

# Фізико-технічні проблеми видобування енергоносіїв

УДК 622.276.53:621.671 (047)

## МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ТОЧКИ ПІДВІСУ ШТАНГ ДЛЯ СВЕРДЛОВИННОГО ОБЛАДНАННЯ

<sup>1</sup>С.В. Наследніков, <sup>2</sup>Д.Ф. Тимків

<sup>1</sup> НГВУ "Полтаванафтогаз", м. Полтава, вул. Монастирська 12, тел./факс. (0532) 501007,  
e-mail: nsv\_71@mail.ru

<sup>2</sup> ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; тел. (03422) 49358;  
e-mail: public@nung.edu.ua

*Вибір раціональних конструкцій насосних підіймачів рідини із свердловини та режимів їх роботи є одним із найактуальніших завдань в нафтовидобуванні. Незважаючи на великий об'єм теоретичних та експериментальних досліджень, розв'язок проблеми в цьому напрямку не можна визнати закінченим з огляду на те, що гідродинамічні особливості руху продукту свердловини та кінематика штангової свердловинної насосної установки надзвичайно складні. Зміна будь-якого технологічного параметра роботи установки призводить до важкопрогнозованих результатів. Описано рівняння руху точки підвісу штанг на різних фазах, що дає підстави розробити рекомендації щодо вибору типу та конструкції насосної установки та підвищити її продуктивність.*

Ключові слова: штангова насосна установка, свердловинне обладнання, штанга, нафта

*Выбор рациональных конструкций насосных подъемников жидкости из скважины и режимов их работы является одной из актуальнейших задач нефтедобывающей промышленности. Несмотря на большой объем теоретических и экспериментальных исследований, решение проблемы в этом направлении нельзя признать законченным, учитывая, что гидродинамические особенности движения продукта скважины и кинематика штанговой скважинной насосной установки чрезвычайно сложны. Изменение одного из технологических параметров работы установки приводит к труднопрогнозируемым результатам. Описаны разнофазовые уравнения движения точки подвеса штанг, позволяющие разработать рекомендации по выбору типа и конструкции насосной установки, а также повысить ее производительность.*

Ключевые слова: штанговая насосная установка, скважинное оборудование, штанга, нефть

*The choice of rational design of pumping fluid lifts from the well and operation modes are one of the most pressing problems in oil production. Despite a significant number of theoretical and experimental research the solution to a problem in this area cannot be considered completed for the following reasons that the hydrodynamic characteristics of the well product movement and kinematics of sucker-rod pumping unit are extremely complex. Change of any technological operating parameter of the unit can lead to difficult-to-anticipate results. This paper describes the equations of the rod hanger center motion at different phases making it possible to develop recommendations on the choice of type and design of sucker-rod pumping unit as well as increase its productivity.*

Key words: drill rod pumping unit, downhole equipment, drill rod, oil

**1 Вступ.** Вибір раціональних конструкцій насосних підіймачів рідини із свердловини та режимів їх роботи є однією з найактуальніших задач в нафтовидобуванні, що останнім часом набуває все більшого значення.

Це пояснюється тим, що кожне промислове підприємство намагається шляхом збільшення продуктивності та ефективності експлуатації свердловин знизити витрати на видобу-

вання нафти та підвищити прибутковість процесу розробки нафтових родовищ.

Рідина, що надходить із пласта на вибір свердловини, володіє певною енергією. Завданням інженера-технолога є, з одного боку, раціональне використання пластової енергії, з іншого, – максимальне зниження витрати додаткової енергії на підймання рідини з свердловини на поверхню.

Кількість фонтануючих свердловин на нафтових промислах швидко зменшується. В ПАТ «Укрнафта», для прикладу, кількість фонтануючих свердловин складає менше 1% від загальної кількості діючих, в той час як свердловинними штанговими насосами, складає 85% діючого фонду.

**2 Аналіз сучасних, закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій.** Наукові та інженерні проблеми вилучення рідини з свердловини з допомогою глибинних штангових насосів детально розроблялись та продовжують розроблятися в нашій країні та за кордоном [7, 8]. Одними з перших вчених, що зробив великий внесок у теорію роботи штангових свердловинних насосних установок, був А.С. Вирновський [3]. Широко відомі також роботи А.Н. Адоніна [5, 6], Г.І. Богомольного, В.М. Касьянова, І.Т. Міщенко, Г.В. Молчанова [2], Л.Г. Чичерова [4] та інших.

**3 Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Попри об'єм теоретичних та експериментальних досліджень розв'язок проблеми в цьому напрямку не можливо визнати закінченим з огляду на те, що гідродинамічні особливості руху продукту свердловини та кінематика штангової свердловинної насосної установки надзвичайно складні. Причиною є те, що зміна будь-якого технологічного параметра роботи установки призводить до важкопрогнозованих результатів. Наприклад, збільшення глибини занурення насоса під динамічний рівень рідини у стовбурі свердловини до незмінних значень кількості коливань балансира верстата-качалки та довжині ходу точки підвісу штангової колони призводить до збільшення тиску в прийомі насоса. За рахунок цього можна очікувати зменшення негативного впливу вільного газу на роботу насоса, збільшення коефіцієнтів його наповнення та подачі насосної установки загалом. Однак, при цьому неодмінно зростуть вага штангової колони та виштовхуюча сила, що діє на колону насосних штанг. Це, в свою чергу, призведе до додаткової деформації штанг, збільшення сил гідродинамічного та механічного опору під час руху. Тобто замість очікуваного збільшення продуктивності насосної установки може відбутись її зниження.

Теоретично розв'язок даної проблеми ускладнюється, оскільки газонафтова суміш, що рухається в свердловині, відноситься до складних термогідродинамічних систем. Основними фізичними властивостями продукції свердловини є густина, стисливість, температурна деформація, в'язкість та поверхневий натяг. Всі перелічені властивості залежать від температури та тиску. Крім того, ця суміш володіє низкою додаткових властивостей: взаєморозчинністю компонентів, відмінністю в молекулярному тискові на границях розподілу фаз, фазовими переходами, усадкою, дисперсністю фаз та властивістю утворювати стійкі високов'язкі водо-

нафтові емульсії. При правильному виборі режиму роботи штангової насосної установки (ШНУ) перелічені властивості газорідних сумішей можуть бути викликані додатковими ускладненнями та зниженням технологічної ефективності експлуатації свердловин.

У зв'язку з цим необхідно продовжити теоретичні та експериментальні дослідження з пошуку нових технічних та технологічних рішень, спрямованих на покращення умов роботи в свердловинах ШНУ.

**4 Мета статті.** Розглядаючи нову конструкцію пристрою для вибірки запасів вуглеводнів, описати рівняння руху точки підвісу штанг на різних фазах. Це дасть змогу в подальшому розробити рекомендації щодо вибору типу та конструкції насосної установки та підвищити її продуктивність.

**5 Результати.** Щоб отримати диференціальні рівняння руху точки підвісу штанг, приймаємо такі спрощення:

1) рідину в гідросистемі вважаємо нестискуваною;

2) тиск, створюваний гідронасосом, – величина стала.

Якщо будуть використовуватися ще й інші спрощення, то про це повідомлятиметься додатково.

Диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг у спрощеному вигляді:

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = F_{p(зв)} - F_{0(зв)}. \quad (1)$$

Тут:  $m_{зв}$  – зведена маса всіх рухомих твердих тіл, пластивої рідини і рідини гідропривода при зведенні до точки підвісу штанг;

$F_{p(зв)}$  – зведена рушійна сила при зведенні до точки підвісу штанг;

$F_{0(зв)}$  – зведена сила опору при зведенні до точки підвісу штанг.

Якщо зведена маса  $m_{зв}$  буде функцією величини переміщення точки підвісу штанг  $s$ , то рівняння (1) набуде вигляду

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 \cdot \frac{dm_{зв}}{ds} = F_{p(зв)} - F_{0(зв)}. \quad (2)$$

Проте рівняння (1) і (2) – це спрощені математичні моделі, які описують динаміку гідравлічного привода. Ці моделі відповідають сталості робочого тиску в циліндрах гідросистеми, сил тертя, корисних навантажень і опору гідроліній системи. Але, як вказується в роботі [1], ці величини під час руху робочого органу гідропривода суттєво змінюються, що слід врахувати при розрахунку гідросистеми.

Перша фаза. Ця фаза руху точки підвісу штанг розбита на дві півфази. Перша півфаза охоплює проміжок часу від початку руху точки підвісу штанг угору до початку руху плунжера насоса.

Виведемо диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на першій півфазі. Для цього зведемо маси і сили до цієї точки.

Зведена маса на цій півфазі повинна визначатися за формулою

$$m_{зв} = \frac{1}{3} \cdot m_{ш} + m_T + 2 \cdot A_r \cdot \rho_r + m_{rc}^{(1)} \cdot \left(\frac{v_{r1}}{v}\right)^2 + m_{rc}^{(2)} \cdot \left(\frac{v_{r2}}{v}\right)^2, \quad (3)$$

де:  $m_{ш}$  – маса штангової колони довжиною  $l$ ;

$m_T$  – маса траверси разом зі штоками і поршнями;

$A_r$  – площа поперечного перерізу циліндрів штангових колон;

$s$  – віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення;

$\rho_r$  – густина робочої рідини гідравлічної системи;

$m_{rc}^{(1)}$  – маса рідини у нагнітальній гідравлічній лінії між насосом і місцем розгалуження труб нагнітальної лінії до поршнів в циліндрах штангових колон;

$v_{r1}$ ,  $v_{r2}$ ,  $v$  – швидкості руху відповідно рідини в нагнітальній лінії до місця розгалуження, після місця розгалуження труб і точки підвісу штанг. Швидкість точки підвісу штанг дорівнює швидкості руху поршнів в гідравлічних колонах, тобто  $v = v_n$ .

Покажемо, як визначається зведена маса колони штанг на першій півфазі. Приймаємо, як і в роботі [2], що швидкість перерізів штанг на цій півфазі руху точки підвісу штанг змінюється за лінійним законом. Зведена маса колони штанг при зведенні до точки їх підвісу визначається із таких рівнянь:

$$m_{зв}^{(ш)} \cdot \frac{v^2}{2} = \int_0^l \frac{V_x^2 dm}{2}, \quad d \cdot m = \rho_{ш} \cdot A_{ш} \cdot d_x, \quad V_x = \frac{V_x}{l}, \quad (4)$$

де  $\rho_{ш}$ ,  $A_{ш}$  – густина матеріалу штанг і площа їх поперечного перерізу.

Підставляючи вирази для  $dm$  і  $V_x$ , отримуємо  $m_{зв}^{(ш)} = \frac{m_{ш}}{3}$ .

Встановимо залежності  $\frac{V_{r1}}{V}$ ,  $\frac{V_{r2}}{V}$ . Позначимо витрату рідини у нагнітальній лінії до місця розгалуження труб через  $Q_1$ . В місці розгалуження маємо дві вітки нагнітальної лінії, якими робоча рідина подається в циліндри гідравлічних колон. Витрату рідини через кожну із цих двох віток позначимо через  $Q_2$ . Очевидно, що  $Q_2 = Q_1/2$ . Величини  $Q_1$  і  $Q_2$  можна записати так:

$$Q_1 = A_{rc} \cdot V_{r1}, \quad Q_2 = A_{rc} \cdot V_{r2}. \quad (5)$$

Оскільки  $Q_2 = Q_1/2$ , то  $V_{r2} = V_{r1}/2$  (діаметри труб нагнітальної лінії до і після розгалуження однакові). Крім того, можна записати

$$Q_2 = A_r \cdot V_{II},$$

тому 
$$\frac{V_{r2}}{V_{II}} = \frac{A_r}{A_{rc}}, \quad \frac{V_{r1}}{V_{II}} = \frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}}.$$

Підставляємо ці результати у (3)

$$m_{зв} = m_{ш} / 3 + m_T + 2 \cdot A_r \cdot \rho_r \cdot s + m_{rc}^{(1)} \cdot \left(\frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}}\right)^2 + m_{rc}^{(2)} \cdot \left(\frac{A_r}{A_{rc}}\right)^2. \quad (6)$$

Оскільки зведена маса є функцією від віддалення точки підвісу штанг, то необхідно приймати до уваги диференціальне рівняння (2). У нашому випадку

$$\frac{dm_{зв}}{ds} = 2 \cdot A_r \cdot \rho_r. \quad (7)$$

Зведена рушійна сила в кожному із циліндрів

$$F_{p(зв)} = p_p \cdot A_r, \quad (8)$$

де  $p_p$  – тиск рідини в циліндрі під поршнем при його русі угору.

Знайдемо величину  $p_p$ . Нагнітальну лінію розіб'ємо на дві ділянки: перша ділянка – від насоса до місця розгалуження трубопроводів, друга ділянка – від місця її розгалуження до поршнів гідравлічних колон.

Між витратою рідини в трубопроводі і перепадом тиску в ньому існує така залежність

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_r} \cdot \Delta p}, \quad (9)$$

де:  $\mu$  – коефіцієнт витрати рідини;

$A$  – площа поперечного перерізу трубопроводу;

$\Delta p$  – перепад тиску при русі рідини в трубопроводі.

Втрату тиску робочої рідини на першій та другій ділянках нагнітальної лінії можна записати у вигляді

$$\Delta p(1) = \left( \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j \cdot V_j^2 \right) \cdot \frac{\rho_r}{2} + \Delta p_{роз}, \quad (10)$$

$$\Delta p(2) = \left( \sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \cdot V_j^2 \right) \cdot \frac{\rho_r}{2}, \quad (11)$$

де:  $\xi_j$ ,  $\lambda_i$  – коефіцієнти втрат напору по довжині трубопроводу і місцевих втрат;

$l_i$ ,  $d_i$  – довжина і внутрішній діаметр трубопроводу;

$V_j$ ,  $V_i$  – швидкості потоку рідини в трубопроводах і місцевих опорах;

$\Delta p_{роз}$  – втрата напору в розподільнику;

$n_1, n_3$  – кількість трубопроводів різних діаметрів на першій та другій ділянках нагнітальної лінії;

$n_2, n_4$  – кількість місцевих опорів на першій та другій ділянках нагнітальної лінії.

Перепад тиску рідини на розподільнику можна виразити, користуючись залежністю (9) і враховуючи, що  $Q_1 = V_{роз} \cdot A'_{роз}$

$$\Delta\rho_{роз} = \frac{\rho_r \cdot V_{роз}^2}{2 \cdot \mu_{роз}^2}, \quad (12)$$

де:  $A'_{роз} = \varphi(t)$  – площа прохідного отвору розподільника,

$\mu_{роз}$  – коефіцієнт витрати через нього;

$V_{роз}$  – швидкість рідини в прохідному отворі розподільника.

Цю залежність доцільно привести до швидкості в трубопроводі  $V_{r1}$ , що підходить до місця розгалуження, виходячи з рівняння нерозривності потоку

$$V_{роз} = \frac{4 \cdot V_{r1} \cdot A_{rc}}{\pi \cdot d^2 \cdot X_p}. \quad (13)$$

Тут:  $d$  – діаметр отвору розподільника;

$A_{rc}$  – площа поперечного перерізу отвору трубопроводу першої ділянки, що підходить до місця розгалуження;

$X_p = \varphi(t)$  – величина відкриття отвору розподільника (цю функцію можна прийняти лінійною, а саме  $X_p = t/t_1 + (1 - t/t_1) \cdot S(t - t_1)$ ,

де  $S(t - t_1)$  – одинична функція Хевісайда,

$$S(t - t_1) = \begin{cases} 1, & t > t_1, \\ \frac{1}{2}, & t = t_1, \\ 0, & t < t_1 \end{cases}$$

$t_1$  – час, протягом якого повністю розкривається отвір розподільника.

Через проміжок часу  $t_1$  від моменту початку відкривання отвору розподільника  $X_p = 1$  (отвір розподільника буде повністю відкритий).

Таким чином, перепад тиску в розподільнику

$$\Delta\rho_{роз} = \frac{\rho_r}{2} \cdot \frac{16 \cdot A_{rc}^2}{(\pi \cdot d^2 \cdot X_p \cdot \mu_{hjp})^2} \cdot V_{r1}^2. \quad (14)$$

Підставляємо (14) у (10) і отримуємо

$$\Delta p_{(1)} = \left( \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot V_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j \cdot V_j^2 \right) \cdot \frac{\rho_r}{2} + \frac{\rho_r}{2} \cdot \frac{16 \cdot A_{rc}^2}{(\pi \cdot d^2 \cdot X_p \cdot \mu_{hjp})^2}. \quad (15)$$

Приведемо рівняння (15) і (11) до трубопроводу одного перерізу; рівняння (15) до трубопроводу з перерізом  $A_{rc}$ , а рівняння (11) до перерізу  $A_r$  циліндрів гідравлічних колон. При цьому будемо мати

$$\Delta p_{(1)} = \frac{\rho_r}{2} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16 \cdot A_{rc}^2}{(\pi \cdot d^2 \cdot X_p \cdot \mu_{hjp})^2} \right] \cdot V_{r1}^2, \quad (16)$$

$$\Delta p_{(2)} = \frac{\rho_r}{2} \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \right) \cdot V_{II}^2, \quad (17)$$

а тому з (16) і (17) одержимо

$$V_{r1} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\rho_{(1)}}{\rho_r \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16 \cdot A_{rc}^2}{(\pi \cdot d^2 \cdot X_p \cdot \mu_{hjp})^2} \right]}}, \quad (18)$$

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\rho_{(2)}}{\rho_r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \right)}}.$$

Витрата рідини через трубопровід першої ділянки і через кожну із двох віток другої ділянки нагнітальної лінії відповідно буде:

$$Q_1 = A_{rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16 A_{rc}^2}{(\pi d^2 X_p \mu_{hjp})^2} \right]}} \times \sqrt{\Delta\rho_{(1)}}, \quad (19)$$

$$V_2 = A_r \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \right)}} \cdot \sqrt{\Delta\rho_{(2)}}. \quad (20)$$

Позначимо

$$A_{rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_2} \xi_j + \frac{16 A_{rc}^2}{(\pi d^2 X_p \mu_{hjp})^2} \right]}} = G_1, \quad (21)$$

$$A_r \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_r \cdot \left( \sum_{i=1}^{n_3} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{j=1}^{n_4} \xi_j \right)}} = G_2. \quad (22)$$

Величини  $G_1$  і  $G_2$  – гідравлічні провідності відповідно першої та другої ділянок нагнітальної лінії гідропривода [1, 2].

На першій та другій ділянках нагнітальної лінії гідропривода перепади тиску можна записати

$$\Delta p_{(1)} = p_H - p_{роз}, \quad \Delta p_{(2)} = p_{роз} - p_p.$$

Тут  $p_{роз}$  – тиск рідини в місці розгалуження труб нагнітальної лінії;  $p_p$  – тиск на поршень в гідроколоннах. До другої ділянки нагнітальної лінії відносимо і циліндри гідравлічних колон, оскільки переміщення поршнів від їх нижніх положень до верхніх є значними.

Враховуючи рівняння (19)-(23), можна отримати такі два рівняння:

$$Q_1^2 = G_1^2 \cdot (p_H - p_{роз}), Q_2^2 = G_2^2 \cdot (p_{роз} - p_p). \quad (24)$$

Трубопроводи, які сполучають місця розгалуження і циліндри гідравлічних колон, є однаковими, тому можна вважати  $Q_1 = 2 \cdot Q_2$ . Приймаючи до уваги останню рівність, після перетворення рівнянь (24) отримаємо

$$p_p = p_H - Q_2^2 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2} \right). \quad (25)$$

Витрата рідини  $Q_2 = A_r \cdot V_{II} = A_2 \frac{ds}{dt}$ , тому

$$p_p = p_H - A_r^2 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2. \quad (26)$$

Зведена рушійна сила, що створюється в двох циліндрах гідропривода,

$$F_{p(38)} = 2 \cdot p_H \cdot A_r - A_r^2 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{2}{G_2^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2. \quad (27)$$

До сил опору на першій півфазі відносяться сили  $F_{T1}, F_{T2}, G_T, G'_u$  ( $G_T$  – вага траверси разом зі штоками і поршнями), а також частина ваги стовпа рідини  $G'_p$ . Вага штанг у пластовій рідині  $G'_u$  прикладена до точки підвісу штанг ще до початку її руху угору, а сили  $F_{T1}$  і  $F_{T2}$  виникають тільки під час руху точки підвісу штанг. Оскільки нами прийнятий лінійний закон зміни швидкості руху перерізів колони штанг по її довжині, то, зводячи ці сили до точки підвісу штанг, отримаємо

$$dF_{T(38)} = \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l} \cdot \frac{V_x}{V} dx = \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l} \cdot \frac{V_x}{l \cdot V} dx,$$

$$dF_{T(38)} = \int_0^l \frac{F_{T1} + F_{T2}}{l^2} x dx = 0.5 \cdot (F_{T1} + F_{T2}),$$

$$dF_{T(38)} = 0.5 \cdot (F_{T1} + F_{T2}).$$

Як вказувалося вище, на першій півфазі при переміщенні точки підвісу штанг угору на них передається частина ваги стовпа рідини  $G'_p$ , але одночасно зменшується навантаження на розтягнуту колону НКТ на цю ж саму величину. В результаті цього колону НКТ вкорочується, її перерізи рухаються угору, як і плунжер насоса за відсутності їх відносного руху. Тому абсолютна поточна деформація колони штанг запишеться виразом

$$\Delta l'_{u(a)} = s - \Delta l'_{mp}, \quad (28)$$

або

$$\frac{G'_p \cdot l}{E \cdot A_{uu}} = s - \frac{G'_p \cdot l}{E \cdot A_{mp}}. \quad (29)$$

Із (29) одержуємо

$$G'_p(s) = \frac{s \cdot E \cdot A_{uu} \cdot A_{TP}}{(A_{uu} + A_{TP}) \cdot l}.$$

Таким чином, при врахуванні диференціального рівняння (2) і величин, що в нього входять, для першої фази отримаємо таке рівняння:

$$m_{38} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_r \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 =$$

$$2 \cdot p_H \cdot A_r - 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 -$$

$$- G'_u - 0.5 \cdot (F_{T1} + F_{T2}) - G' \cdot p(s) - G_T, \quad (30)$$

або перепишемо це рівняння у вигляді

$$m_{38} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_r \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 =$$

$$2 \cdot p_H \cdot A_r - 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + G' \cdot p(s) =$$

$$= 2 \cdot p_H \cdot A_r - G'_u - 0.5 \cdot (F_{T1} + F_{T2}) - G_T. \quad (31)$$

Для розв'язання записаного рівняння маємо такі початкові умови

$$s|_{H=0} = 0, \quad \frac{ds}{dt}|_{H=0} = 0. \quad (32)$$

В рівнянні (31) величини  $G'_p, G_2, G_1, m_{38}$  знаходяться за формулами (7), (22) і (20).

Розв'язком рівняння (30) буде функція  $s(t)$ , а також і швидкість  $ds/dt$ . Зафіксуємо момент часу, коли

$$s(t_1) = \Delta l_{uu} + \Delta l_{mp} = \frac{G_{pl}}{E} \cdot \left( \frac{1}{A_{uu}} + \frac{1}{A_{mp}} \right). \quad (33)$$

Це є той момент, при якому вся вага пластової рідини над плунжером передається на колону штанг. Штанги при цьому розтягнулися під всією вагою пластової рідини, а тому вкоротилися. За наступний невеликий проміжок часу повинен початися рух плунжера насоса угору.

Початок руху плунжера насоса угору супроводжуватиметься ще й деформацією колони штанг, оскільки верхній кінець колони штанг

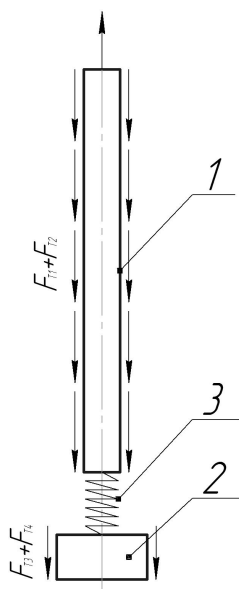
має певну швидкість  $V = \frac{ds}{dt}$ , ( $t = t_1$ ), а нижній

поблизу плунжера, є в цей момент нерухомим. Скласти диференціальне рівняння, яке б враховувало одночасно і деформацію колони штанг, і рух колони штанг з плунжером та пластовою рідиною як недеформованими тілами, не вдається. Тому використовуємо такий наближений метод: колону штанг з моменту  $t = t_1$  вважати мемо недеформованою, а між колоною штанг і плунжером розмістимо пружний елемент, жор-

сткість якого дорівнює жорсткості всієї колони штанг. В результаті цього отримуємо двомажеву механічну систему: з одного боку – колона штанг разом з траверсою, штоками і поршнями, а з другого – плунжер насоса і вся пластова рідина. Між цими двома масами знаходиться пружний елемент.

Коливний процес, що виникає в колоні штанг в момент початку руху плунжера насоса угору, буде розглянуто окремо.

На рис. 1 зображено двомасову механічну систему. Маса 1 – це маса колони штанг разом з масами траверси, штоків, поршнів, а також зведеною масою рідини всієї гідравлічної системи. Маса 2 – це маса плунжера і всього стовпа пластової рідини, що знаходиться під ним. Очевидно, що рівняння руху першої маси повинно відповідати (6).



1 – маса; 2 – маса; 3 – пружний елемент

Рисунок 1 – Двомасова механічна система під час руху плунжера угору

Зведена маса у цьому випадку запишеться так:

$$m_{зв} = m_{ш} + m_T + 2 \cdot A_r \cdot \rho_r \cdot s + m_{rc}^{(1)} \cdot \left( \frac{2A_r}{A_{rc}} \right)^2 + m_{rc}^{(2)} \cdot \left( \frac{A_r}{A_{rc}} \right)^2, \quad (34)$$

Оскільки тут врахуємо, що вся колона штанг рухається з однаковою швидкістю, що, звісно, не відповідає дійсності. Але проміжок часу до початку руху плунжера насоса залишається незначним.

Формула (34) відрізняється від (3) тільки першим доданком, тому цілком допустимо погодитися на цю неточність.

Похідна  $dm_{зв}/ds$  визначається, як і раніше, за формулою (8), а рушійна сила – за формулою (28). Сили опору будуть  $G'_{ш} + F_{T1} + F_{T2} + G_T$ . Крім того, зі сторони пружного елемента маємо реакцію

$$R_1 = c(S(t) - S_0), \quad (35)$$

де:  $c$  – жорсткість всієї колони штанг

$$(c = \frac{E \cdot A_{ш}}{l}, \frac{H}{M});$$

$S(t) - S_0$  – абсолютна деформація колони штанг;

$$S_0 = \frac{G_p \cdot l}{E \cdot A_{tp}} - \text{абсолютна деформація колони НКТ, викликана зняттям навантаження із всього стовпа рідини.}$$

Таким чином, рівняння руху маси 1 набуде такого вигляду:

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_r \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 = 2 \cdot p_H \cdot A_r - 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 - G'_{ш} - F_{T1} - F_{T2} - R_1(s) - G_T. \quad (37)$$

Початкові умови ( $t_0 = t_1$ ):

$$V = \frac{ds}{dt} \Big|_{t=t_1}, \quad s = s(t) \Big|_{t=t_1}. \quad (38)$$

Початкові умови для розгляду руху маси 1 будуть розв'язком диференціального рівняння (31) при початкових умовах (32) для моменту часу  $t = t_1$ .

Рівняння руху маси 2:

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2s_2}{dt^2} = R_1(S) - G_{п} - G_p - F_{T3} - F_{T4}. \quad (39)$$

де:  $S_2$  – переміщення плунжера від його нижнього положення;  $G_{п}$  – вага плунжера у рідині;  $G_p$  – вага стовпа рідини над плунжером;  $F_{T3}$ ,  $F_{T4}$  – сили тертя відповідно між плунжером і циліндром і сила тертя, обумовлена гідравлічним опором у трубах.

Початкові умови для диференціального рівняння (39):

$$S_2 \Big|_{t=t_0} = 0, \quad \frac{ds_2}{dt} \Big|_{t=t_0} = 0. \quad (40)$$

Розв'язавши (36)-(39) для двомасової системи, знайдемо момент часу  $t = t_2$ , при якому почнеться рух плунжера насоса угору. Цей момент часу є кінцем першої півфази руху угору точки підвісу штанг. Одночасно розв'язок задачі (36)-(39) визначає рух точки підвісу штанг на її другій півфазі, тобто при розв'язанні вказаної задачі знайдемо й величину усталеної швидкості точки підвісу штанг, а також момент часу, в який досягається усталена швидкість її руху. Якщо бути точним, то усталеної швидкості точки підвісу штанг при її русі верх не буде, оскільки зведена маса постійно збільшується (збільшується кількість рідини під поршнями гідроколон). Але, на нашу думку, цей вплив не буде значним.

В момент початку руху плунжера насоса угору виникають значні пружні коливання поперечних перерізів штанг, що викликані різницею швидкостей точки підвісу штанг і плунжера насоса, а також тим фактором, що разом з плунжером насоса свій висхідний рух починає і весь стовп рідини, що знаходиться над плунжером. Ці коливання збільшать навантаження на колону штанг.

З метою визначення вказаних коливань скористаємось постановкою задачі, аналогічною постановці А. С. Вирновського [3]. Розглядаємо рухому систему координат, початок якої знаходиться у точці підвісу штанг. Вісь координат спрямована донизу. Тому точка підвісу штанг розглядається як нерухома, тобто рухом колони штанг як абсолютно твердого тіла нехтуємо, а розглядається тільки відносний рух перерізів колони штанг.

Переміщення перерізів колони штанг  $u$  залежно від їх координати  $x$  і часу  $t$  описується хвильовим рівнянням

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (41)$$

Тут час  $t = 0$  відповідає часу  $t_1$  – початку руху плунжера насоса угору.

Початкові умови цієї задачі:

$$u|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = v \cdot \frac{x}{l}, \quad (42)$$

де  $v$  – швидкість точки підвісу штанг в момент початку руху плунжера насоса угору.

Для нижнього кінця колони штанг ( $x = l$ ) гранична умова залишається у вигляді

$$A_u \cdot E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{G_p}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

тобто сила, що виникає у з'єднанні колони штанг з плунжером, дорівнює інерційній силі,

що створюється масою  $\frac{G_p}{g}$ . Останнє рівняння можна записати так:

$$A_u \cdot g \cdot \rho \cdot l \cdot E \frac{\partial u}{\partial x} = -G_p \cdot \rho \cdot l \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Оскільки  $A_u \cdot g \cdot \rho \cdot l \cdot E = G_u$ , а  $E/\rho = a^2$ , то гранична умова для нижнього кінця колони штанг –

$$a^2 \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{G_p}{G_u} \cdot l \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (43)$$

Позначимо  $\frac{G_p}{G_u} = m$ , тоді (41) набуде такого вигляду:

$$a^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} = -m \cdot l \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}|_{x=l}. \quad (44)$$

Рівняння (41) описує вільні незатухаючі коливання в колоні штанг, однак реально коливання в колоні штанг є затухаючими. Причи-

ною такого явища є неідеальна пружність матеріалу штанг, зовнішнє тертя стержня, що коливається. У випадку внутрішнього в'язкого тертя замість диференціального рівняння (41) матимемо

$$a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{k}{\rho} \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (45)$$

де  $k$  – коефіцієнт в'язкості матеріалу штанг (коефіцієнт внутрішнього тертя в матеріалі, Па·с).

Друга фаза руху точки підвісу штанг – це рух з постійною швидкістю угору. У цьому випадку рушійна сила, що створюється в обох гідрравлічних колонах, повинна бути рівною

$$F_{p(зв)} = G_p + F_{T1} + F_{T2} + F_{T3} + F_{T4} + G'_{ш} + G_T + G_{II}, \quad (46)$$

де  $G_T$  – вага траверси разом зі штангами і поршнями.

Третя фаза руху точки підвісу штанг – це фаза гальмування. Вона починається в момент часу  $t = t_4$  і відповідає моменту, коли починається закриття напірної лінії гідропривода.

Диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на цій фазі матиме такий вигляд:

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_2 \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = 2 \cdot p_H \cdot A_r - 2 \cdot A_r^3 \cdot \left(\frac{4}{G_1^2} + \frac{1}{G_2^2}\right) \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - G_p - F_{T1} - F_{T2} - F_{T3} - F_{T4} - G'_{ш} - G_T - G_{II}, \quad (47)$$

при початкових умовах

$$s = s|_{t=t_1}, \quad \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}|_{t=t_4}. \quad (48)$$

Величини  $s = s|_{t=t_1}$ ,  $\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}|_{t=t_4}$  відповідають моменту включення верхніх кінцевих перемикачів, тобто моменту закінчення руху точки підвісу штанг з постійною швидкістю. Величини, що входять у (30), визначаються за вищенаведеними формулами ( $m_{зв}$  – за формулою (3),  $G_2$  – за формулою (22) і т.д.). Тільки у формулі (21) для  $G_1$  величина  $x_p$  має інший математичний вираз, а саме:

$$x_p = \frac{t_5 - t}{t_5 - t_4} \cdot (1 - s(t - t_5)), \quad t \geq t_4, \quad (49)$$

де:  $t_5$  – момент часу, в який отвір розподілювача буде повністю закритий ( $t_5 = t_4 + \Delta t_3$ ,  $\Delta t_3$  – час закриття отвору розподілювача).

У момент часу  $t = t_5$  (а саме при гальмуванні) прискорення всієї системи спрямоване донизу, що викличе додаткове навантаження в точці підвісу штанг.

Далі настає четверта фаза циклу роботи установки – точка підвісу штанг нерухома. Це – невеликий проміжок часу від моменту повного закриття нагнітальної лінії гідропривода до початку відкриття скидової лінії цього привода  $\Delta t_n = t_6 - t_5$ , де  $t_6$  – час від моменту початку циклу роботи установки до моменту початку відкривання його скидової лінії.

На цій фазі напруження у точці підвісу штанг визначається двома силами, а саме: вагою штанг у пластовій рідині  $G'_u$  і вагою пластової рідини  $G_p$ , що міститься над плунжером.

П'ята півфаза охоплює проміжок часу від моменту початку руху точки підвісу штанг донизу до початку руху плунжера насоса донизу. На цій фазі відбувається вкорочення розтягнутої колони штанг.

Виведемо диференціальне рівняння руху точки підвісу штанг на цій фазі. Рівняння, першої напівфази першої фази набуде вигляду (1). Зведена маса всіх рухомих тіл визначається за формулою (3), причому у цій формулі  $m_{rc}^{(1)}$  і  $m_{rc}^{(2)}$  – маса рідини гідропривода у першій і другій ділянках його складової лінії, тобто між резервуаром для рідини і точкою розгалуження цієї лінії і поршнями гідроциліндрів. Рушійними силами у цьому випадку будуть: вага колони штанг у пластовій рідині  $G'_u$ , вага траверси зі штоками  $G_T$  та вага частини пластової рідини  $G'_p$ , яка у міру вкорочення штанг зменшується. Силами опору при русі колони штанг донизу є сили тертя  $F_{T1}$ ,  $F_{T2}$  а також сили опору рідини при її русі у скидовій лінії.

Вага частини пластової рідини, яку сприймає колона штанг при своєму вкороченні (рух точки підвісу штанг вниз), визначається так:

$$G'_p = G_p - \frac{\Delta s \cdot E \cdot A_u \cdot A_{TP}}{(A_u + A_{TP}) \cdot l}, \quad (50)$$

де:  $\Delta s = s_{\max} - s$ ;  $s_{\max}$  – максимальне віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення.

При переміщенні точки підвісу штанг від її верхнього положення на величину

$$\Delta s = \frac{G_p \cdot l}{E} \cdot \left( \frac{1}{A_u} + \frac{1}{A_{TP}} \right) \quad (51)$$

колона штанг стає розвантаженою від ваги пластової рідини.

Тиск, який створюють рушійні сили на поршні циліндрів гідравлічних колон, становить

$$p = \frac{4 \cdot (G'_u + G_T + G'_p)}{\pi \cdot D_{II}^2}, \quad (52)$$

де  $D_{II}$  – діаметр поршнів гідравлічних колон.

Як і у випадку першої напівфази, витрату рідини на першій та другій ділянках скидової лінії можна подати у вигляді

$$Q_3^2 = G_3^2 \cdot \Delta p_{(3)}, \quad Q_4^2 = G_4^2 \cdot \Delta p_{(4)}, \quad (53)$$

де:  $\Delta p_{(3)}$ ,  $\Delta p_{(4)}$  – перепади тиску на 1-й та 2-й ділянках скидової лінії;  $G_3$ ,  $G_4$  – провідності на 1-й та 2-й ділянках скидової лінії.

Перепади тиску на вказаних ділянках скидової лінії

$$\Delta p_{(3)} = p'_{poz} - p_{poz}, \quad \Delta p_{(4)} = p - p_{poz}, \quad (54)$$

$p'_{poz}$  – тиск в розгалуженнях трубопроводів скидової лінії;

$p_{poz}$  – тиск в резервуарі ( $p_{poz} = 0$ ).

Провідності на ділянках скидової лінії записуються так:

$$A_{rc} \sqrt{\frac{2}{\rho_r \left[ \sum_{i=1}^{n5} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_{i=1}^{n6} \xi_i + \frac{16 \cdot A_{rc}^2}{(\pi d^2 X_p \mu_{poz})^2} \right]}} = G_3, \quad (55)$$

$$A_{rc} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_r \left[ \sum_{i=1}^{n7} \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} + \sum_{i=1}^{n8} \xi_i \right]}} = G_4, \quad (56)$$

де  $\lambda_i$ ,  $\xi_i$  – коефіцієнти втрат напору по довжині трубопроводу і місцевих втрат скидової лінії;

$l_i$ ,  $d_i$  – довжина і внутрішній діаметр  $i$ -го трубопроводу скидової лінії,

$n_5$ ,  $n_7$  – кількість трубопроводів різних діаметрів на першій та другій ділянках скидової лінії,

$n_6$ ,  $n_8$  – кількість місцевих опорів на першій та другій ділянках скидової лінії.

Величина  $X_p$  у формулі (55) записується у вигляді

$$X_p = \frac{t - t_6}{t_1} + \left( 1 - \frac{t - t_6}{t_1} \right) \cdot S(t - t_6 - t_1), \quad (57)$$

де  $t_1$  – проміжок часу, протягом якого у розподільнику відкривається скидова лінія.

Враховуючи сказане, за аналогією до рівняння (3) отримаємо

$$m_{se} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_r \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 = -G'_u - G_T - G'_p + 2A_r^3 \left( \frac{4}{G_3^2} + \frac{1}{G_4^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + 0,5 \cdot (F_{T1} - F_{T2}). \quad (58)$$

В (57)  $t' = t - t_6$ , де  $t$  – час від моменту початку першої фази руху установки. Як і під час руху точки підвісу штанг угору, вісь координат спрямована угору і  $s$  відміряється від нижнього положення точки підвісу штанг.

Початкові умови для диференціального рівняння (58):

$$s|_{t'=0} = s_{\max}, \quad \frac{ds}{dt}|_{t'=0} = 0. \quad (59)$$



Розв'язавши диференціальне рівняння (58) з використанням початкових умов (59), отримаємо функцію  $s(t)$ , що відповідає початковому проміжку часу руху точки підвісу штанг вниз.

Як і при русі точки підвісу штанг угору, фіксуємо момент часу, в який

$$s^* = S(t_6 + \Delta t) = s_{\max} - (\Delta l_{uu} + \Delta l_{TP}) = s_{\max} - \frac{G_p \cdot l}{E} \cdot \left( \frac{1}{A_{uu}} + \frac{1}{A_{TP}} \right). \quad (60)$$

Це – момент часу, при якому вся вага пластової рідини над плунжером передається на колону НКТ. Штанги при цьому вкоротилися (розвантажилися від ваги рідини), а колони НКТ розтягнулися під вагою пластової рідини. Далі повинен настати момент, в який плунжер почне низхідний рух.

Початок руху плунжера насоса вниз супроводжуватиметься ще й деформацією колони штанг (деформацією стиску), оскільки верхній кінець колони штанг має певну швидкість

$v = \frac{ds}{dt} \Big|_{t=t_6-\Delta t}$ , спрямовану вниз, а нижній її кінець (неподалік плунжера) в цей момент є нерухомим. Як і при русі точки підвісу штанг угору, для подальшого дослідження руху колони скористаємося таким наближеним методом: колону штанг з моменту  $t = t_6 - \Delta t$  вважаємо такою, що не деформується, а між колоною штанг і плунжером розмістимо пружний елемент, жорсткість якого дорівнює жорсткості всієї колони штанг. В результаті отримаємо двомасову механічну систему (рис. 2). Між цими двома масами знаходиться пружний елемент. В момент початку руху плунжера насоса донизу контакт між ним і пластовою рідиною розривається.

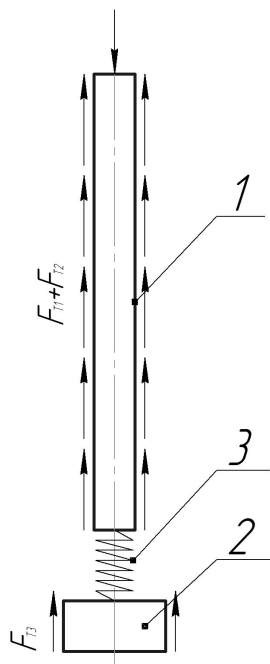


Рисунок 2 – Приведена двомасова механічна система

Коливний процес, що виникає у колоні штанг у момент початку руху плунжера насоса донизу ( в момент розриву контакту між плунжером і пластовою рідиною), розглядатиметься окремо.

На рис.2 зображено приведену двомасову механічну систему. Тут 1 – це маса колони штанг разом з масами траверси, штоків, поршнів, а також зведеною масою рідини всієї скидової лінії гідравлічної системи; 2 – маса плунжера і маса пластової рідини, що знаходиться над ним (у момент початку руху плунжера).

Величина маси 1 (зведеної) визначається за формулою

$$m_{зв} = m_{ш} + m_T \cdot 2 \cdot A_r \cdot \rho_r \cdot s + m_{rc}^{(3)} \cdot \left( \frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}} \right)^2 + m_{rc}^{(4)} \cdot \left( \frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}} \right)^2, \quad (61)$$

де:  $m_{rc}^{(3)}$  – маса рідини у скидовій лінії гідросистеми між резервуаром для рідини і місцем розгалуження скидової лінії;  $m_{rc}^{(4)}$  – маса рідини у скидовій лінії гідросистеми між місцем розгалуження цієї системи і гідравлічними колонами. Зведена маса  $m_{зв}$  у формулі (58) визначається за формулою (61).

До першої маси прикладені рушійні сили  $G'_{ш}$  і  $G_T$ , сили опору  $F_{T1}$  і  $F_{T2}$ , а також реакція з боку пружного елемента

$$R_2(s) = (s^* - s(t)) \cdot c. \quad (62)$$

В (62)  $t > t_6 + \Delta t$ ,  $\Delta t$  - проміжок часу, протягом якого точка підвісу штанг опускається на відстань  $\Delta l_{uu} + \Delta l_p$ . Рівняння руху першої маси має такий вигляд:

$$m_{зв} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_r \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 = -G'_{ш} - G_T + 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_3^2} + \frac{1}{G_4^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + 0.5 \cdot (F_{T1} - F_{T2}) + R_2(s), \quad (63)$$

при початкових умовах ( $t_7 = t_6 + \Delta t$ )

$$s \Big|_{t'=0} = s^*, \quad \frac{ds}{dt} \Big|_{t'=0} = v. \quad (64)$$

В (63), (64)  $t' = t - t_7$ . Величини  $v$  і  $v^*$  - величини алгебраїчні. Очевидно, що в даному випадку  $v < 0$  і  $v^* < 0$ .

Швидкість  $v^*$  визначається із розв'язку (58), (59) для моменту часу  $t = t_7$ .

Для маси 2 матимемо відповідно:

$$m_2 \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = -G_{II} - R_2(s) + F_{T3}, \quad (65)$$

$$s_2 \Big|_{t'=0} = s_{2\max}, \quad \frac{ds_2}{dt} \Big|_{t'=0} = 0, \quad (66)$$

де:  $s_{2\max}$  – максимальне віддалення плунжера від його нижнього положення;  $m_2$  – маса плунжера разом з масою рідини, що знаходиться над плунжером (в момент початку руху плунжера донизу в рівнянні (65)  $m_2 = m_{II}$ ,  $m_{II}$  – маса плунжера).

Розв'язуючи системи рівнянь (63)-(66), знайдемо момент часу  $t' = \Delta t_1$ , в який почеться рух плунжера насоса вниз, тобто момент часу  $t = t_7 + \Delta t_1$ . Позначимо  $t_7 + \Delta t_1 = t_8$ . Таким чином, рівняння (58)-(59) разом із системою рівнянь (63)-(66) описують рух точки підвісу штанг на її п'ятій фазі.

На шостій фазі руху точки підвісу штанг також розглядаємо двомасову систему, але у рівнянні (65) замість маси  $m_2$  необхідно брати масу  $m_n$ . Система рівнянь (63)-(66) набуде вигляду

$$m_{3в} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + A_r \cdot \rho_2 \cdot \left( \frac{ds}{dt'} \right)^2 = -G'_{ш} - G_T + 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_3^2} + \frac{1}{G_4^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt'} \right)^2 + 0.5 \cdot (F_{T1} - F_{T2}) + R_2(s), \quad (67)$$

$$s|_{t'=0} = s^{**}, \quad \frac{ds}{dt}|_{t'=0} = v^{**}, \quad (68)$$

$$m_{II} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = -G_{II} - R_2(s) + F_{T3}.$$

В рівнянні (68)  $s^{**}$ ;  $v^{**}$  – віддалення точки підвісу штанг від її нижнього положення в момент початку руху плунжера насоса донизу і швидкість руху точки в цей момент.

$$s|_{t'=0} = s_{2\max}, \quad \frac{ds_2}{dt'}|_{t'=0} = 0.$$

В рівняннях (67)-(68)  $t' = t - t_8$ .

В момент початку руху плунжера насоса донизу також виникають пружні коливання, викликані різницею швидкостей точки підвісу штанг і у з'єднанні плунжера зі штангами. Крім того, в момент початку руху плунжера маса пластової рідини від'єднується від плунжера. Для розгляду вказаних коливань ще раз скористаємося рухомою системою координат, початок якої знаходиться у точці підвісу штанг. В результаті цього точка підвісу штанг розглядається як нерухома, тобто рухом колони штанг як абсолютно твердого тіла нехтуємо, а розглядається тільки відносний рух перерізів колони штанг.

Переміщення перерізів колони штанг  $u$  залежно від їх координати  $x$  і часу  $t$  описується хвильовим рівнянням

$$a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (69)$$

Початкові умови задачі:

$$u|_{t'=0} = 0, \quad \frac{du}{dt}|_{t=0} = -v \cdot \frac{x}{l}, \quad (70)$$

де  $v$  – швидкість точки підвісу штанг в момент початку руху плунжера насоса вниз.

Граничні умови:

$$u|_{x=0} = 0. \quad (71)$$

Гранична умова на протилежному кінці колони штанг:

$$a^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} = -m \cdot l \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}|_{x=l(1-s_+(t))}, \quad (72)$$

де  $s_+(t)$  – асиметрична одинична функція

$$s_+(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0, \\ 1 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Гранична умова (72) відрізняється від граничної умови (42) тим, що при  $t > 0$  права частина в (72) дорівнює нулю.

При розв'язанні системи рівнянь (67)-(68) фіксуємо момент часу  $t_9 = t_8 + \Delta t_2$ , в якій вмикаються нижні кінцеві перемикачі ( $\Delta t_2$  – проміжок часу від моменту початкового руху плунжера насоса донизу до моменту увімкнення нижніх кінцевих перемикачів). В момент  $t = t_9$ , очевидно, повинна бути справедливою

рівність  $\frac{ds_2}{dt'}|_{t'=\Delta t_2} = \frac{ds_2}{dt'}|_{t'=\Delta t_2}$ . Це означає, що на сьомій фазі (гальмуванні руху точки підвісу штанг вниз) можемо розглядати одномасову систему, рівняння якої матиме вигляд

$$m_{3в} \cdot \frac{d^2 s}{dt'^2} + A_r \cdot \rho_2 \cdot \left( \frac{ds}{dt'} \right)^2 = -G'_{ш} - G_T + 2 \cdot A_r^3 \cdot \left( \frac{4}{G_3^2} + \frac{1}{G_4^2} \right) \cdot \left( \frac{ds}{dt'} \right)^2 + F_{T1} + F_{T2} + F_{T3}, \quad (73)$$

а початкові умови

$$s|_{t'=0} = s_{НКП}, \quad \frac{ds_2}{dt'}|_{t'=0} = v_{НКП}. \quad (74)$$

В (73) і (74)  $t' = t - t_9$ . Зведена маса визначається за формулою

$$m_{3в} = m_{ш} + m_T + 2 \cdot A_r \cdot \rho_r \cdot s + m_{rc}^{(3)} \cdot \left( \frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}} \right)^2 + m_{rc}^{(4)} \cdot \left( \frac{2 \cdot A_r}{A_{rc}} \right)^2 + m_n, \quad (75)$$

а  $s_{НКП}$  і  $v_{НКП}$  – відповідно віддалення точки підвісу штанг від його нижнього положення в момент увімкнення нижніх кінцевих перемикачів і швидкість руху цієї точки.

В (73) провідність скидової лінії визначається за формулою (64), а величина  $x_p$ , що характеризує закриття каналу розподільника,

Література

$$x_p = \frac{t - t_9}{\Delta t_2} \cdot [1 - S \cdot (t - t_9 - \Delta t_2)] \quad (76)$$

де  $\Delta t_2$  – проміжок часу, протягом якого закривається скидова лінія гідросистеми.

Розв'язком рівняння (73) при початкових умовах (74) є закономірність гальмування руху очки підвісу штанг.

На восьмій фазі точка підвісу штанг перебуває у нижньому положенні. Після цього цикл повторюється.

**Висновок**

Показано, що робочі параметри ШСНУ та надійність роботи її вузлів визначається діючими навантаженнями на штангову колону, плунжер насоса та точку підвісу штанг. Описані рівняння руху точки підвісу штанг на різних фазах дозволяють розробити рекомендації щодо вибору типу конструкції насосної установки та підняти її продуктивність. Отримані рівняння ляжуть в основу подальших досліджень з розробки рекомендацій вибору оптимальних конструктивних параметрів ШСНУ, за яких буде досягатиметься максимальний ККД.

1 Федорець І.О. Гідроприводи та гідро пневмоавтоматика / [В.О. Федорець, М.П. Педченко, В.Б. Струтинський та ін.]. – К.: Вища школа, 1995. – 163 с.

2 Молчанов Г.В. Машины и оборудование для добычи нефти и газа [Текст] / Г.В. Молчанов, А.Г. Молчанов. – М.: Недра, 1984. – 464 с.

3 Вирновский А.С. Теория и практика глубиннонасосной добычи нефти. Избранные труды [Текст] / А.С. Вирновский. – М.: Недра, 1971. – 184 с.

4 Чичеров Л.Г. Нефтепромысловые машины и механизмы / Л.Г. Чичеров. – М.: Недра, 1983. – 132 с.

5 Пирвердян А.М. Вопросы гидравлики и работоспособности глубинного насоса / А.Н. Пирвердян, А.Н. Адонин. – Баку: Азнефтемашиздат, 1955. – 192 с.

6 Адонин А.Н. Добыча нефти штанговыми насосами / А.Н. Адонин. – М.: Недра, 1979. – 213 с.

7 Nind T. Principles of OilWell Production, 2nd Edition. – McGraw-Hill Book Company, New York, 1981.

8 Brown K. TheTechnology of Artificial Lift Methods. – Vols. 3a and 3b, Petroleum Publishing Co., Tulsa, Oklahoma, 1980.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
20.02.12*

*Рекомендована до друку професором  
Р. А. Мельником*