}\quad(14)$$

де $\hat{g}_j(\overline{n}) = -g_j(\overline{n}) \le 0$.

За умови гладкості функцій $h_i(\overline{n})$ і $\hat{g}_j(\overline{n})$ функціонал (14) є неперервним і має похідні за своїми змінними [15], на відміну від функціоналу (13), похідні якого мають розрив на межі області Ω.

Алгоритм розв'язку задачі оптимізації з використанням методу модифікованих множників Лагранжа передбачає вибір такої послідовності c_k, $k = 0,1,2,...$, що значення c_k збільшує свою величину у процесі ітераційного обчислення.

Множники λ_i та μ_j визначаються такими рекурентними співвідношеннями [15]:

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + c_k h_i\left(\overline{n}\left(\overline{\lambda}^{(k)},\overline{\mu}^{(k)},c_k\right)\right),\ i = \overline{1,m};\quad(15)$$

$$\mu_j^{(k+1)} = \max\left[0,\mu_j^{(k)} + c_k\hat{g}_j\left(\overline{n}\left(\overline{\lambda}^{(k)},\overline{\mu}^{(k)},c_k\right)\right)\right],$$

$$\mu_j^{(k)} \ge 0,\ j = \overline{m+1,K},\ k = 0,1,2,...\ .\quad(16)$$

Якщо $\overline{n}\left(\overline{\lambda}^{(k)},\overline{\mu}^{(k)},c_k\right)$ прямує до свого оптимального значення $\overline{n}^*$, то ряд обмежень-нерівностей перетворюються в обмеження-рівності (активні обмеження). Інші обмеження-нерівності будуть строгими нерівностями (пасивні обмеження) і, як це випливає із (15) та (16), відповідні множники Лагранжа $\mu_j^{(k)}$ приймуть нульове значення.

Успішна програмна реалізація методу модифікованих множників Лагранжа можлива лише у випадку виконання низки умов [15]:

– починаючи з деякої ітерації, c_k повинно бути більше деякого порогового значення. Тільки за цієї умови модифікований метод функцій Лагранжа володіє вищою збіжністю, ніж комбінований метод штрафних і бар'єрних функцій;

– початкове значення параметра c_0 повинно бути не досить великим. При великому значенні c_0 перша допоміжна задача може бути погано обумовленою;

– не рекомендується c_k збільшувати надто швидко. Це може призвести до того, що вже на перших ітераціях метод виявиться непрацездатним;

– не можна c_k збільшувати надто повільно, особливо на початкових ітераціях, щоб не допустити розбіжності ітераційного процесу.

Таким чином, як комбінований метод штрафних і бар'єрних функцій, так і метод модифікованих функцій Лагранжа дають змогу початкову задачу з обмеженнями-рівностями та обмеженнями-нерівностями звести до задачі безумовної оптимізації за допомогою методу штрафних і бар'єрних функцій чи методу модифікованих функцій Лагранжа. Для розв'язання таких задач використовують ітераційний процес, на кожній ітерації якого розв'язують задачу оптимізації, яка залежить від параметра c або ρ. Не існує формалізованих правил вибору цих параметрів. Для кожної задачі оптимізації параметри c і ρ доводиться підбирати індивідуально, користуючись досвідом і інтуїцією дослідника, а також певними загальними міркуваннями.

Після того, як здійснено перехід від задачі умовної оптимізації до задачі безумовної оптимізації, для розв'язання останньої можна скористатись одним із методів пошуку мінімуму функції багатьох змінних. З цією метою доцільно скористатись добре розробленими градієнтними методами [9, 10]. Використання градієнтних методів для пошуку оптимального розв'язку функціоналу (13) пов'язане з певними труднощами, які зумовлені тим, що на межі допустимої області Ω частина часткових похідних від $L(\rho,\overline{n})$ за змінними n_i мають розриви. Крім того, в околі оптимальної точки матриця Гессе функціоналу (13) погано обумовлена, що робить алгоритм, який синтезований на основі методу штрафних і бар'єрних функцій, малоефективним для розв'язання задач на умовний мінімум. Цих недоліків позбавлений модифікований метод множників Лагранжа. Основна проблема з його застосуванням – це досить складне вираження фунціоналу (14) і відсутність формалізованого правила вибору параметра c. Перше можна обійти, якщо скористатись безградієнтними методами пошуку оптимального розв'язку задачі (14), використавши, наприклад, метод Нелдера-Міда [12] або, метод генетичних алгоритмів [16].

Враховуючи складність прямого і непрямого методів розв'язання задачі (3)–(5), слід шукати шляхи до ефективніших методів пошуку її оптимальних значень n_i^*, $i=\overline{1,m}$.

Аналіз критерію оптимальності (3) та обмежень (4) свідчить, що під оператором суми знаходяться функції, кожна із яких є функцією лише однієї змінної n_i. Функції типу (3) і (4) мають назву сепарабельних, а задача оптимізації, де присутні тільки сепарабельні функції, відома як сепарабельне програмування [9].

Із фізичного змісту функцій $G_i(n_i)$ і $Q_i(n_i)$ (зі збільшенням числа обертів ротора i-го нагнітача природного газу зростає витрата технологічного газу та збільшується продуктивність нагнітача) випливає, що названі функції є опуклими при $n_i \in [n_{i\min}; n_{i\max}]$, $i=\overline{1,m_н}$. Вказана властивість функцій $G_i(n_i)$ і $Q_i(n_i)$ дозволяє реалізувати наступний спрощений алгоритм [17] розв'язку задачі (3) – (5).

Відрізок $[n_{i\min}; n_{i\max}]$ розіб'ємо на N_i, $i=\overline{1,m_1}$ рівних частин, тобто k-ту точку розбиття визначимо за допомогою наступного співвідношення:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} + \Delta_i, \; k=\overline{1,N_i},$$

де $x_i^{(0)} = n_{i\min}$; $\Delta_i = \dfrac{n_{i\max} - n_{i\min}}{N_i}$.

Залежності $G_i(n_i)$ і $Q_i(n_i)$ будемо апроксимувати ламаними лініями, кожен i-тий відрізок яких на осі абсцис утворює проекцією $\left[x_i^{(k-1)}; x_i^{(k)}\right]$. Позначимо через $\alpha_{iG}^{(k)}$ і $\alpha_{iQ}^{(k)}$ кути нахилу i-тих відрізків до осі абсцис, а через $n_i^{(k)}$ зміну змінної n_i на інтервалі $\left[x_i^{(k-1)}; x_i^{(k)}\right]$. Тоді

$$G_i(n_i) \approx \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{iG}^{(k)} n_i^{(k)} + G_i\left(x_i^{(0)}\right),$$

$$Q_i(n_i) \approx \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{iQ}^{(k)} n_i^{(k)} + Q_i\left(x_i^{(0)}\right),$$

$$n_i = \sum_{k=1}^{N_i} n_i^{(k)}$$

за умови, що

$$0 \le n_i^{(k)} \le x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}.$$

Таким чином, замість задачі (3) – (5) будемо розв'язувати наступну задачу:

$$J(\bar{n}) = \sum_{i=1}^{m_н} \left(\sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{iG}^{(k)} n_i^{(k)} + G_i\left(x_i^{(0)}\right) \right)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^{m_н} k_i \left(\sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{iQ}^{(k)} n_i^{(k)} + Q_i\left(x_i^{(0)}\right) \right) = q,$$

$$0 \le n_i^{(k)} \le x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}, \; k=\overline{1,N_i},$$

де: $$\alpha_{iG}^{(k)} = \frac{G_i\left(x_i^{(k)}\right) - G_i\left(x_i^{(k-1)}\right)}{x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}};$$

$$\alpha_{iQ}^{(k)} = \frac{Q_i\left(x_i^{(k)}\right) - Q_i\left(x_i^{(k-1)}\right)}{x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}}.$$

Отримана задача може бути розв'язана за допомогою одного із варіантів симплекс-методу, який призначений для розв'язання задач з обмеженими зверху змінними [17]. При цьому немає необхідності дотримуватись правила обмеженого введення у базис, оскільки опуклість $G_i(n_i)$ і $Q_i(n_i)$ гарантує належний вибір змінних $n_i^{(k)}$ [17].

Для підтвердження припущення про опуклість функцій $Q_i(n_i)$ і $G_i(n_i)$ були використані дані, отримані при експлуатації газоперекачувального агрегату ГТН-6 КС «Ромни» ДП «Київтрансгазу». З цією метою використана база даних, де за допомогою штатних пристроїв автоматизованої системи керування роботою газоперекачувальних агрегатів кожні п'ять хвилин фіксувались значення технологічних параметрів, таких як частота обертання ротора нагнітача, тиск на вході і на виході нагнітача та температура газу на вході у нагнітач. Спостереження велись з 07.01 по 02.02.2009 року.

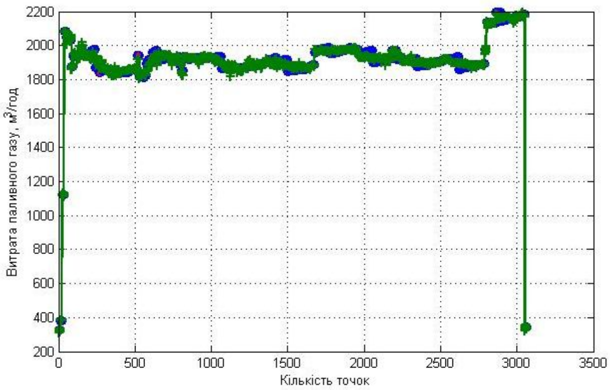
У залежності (11) крім вказаних технологічних параметрів як аргументи входять температура навколишнього середовища і атмосферний тиск. Ці відсутні дані були взяті із архіву погоди для м. Ромни Сумської області (http://rp5.ua/archive.php?wmo_id=33268&lang=ua), де температура навколишнього середовища і атмосферний тиск зафіксовані щогодини.

Синхронізація значень температури навколишнього середовища і атмосферного тиску зі значеннями технологічних параметрів, які входять у залежності (11), здійснювалась за допомогою інтерполяції.

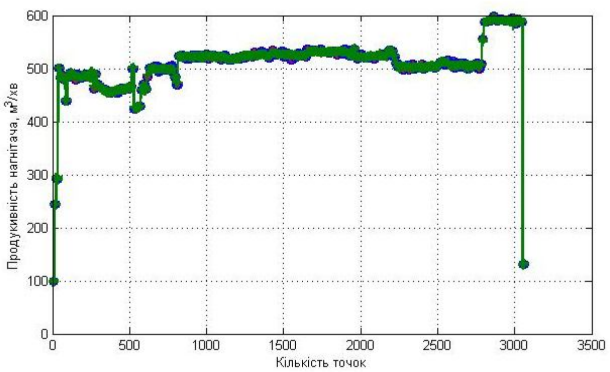
У тих випадках, коли кількість вузлів апроксимації є досить великим, немає змісту використовувати інтерполяційні поліноми Ньютона чи Лагранжа. Доцільніше у такій ситуації використовувати кусково-поліноміальну апроксимацію, яка складається із окремих многочленів невисокої степені, що мають назву сплайнів. Був використаний кубічний сплайн.

Залежності

$$Q = f_3(n_н, T_{in}, \varepsilon, T_c, P_c),$$
$$G = f_4(n_н, T_{in}, \varepsilon, T_c, P_c)$$



а)



б)

Рисунок 1 – Апроксимація залежностей (11) поліномом четвертого порядку

будемо апроксимувати поліномами степені $m=4$, коефіцієнти і структуру якого обчислимо за допомогою генетичного алгоритму [18]. Були вибрані такі параметри генетичного алгоритму:

– кількість хромосом у популяції – 30;

– кількість хромосом у підгрупі – 4;

– максимальне число ітерацій генетичного алгоритму – 200;

– ймовірність схрещування – 0,9;

– ймовірність мутації -0,1;

– вибір критерію селекції моделі - критерій регулярності;

– точність розв'язку задачі – 10^{-9};

– мінімальний приріст критерію селекції, що визначає зупинку алгоритму $-2\cdot10^{-9}$.

З використанням розробленої програми синтезовані моделі, які вміщують 66 ненульових і 126-66=60 нульових параметрів a_i, $i=\overline{0,M-1}$ полінома, що апроксимує залежність $Q=f_3\left(n_н,T_{in},\varepsilon,T_c,P_c\right)$ та 63 ненульових елементів і 126-63=63 нульових елементів для моделі $G=f_3\left(n_н,T_{in},\varepsilon,T_c,P_c\right)$. Результати роботи програми відтворює рис. 1, де через «○» позначені експериментальні дані, а через «+» - значення температури T_c (рис. 1,а) і тиску P_c (рис. 1,б), які обчислені як виходи синтезованих моделей.

Адекватність отриманих моделей провірялась за допомогою коефіцієнта кореляції K_{Yy} між експериментальними значеннями $Y_i=Q_i$ або $Y_i=G_i$ та їх виходами $y_м^{(i)}=Q_м^{(i)}$ чи відповідно $y_м^{(i)}=G_м^{(i)}$

$$K_{Yy}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(Y_i-\overline{Y}\right)\left(y_м^{(i)}-\overline{y}_м\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(y_м^{(i)}-\overline{y}_м\right)^2}}, \quad (17)$$

де $\overline{Y}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y_i$, $\overline{y}_м=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}y_м^{(i)}$ - оцінки математичних сподівань для величин Y_i і $y_м^{(i)}$. Було отримано: $K_{G,Yy}$=0,9955 для моделі $G=f_3\left(n_н,T_{in},\varepsilon,T_c,P_c\right)$ та $K_{Q,Yy}=0{,}9980$ для моделі $G=f_3\left(n_н,T_{in},\varepsilon,T_c,P_c\right)$, що свідчить про високу степінь кореляції між величинами Y_i і $y_м^{(i)}$.

На рис. 2 зображено залежність між виходом моделі $y_м^{(i)}$ і експериментальними значеннями Y_i. При виконанні умови $y_м^{(i)}=Y_i$ на площині $Y_i 0\, y_м^{(i)}$ матимемо пряму лінію, яка вказує на повний збіг експериментальних результатів і виходу емпіричної моделі побудованої за такими результатами. Пряма лінія побудована з використанням МНК-методу (рис. 2) вказує на досить мале відхилення експериментальних точок Y_i від розрахункових значень $y_м^{(i)}$, що свідчить про адекватність синтезованої емпіричної моделі на засадах генетичних алгоритмів. На ці же рисунки нанесені довірчі інтервали. Як видно з рисунку 2, переважна більшість точок потрапляють до довірчого інтервалу, що з високим ступенем імовірності вказує на адекватність побудованих математичних моделей.

Для отримання залежностей $Q=f_3\left(n_н\right)$ та $G=f_4\left(n_н\right)$ в отримані поліноми, що апроксимують вирази (11), необхідно замість змінних T_{in}, ε, T_c і P_c підставити їх поточні значення.

Були вибрані такі значення названих величин: температура газу на вході у нагнітач – $T_{in}=12{,}1\,°C$, ступінь підвищення тиску – $\varepsilon=1{,}295$, температура навколишнього середовища $T_c=2{,}7\,°C$ і атмосферний тиск $P_c=748{,}6$ *мм рт. ст.* Графіки функцій $Q=f_3\left(n_н\right)$ та $G=f_4\left(n_н\right)$ показані на рис. 3, із якого видно, що залежності $Q=f_3\left(n_н\right)$ та $G=f_4\left(n_н\right)$ є опуклими, а це дає змогу задачу оптимізації процесу компримування природного газу (3) – (5), яка є задачею нелінійного програмування, звести до простішої задачі лінійного програмування.

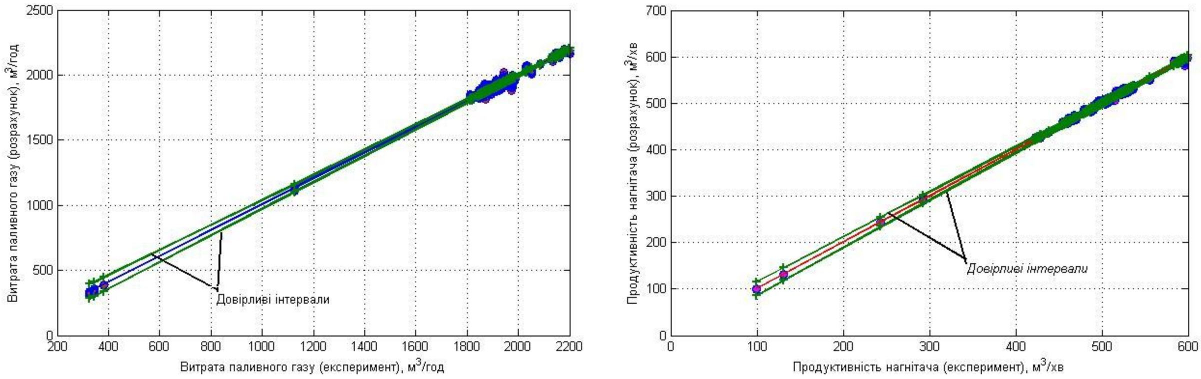
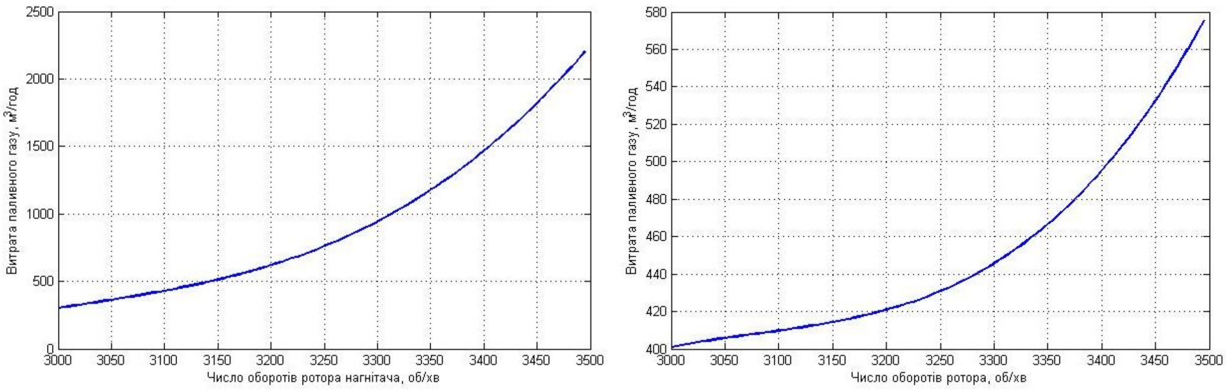


Рисунок 2 – Результати перевірки моделей (11) на адекватність



а) *б*)

Рисунок 3 – Залежність витрати паливного газу (а) та продуктивності нагнітача (б) від числа оборотів нагнітача

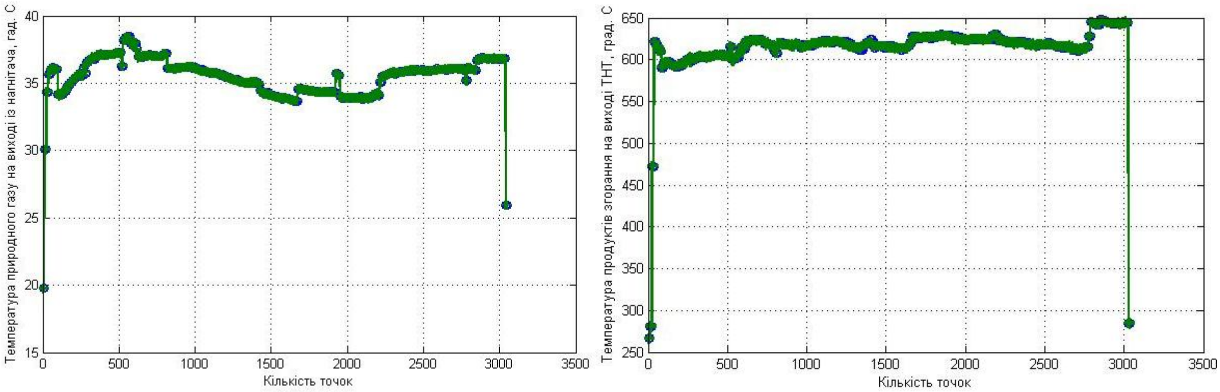


Рисунок 4 – Апроксимація залежностей (9) і (10) поліномом четвертого порядку

Перевірка адекватності емпіричних моделей (9) і (10) здійснювалась шляхом обчислення коефіцієнтна кореляції між експериментальними і розрахунковими значеннями температури природного газу на виході із нагнітача та температури продуктів згоряння на виході ТНТ за формулою (17). Були отримані такі результати: для емпіричної моделі (9) $K_{Yy} = 0{,}99959$; для емпіричної моделі (10) $K_{Yy} = 0{,}99951$.

Для визначення нижньої межі обмеження на число оборотів ротора нагнітача у задачі (3)–(5) залежності (9) і (10) будемо апроксимувати поліномом степені m. Як і раніше, з цією метою використаємо генетичний алгоритм. Параметри генетичного алгоритми залишились незмінними. Результати роботи алгоритму відтворює рис. 4.

На рис. 5 зображено довірчі інтервали, побудовані на площині $Y0y$, де Y – експериментальні значення температури природного газу на виході із нагнітача чи температура продуктів згоряння на виході із ТНТ; y – розрахункові значення цих же величин за рівняннями відповідних емпіричних моделей.

Аналіз отриманих результатів дає підставу стверджувати, що нейромережеві технології та генетичний алгоритм є ефективними інструментами оцінки технічного стану технічних об'єктів та побудови математичних моделей

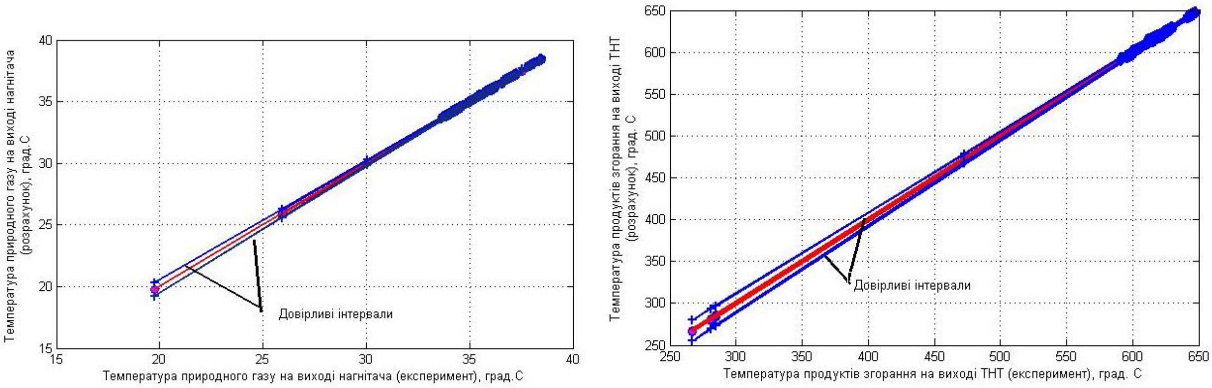


Рисунок 5 – Довірчі інтервали емпіричних моделей (9) і (10)

складних технологічних об’єктів, зокрема газоперекачувальних агрегатів, а це відкриває широкі можливості для розв’язання задач оптимального керування такими технологічними об’єктами.

Література

1 Горбійчук М.І. Оптимізація технологічного режиму компримування природного газу / М.І. Горбійчук, М.І. Когутяк, Є.О. Ковалів // Нафтова і газова промисловість. – 2003. – № 6. – С. 40–42.

2 Трубопровідний транспорт газу // М.П. Ковалко, В.Я. Грудз, В.Б. Михалків [та ін.]. – К.: Арена-Еко, 2003. – 600 с.

3 Горбійчук М.І. Метод ранжування газоперекачувальних агрегатів природного газу за їх технічним станом / М.І. Горбійчук, М.І. Когутяк, Я.І. Заячук // Нафтогазова енергетика. – 2008. – № 1(6). – С. 36–42.

4 Горбійчук М.І. Метод інтегральної оцінки технічного стану газоперекачувальних агрегатів / М.І. Горбійчук, І.В. Щупак, В.Л. Кімак // Нафтогазова еногргетика. – 2010. – № 2(13). – С. 38–43.

5 Горбійчук М.І. Синтез функцій класифікації на основі генетичних алгоритмів / М.І. Горбійчук, С.Т. Самуляк, І.В. Щупак // Штучний інтелект. – 2010. – № 2. – С. 24–31.

6 Горбійчук М.І Математичне моделювання процесу компримування природного газу / М.І. Горбійчук, М.І. Когутяк, Є.О. Ковалів // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2003. - № 3(8). – С. 21–26.

7 Михайлов Г.А. Поддержание безпомпажного режима работы газовой компрессорной станции / Г.А. Михайлов, М.И. Готлибович, Г.М. Зиновьев // Газовая промышленность. – М.: ВНИИОЭНГ, 1983. – Вып. 1. – С. 13–15. Серия: Автоматизация, телемеханизация и связь в газовой промышленности.

8 Дроздов А.П. Антипомпажная защита и управление многоцеховой компрессорной станцией в Газли / А.П. Дроздов, Ю.А. Грубич, М.И. Готлибович, Э.М. Стиль // Газовая промышленность. – М.: ВНИИОЭНГ, 1980. – Вып. 6. – С. 1–7. Серия: Автоматизация, телемеханизация и связь в газовой промышленности.

9 Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт: [пер. с англ. В.Ю Лебедева, под ред. А.А. Петрова]. – М.: Мир, 1985. – 509 с.

10 Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: [пер. с англ. И.М. Быховской и Б.Т. Вавилова; под ред. М.Л. Быховского]. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

11 Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и методы ее решения / А.Г. Трофимов. – Электронный ресурс: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/3_3.php.

12 Горбійчук М.І. Числові методи і моделювання на ЕОМ: навч. посібник / М.І. Горбійчук, Є.П. Пістун. – Івано-Франківськ: Факел, 2010. – 406 с.

13 Фиакко А. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации / А. Фиакко, Г. Мак-Кормик: [пер. с англ. Б. И. Алейникова и М. М. Берковича; под ред. Е. Г. Гольштейна]. – М.: Мир, 1972. – 240 с.

14 Гольдштейн Е.Г. Модифицированные функции Лагранжа / Е.Г. Гольдштейн, Н.В. Третьяков. – М.: Наука, 1989. – 400 с.

15 Бертсеканс Д. Условная оптимизация и методы меожителей Лагранжа / Д. Бертсеканс: [пер. с англ. Н.В. Третьякова, под ред. Е.Г. Гольштейна]. – М.: Радио и связь, 1987. – 400 с.

16 Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский: [пер. с польск. И. Д. Рудинского]. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 452 с.

17 Таха Х. Введение в исследование операций: В 2-х книгах, кн. 2 / Х. Таха: [пер. с англ. В.Я. Алтаева, Б.Т. Вавилова, В.И. Моторина] – М.: Мир, 1985. – 496 с.

18 Горбійчук М.І. Метод синтезу емпіричних моделей на засадах генетичних алгоритмів / М.І. Горбійчук, М.І. Когутяк, О.Б. Василенко, І.В. Щупак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2009. – № 4(33). – С. 72-79.

Стаття надійшла до редакційної колегії
28.10.11
Рекомендована до друку професором
В. М. Юрчишиним