

Фізико-технічні проблеми видобування енергоносіїв

УДК 622.276.1/7

ЙМОВІРНІСНА ОЦІНКА ПРОЦЕСУ ПАРАФІНОВОЇ КОЛЬМАТАЦІЇ ПРИВІБІЙНОЇ ЗОНИ НАФТОВОГО ПЛАСТА

В.С. Бойко, В.Д. Середюк

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; тел. (0342) 994196;
e-mail: public@nung.edu.ua

Процес кольматції парафіном привибійної зони нафтового пласта супроводжується зменшенням поточних дебітів свердловин. Визначається він багатьма чинниками, які достатньою мірою не вдається врахувати ні експериментально, ні теоретично. Метою даної роботи є виконання досліджень з використанням математичного апарату теорії ймовірностей. Припускається, що пласт складається із деякої множини капілярів, а кристал парафіну застрягає в капілярі з критичним перерізом, відтак усі кристали, що рухаються за ним, осідають (накопичуються). Описуючи цей процес у термінах теорії ймовірностей, отримано функції ймовірностей відсутності і настання кольматції у вигляді експоненціального закону та просторовій координаті. У міру наближення до свердловини градієнт тиску зростає, а отже, зростає перепад температур (як результат дросельного ефекту), кристали парафіну виділяються щораз інтенсивніше, тобто кольматція залежить від біжучого радіуса. За таких умов експоненціальний закон узагальнено законом Вейбулла, а відтак – розширеним експоненціальним законом Макегама. Аналогічно записано функції за часовою координатою. Згідно із законом великих чисел здійснено перехід від множини капілярів до коефіцієнта проникності, який записано для будь-якого перерізу нафтового пласта в довільний момент часу. Аналіз показав, що в привибійній зоні відбувається інтенсивне в часі зменшення коефіцієнта проникності, з часом зона кольматції розширюється в просторі, а коефіцієнт проникності нелінійно зростає з віддаленням від свердловини, що відповідає фізичній суті процесу. Введено поняття середнього коефіцієнта проникності в зоні кольматції на довільний момент часу. Використовуючи формули Дюпюї із змінним у часі коефіцієнтом проникності і розглядаючи зонально-неоднорідний пласт, отримано дебіт свердловини по нафті залежно від часу її роботи. У результаті процес парафінової кольматції вперше описано не тільки за часовою, а і за просторовою координатою.

Ключові слова: зона кольматції парафіном, дебіт парафінистої нафти.

Процесс кольматции парафином призабойной зоны нефтяного пласта сопровождается уменьшением текущих дебитов скважин. Определяется он множеством факторов, которые не удается достаточно полно учесть ни экспериментально, ни теоретически. Целью данной работы являются исследования с использованием математического аппарата теории вероятностей. Предполагается, что пласт состоит из некоторого множества капилляров, а кристал парафина застревает в капилляре с критическим сечением, вследствие чего последующие кристаллы оседают (нагромождаются в нем). Описывая этот процесс в понятиях теории вероятностей, получены функции вероятностей отсутствия и реализации кольматции в виде экспоненциального закона по пространственной координате. Чем ближе к скважине, тем градиент давления возрастает, возрастает и перепад температур (как следствие дросельного эффекта), кристаллы парафина выделяются из нефти все более интенсивно, то есть кольматция зависит от текущего радиуса. При таких условиях экспоненциальный закон обобщен законом Вейбулла, а затем – расширенным экспоненциальным законом Макегама. Аналогично записаны функции и по временной координате. Согласно закону больших чисел осуществлен переход от множества капилляров к коэффициенту проницаемости, который записан для любого сечения нефтяного пласта в произвольный момент времени. Анализ показал, что в призабойной зоне происходит интенсивное уменьшение коэффициента проницаемости, со временем зона кольматции расширяется в пространстве, а коэффициент проницаемости неллинейно возрастает с удалением от скважины, что соответствует физической сущности процесса. Введено понятие среднего коэффициента проницаемости в зоне кольматции на любой момент времени, а используя формулу Дюпюи с изменяющимся во времени коэффициентом проницаемости и рассматривая зонально-неоднородный пласт,

получен дебит скважини по нефти в зависимости от времени ее работы. В результате процесс парафиновой кольматации впервые описан не только по временной, но и по пространственной координате.

Ключевые слова: зона кольматации парафином, дебит парафинистой нефти.

The wax colmatation process of oil reservoir bottom-hole zone is accompanied by the current well production rate decrease, and it is determined by many factors which are not possible to be taken into account to a considerable extent, neither experimentally, nor theoretically. The aim of the work is to study the probability theory by applying mathematical apparatus. Formation is supposed to consist of an abundance of capillaries, and the wax crystal gets stuck in the capillary with the critical cross-section, and all the crystals, moving after it, sink (accumulate in it). Describing this process in terms of the probability theory, the probability functions of colmatation absence and realization in the form of an exponential law and space coordinate have been obtained. When approaching the well, the pressure gradient rises, temperature differential increases (as a result of the throttling effect), wax crystals are discharged from oil more intensively, i. e. the colmatation depends on the reference radius. The exponential law is generalized by the Weibull's law, and thereafter, by the Makhm's extended exponential law under such conditions. The functions in time coordinates were recorded analogically. Transition from the abundance of capillaries to the permeability coefficient, recorded for any oil formation intersection at an arbitrary moment of time, has been made in accordance with the law of large numbers. The analysis has shown that an intensive temporal decrease of the permeability coefficient occurs in the reservoir bottom-hole zone, the colmatation zone is extending in space with time, and the permeability coefficient increases nonlinearly when moving away from the well that corresponds to the physical essence of the process. The notion of an average permeability coefficient in the colmatation zone for any moment of time has been introduced and the oil well production rate depending on its operation time has been calculated by utilizing the Dupuit's formula with the time varying permeability coefficient and considering the zone-heterogeneous formation. As a result, the process of wax colmatation has been described for the first time not only in time but also in space coordinate.

Key words: wax colmatation zone, paraffinaceous oil rate.

Вступ

Процес кольмататії парафіном привибійної зони нафтового пласта неминує виникає, коли температура потоку високопарафінистої нафти і вільного нафтового газу внаслідок прояву дросельного ефекту стає нижчою від температури насичення нафти парафіном [1, 2]. Такі умови припливу нафти до свердловин виявлено на кількох нафтових родовищ України [3].

Виділення із нафти твердого парафіну і накопичення його неподалік свердловини зумовлює необхідність здійснення періодичних оброблень вуглеводневими розчинниками чи оброблень теплотою привибійної зони нафтового пласта [4]. Для проектування процесу оброблення необхідно знати зміну проникності в цій зоні та загалом зміну дебіту свердловини з часом.

Аналіз досліджень і публікацій

Накопичення парафіну в привибійній зоні нафтового пласта призводить до зменшення поточних дебітів свердловин. Процес кольмататії парафіном привибійної зони виникає внаслідок прояву дросельного ефекту (ефекту Джоуля-Томсона) при припливі механічної суміші газонасиченої нафти та вільного нафтового газу і визначається багатьма чинниками, які достатньою мірою не вдається врахувати ні експериментально, ні теоретично [2,3].

Вивченням процесу відкладання парафіну і відповідно зменшення (згасання) дебіту займалось багато дослідників. У роботі [3] виконано аналіз відомого рівняння для опису процесу згасання фільтрації нафти

$$v = v_0 e^{\alpha t + \beta t^2} \quad (1)$$

і його часткового випадку при $\beta = 0$ і $\alpha < 0$, де v, v_0 – поточна і початкова швидкості фільтра-

ції; t – час; α, β – коефіцієнти, а відтак на основі вивчення фільтрації через капіляр за законом Гагена-Пуазейля, враховуючи зменшення його радіуса через відкладання парафіну, запропоновано формулу згасання швидкості фільтрації в часі у вигляді квадратичної гіперболи:

$$v = \frac{v_0}{(1 + \sqrt{v_0} A_1 t)^2}, \quad (2)$$

де A_1 – параметр, який залежить від коефіцієнта, що враховує пристінне гелеутворення, а також довжину капіляра, динамічного коефіцієнта в'язкості нафти і перепаду тиску. Ця формула успішно була використана у лабораторних експериментах.

У роботі [5] для опису динаміки запарафінювання колектора складено систему із рівнянь кінетики випадання завислого твердого парафіну із дрібнодисперсної агрегативно стійкої суспензії, балансу для твердої фази, нерозривності для завислої твердої фази і рідинної фаз та лінійної (за законом Дарсі) одновимірної (вздовж просторової координати) фільтрації. При цьому введено ряд істотних припущень (розміри частинок достатньо малі порівняно із початковими розмірами пор, швидкості частинок і рідини однакові, наявність газової фази знехтувано, розчинність парафіну в нафті погіршується пропорційно зниженню розчинності газу в нафті, зниження тиску вздовж шляху фільтрації відбувається у відповідності з експонентою, нафтопроникність колектора змінюється внаслідок його парафінізації). Отриману складну систему рівнянь розв'язували із використанням методу перетворення Лапласа і записали вирази для насиченості одиничного порового об'єму відкладеним парафіном та поточного дебіту нафти (через складність і громіздкість формул тут їх не подаємо). Емпіричні коефіцієнти (кінетичний коефіцієнт і показник

експоненти тиску) рекомендовано визначати за промисловими або лабораторними даними. Досягнуто хороше співпадання розрахункових і фактичних даних за дебітом на прикладі однієї свердловини, по якій за фактичними результатами якої і визначали емпіричні коефіцієнти.

Виділення невирішених частин проблеми

Аналіз показав, що дана проблема ще не отримала прийнятної розв'язку: не встановлено зміни коефіцієнта проникності і радіуса зони парафінової кольматації, а параметри процесу накопичення парафіну доводиться визначати за тією ж свердловиною.

Формулювання цілей роботи

Мета роботи – виконати дослідження з позицій теорії ймовірностей [6], а саме, визначити зміну коефіцієнта проникності внаслідок парафінової кольматації не тільки за часовою координатою, але вперше і за просторовою координатою. Одним із авторів сформульовано постановку такого дослідження в роботі [7], яке і реалізуємо тут.

Висвітлення основного матеріалу

Припускаємо, що пласт складається із деякої множини капілярних трубок течії, які характеризуємо середньою площею поперечного перерізу, а фільтраційний потік, у якому утворюються кристали парафіну, описується законом Дарсі. При цьому кристали парафіну здебільшого будуть застрягати в певних місцях (кольматація), де діаметр кристала $d_{кр}$ є меншим від діаметра поперечного перерізу (критичного перерізу) капіляра (оскільки діаметр капіляра вздовж шляху фільтрації хаотично змінюється в межах від максимальної d_{max} значини до мінімальної d_{min}), або прилипати (адгезія) до стінок капіляра, хоч шорстка поверхня капіляра, точніше її виступи, є основними центрами кристалізації парафіну. Дійшовши до критичного перерізу, кристал парафіну застрягає в ньому, і всі кристали, які рухаються вслід за ним, осідають (накопичуються).

Позначимо через S довжину вільного пробігу кристала парафіну вздовж капіляра до критичного перерізу, а ξ – довільна відстань вздовж капіляра.

Нехай кристал парафіну безперешкодно пройшов вздовж трубки течії і не закольмував капіляра на відстані ξ , тобто $S < \xi$. Ймовірність того, що він не закольмує капіляра на новій ділянці (ξ, ξ_1) позначаємо через $P(\xi, \xi_1)$. Якщо A – подія, яка означає відсутність кольматації на ділянці $(0, \xi)$, а B – подія, яка те ж означає відсутність кольматації на новій ділянці (ξ, ξ_1) , тоді ймовірність $P(\xi, \xi_1)$ є умовною ймовірністю [6]:

$$P(\xi, \xi_1) = P\{B|A\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{A\}}. \quad (3)$$

Але подія AB означає відсутність кольматації капіляра на ділянці $(0, \xi_1)$, а тому ймовірність відсутності кольматації на ділянці (ξ, ξ_1)

$$P(\xi, \xi_1) = \frac{C(o_1)}{C(o)}. \quad (4)$$

Ймовірність настання кольматації на ділянці (ξ, ξ_1) , як ймовірність протилежної події, записується так:

$$Q(\xi, \xi_1) = 1 - P(\xi, \xi_1) = \frac{C(o) - C(o_1)}{C(o)}. \quad (5)$$

Прийmemo, що $\xi_1 = \xi + \Delta\xi$, і спрямуємо проріст довжини $\Delta\xi$ до нуля. Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} Q(\xi, \xi + \Delta\xi) &= \frac{C(o) - C(o + \Delta o)}{C(o)} = \\ &= - \frac{C'(o)}{C(o)} \Delta o + Z(\Delta o), \end{aligned} \quad (6)$$

де $Z(\Delta\xi)$ – залишок під час диференціального переходу.

Позначаємо

$$\lambda(o) = - \frac{C'(o)}{C(o)}, \quad (7)$$

а тоді за малої величини $\Delta\xi$

$$Q(\xi, \xi + \Delta\xi) \approx \lambda(\xi) \Delta\xi, \quad (8)$$

Звідси впливає наступне: $\lambda(\xi)$ є ймовірністю того, що капіляр, який не закольмувався на відстані ξ , закольмується на ділянці $\Delta\xi$, якщо вона є достатньо малою, тобто ймовірність є пропорційною $\Delta\xi$ з точністю до нескінченно малих величин вищого порядку.

Величина $\lambda(\xi)$ є локальною характеристикою ймовірності відсутності кольматації для кожного ξ або щільність умовної ймовірності кольматації на кожній відстані ξ за умови, що до цієї відстані кольматація була відсутня, яка називається в термінах теорії ймовірностей небезпекою відмови (у нас – небезпекою кольматації), а в теорії надійності розглядається як інтенсивність відмов. Іншими словами, величина $\lambda(\xi)$ є ймовірністю того, що за відсутності кольматації на ділянці $(0, \xi)$ відбувається кольматація на наступній малій ділянці.

Інтегруючи (7) відносно функції надійності і враховуючи $Q(\xi)$ як протилежну подію, отримуємо закони розподілу ймовірностей

$$P(o) = e^{-\int_0^o \lambda(o) do}; \quad (9)$$

$$Q(o) = 1 - P(o), \quad (10)$$

де $\lambda(\xi)$ – параметр закону розподілу.

Із (9) витікає, що ймовірність відсутності кольматації на відрізьку (ξ_1, ξ_2) виражається

$$P(o_1, o_2) = e^{-\int_{o_1}^{o_2} \lambda(o) do}. \quad (11)$$

Якщо припустити, що параметр $\lambda(\xi) = \text{const}$, то ймовірність відсутності кольматації, тобто ймовірність розподілу відстані ξ

безвідмовної фільтрації, на якій не настає кольматація,

$$P(o) = e^{-\lambda o} \quad (12)$$

Такий закон розподілу ξ називається експоненціальним (показниковим) законом. Для нього ймовірність настання кольматації (як протилежна подія)

$$Q(o) = 1 - e^{-\lambda o} \quad (13)$$

У записаних виразах згідно з апаратом теорії ймовірностей $P(\xi)$ – закон розподілу ймовірностей $P(S > \xi)$, а $Q(\xi) = P(S \leq \xi)$. Інтегральна функція $Q(\xi)$ виражає собою ймовірність того, що випадкова величина S набуде значини, яка не перевищує ξ .

Диференціюючи, знаходимо щільність розподілу ймовірності

$$f(o) = \lambda e^{-\lambda o} \quad (14)$$

Математичне сподівання $M[\xi]$ випадкової величини Σ , що має експоненціальний розподіл, – це величина, яка обернена λ і збігається із середнім квадратичним відхиленням σ :

$$M[o] = \sigma = \int_0^{\infty} e^{-\lambda o} d o = \frac{1}{\lambda} \quad (15)$$

Математичне сподівання $M[\xi]$ є середньою довжиною відрізка капіляра до місця його кольматації кристалом парафіну. Зрозуміло, що здебільшого $\xi \ll M[\xi]$.

Експоненціальний закон має одну незвичайну (відносно інших законів розподілу) властивість, яка полягає в наступному: якщо відрізок, який розподілений за експоненціальним законом, уже мав певний вимір, то це ніяк не впливає на закон розподілу решти частини відрізка. А це означає, що ймовірність відсутності кольматації на відрізку $(\xi, \xi + \Delta\xi)$ не залежить від довжини попереднього відрізка ξ , а залежить тільки від довжини інтервалу $\Delta\xi$.

Відстань зони кольматації будемо відряховувати також за ξ з урахуванням апріорі заданої відстані ξ_0 , на якій біжуча температура пласта T дорівнює температурі насичення нафти парафіном $T_{нас}$, тобто $T = T_{нас}$. Тоді ймовірності відсутності й настання кольматації набувають вигляду:

$$P(o) = e^{-\int_{\xi_0}^o \lambda(\xi) d(\xi_0 - \xi)} \quad ; \quad (16)$$

$$Q(o) = 1 - P(o) \quad , \quad (17)$$

де $\xi_0 = \text{const}$.

Якщо $\lambda(\xi) = \text{const}$, то маємо:

$$P(o) = e^{-\lambda(o_0 - o)} \quad , \quad (18)$$

$$Q(o) = 1 - e^{-\lambda(o_0 - o)} \quad , \quad (19)$$

тобто за $\xi = \xi_0$ функція $P(\xi) = 1$, а це означає, що кольматація капіляра відсутня, функція $Q(o) = 0$. Зміни $P(\xi)$ і $Q(\xi)$ показано на рис. 1, 2. Оскільки вони на графіку є дзеркальним відображенням, то надалі будемо показувати тільки функцію відсутності кольматації (чи, інакше,

надійності безвідмовного перебігу процесу фільтрації до наступної відмови – кольматації).

У привибійній зоні пласта температура газонафтового потоку знижується нижче від температури насичення нафти парафіном внаслідок прояву дросельного ефекту. При цьому нафта нагрівається, газ охолоджується, але згідно з калориметричною формулою закону Ріхмана результатним може настати охолодження [8]. Відомо, що температура насичення нафти парафіном – це температура, за якої із нафти виділяються перші кристали парафіну.

У міру наближення до свердловини перепад (точніше, градієнт) тиску зростає, а значить, зростає перепад температур, кристали парафіну виділяються щораз інтенсивніше, тобто кольматація залежить від біжучого радіуса або, інакше, від перепаду температур. За таких умов експоненціальний закон можна узагальнити законом Вейбулла [6], функція надійності для якого має вигляд:

$$P_1(o) = e^{-\lambda o^\zeta} \quad (20)$$

і небезпека відмови

$$\lambda_1(o) = \zeta \lambda o^{\zeta-1} \quad , \quad (21)$$

де ζ – постійна величина.

При цьому експоненціальний закон є окремим випадком закону Вейбулла за $\zeta = 1$, а маючи два параметри – λ і ζ , можна отримати кращу відповідність дослідним даним порівняно з експоненціальним законом, який залежить тільки від одного параметра λ . При $\zeta > 1$ небезпека відмови монотонно зростає від нуля, при $\zeta < 1$ небезпека відмови монотонно зменшується і необмежена при $\zeta = 0$. При $\zeta > 1$ він стає близьким до нормального закону, а при $\zeta = 2$ матимемо закон Релея. Зміну $\lambda_1(\zeta)$ показано на рис. 3.

Відраховуючи відстань зони кольматації ξ від апріорі заданої відстані ξ_0 , аналогічно попередньому, запишемо імовірності

$$P_1(o) = e^{-\lambda(o_0 - \xi)^\zeta} \quad ; \quad (22)$$

$$Q_1(o) = 1 - e^{-\lambda(o_0 - \xi)^\zeta} \quad . \quad (23)$$

Зміни $P_1(\xi, \lambda)$ за законом Вейбулла показано на рис. 4-6 при $\xi_0 = 10$ м і за різних λ і $\zeta = 0,5; 2; 3$. При $\zeta = 1$ маємо графік стосовно експоненціального закону на рис. 1. Із рисунків виснуємо, що із збільшенням параметра ζ різко зменшується імовірність відсутності кольматації $P_1(\xi, \lambda, \zeta)$, що відповідає фізичному змістові процесу.

Небезпеку відмови – функцію $\lambda(\xi)$ – можна описати також за відомою в теорії ймовірностей формулою Макегама [6]:

$$\lambda_2(\xi) = \alpha + \gamma \beta e^{\gamma \xi} \quad , \quad (24)$$

де α, β, γ – постійні величини (коефіцієнти).

Температура в привибійній зоні згідно з формулою дросельного ефекту (ефекту Джоуля-Томсона) є адекватною тиску [9]. Відомо, якщо у випадку усталеної фільтрації нафти до свердловини перехід від ізобари до ізобари здійснювати в арифметичній прогресії, то перехід від

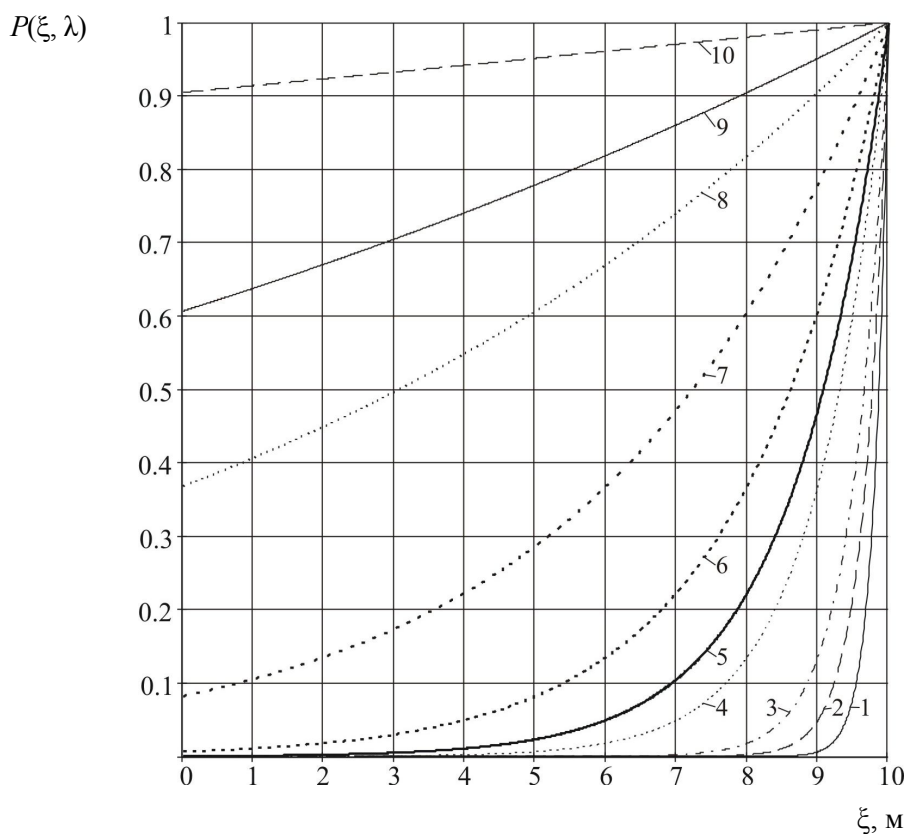


Рисунок 1 – Ймовірність відсутності кольматації $P(\xi, \lambda)$ за експоненціальним законом (18) при λ : 1 – 5; 2 – 3; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 0,75; 6 – 0,5; 7 – 0,25; 8 – 0,1; 9 – 0,05; 10 – 0,01

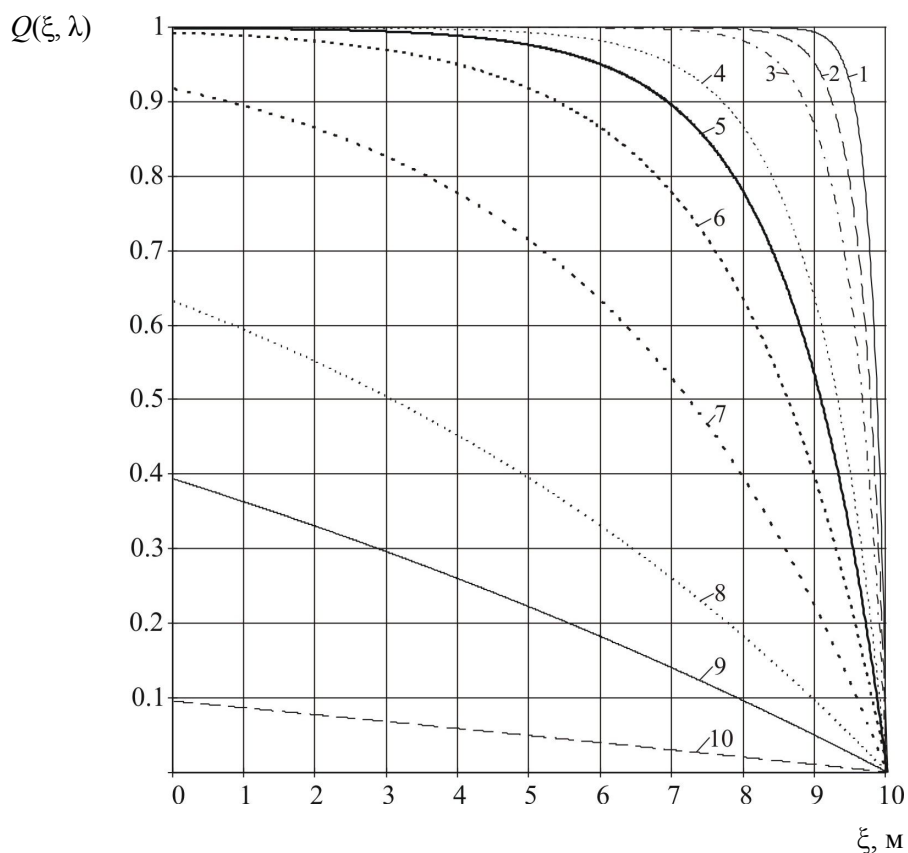


Рисунок 2 – Ймовірність настання кольматації $Q(\xi, \lambda)$ за експоненціальним законом (19) при λ : 1 – 5; 2 – 3; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 0,75; 6 – 0,5; 7 – 0,25; 8 – 0,1; 9 – 0,05; 10 – 0,01

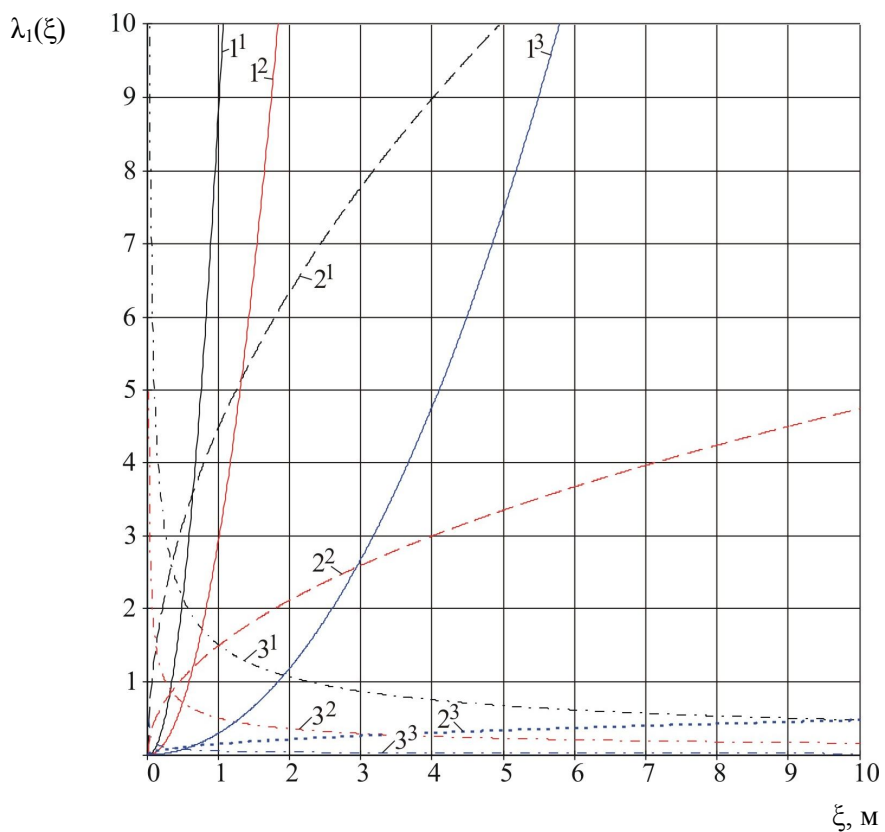


Рисунок 3 – Функція небезпеки відмови $\lambda_1(\xi)$ за законом Вейбулла при $\zeta = 3$ (лінії 1), $\zeta = 1,5$ (лінії 2), $\zeta = 0,5$ (лінії 3), а кожному верхньому індексу 1, 2, 3 відповідають почергово $\lambda = 3; 1; 0,1$

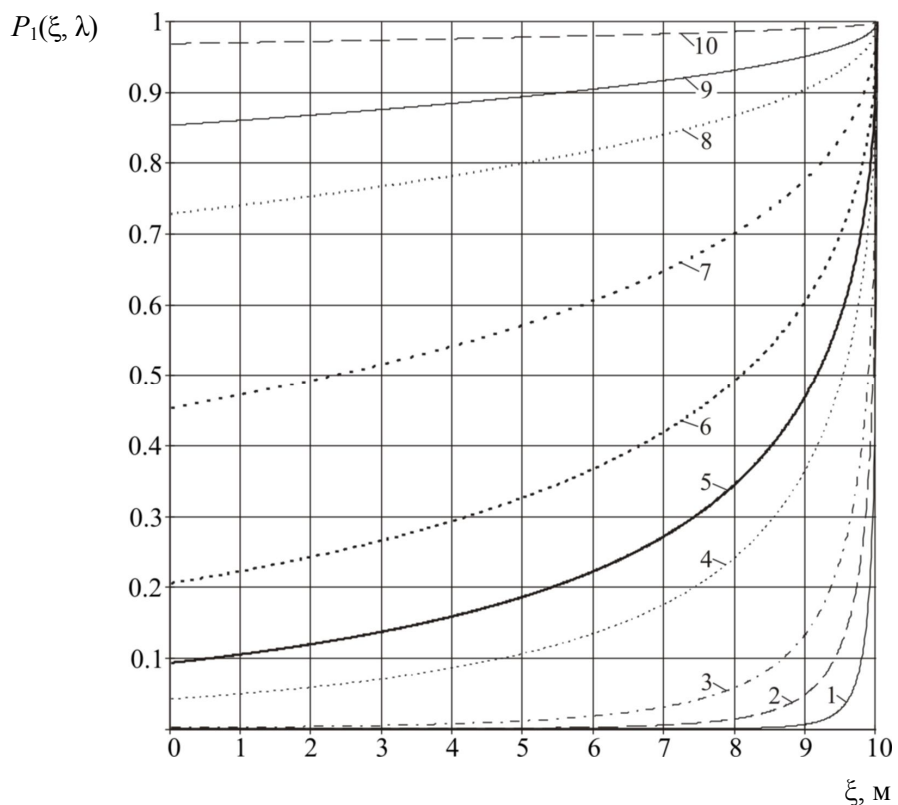


Рисунок 4 – Ймовірність відсутності кольматації $P_1(\xi, \lambda)$ за законом Вейбулла при $\zeta = 0,5$ і різних λ : 1 – 5; 2 – 3; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 0,75; 6 – 0,5; 7 – 0,25; 8 – 0,1; 9 – 0,05; 10 – 0,01

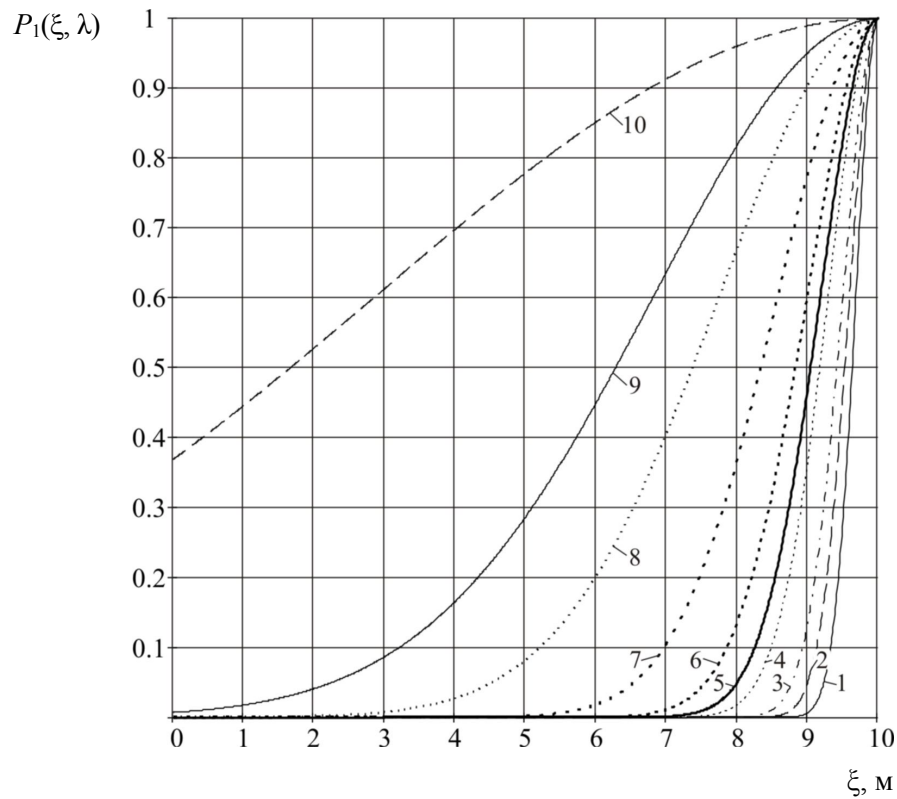


Рисунок 5 – Ймовірність відсутності кольматації $P_1(\xi, \lambda)$ за законом Вейбулла при $\zeta = 2$ і різних λ : 1 – 5; 2 – 3; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 0,75; 6 – 0,5; 7 – 0,25; 8 – 0,1; 9 – 0,05; 10 – 0,01

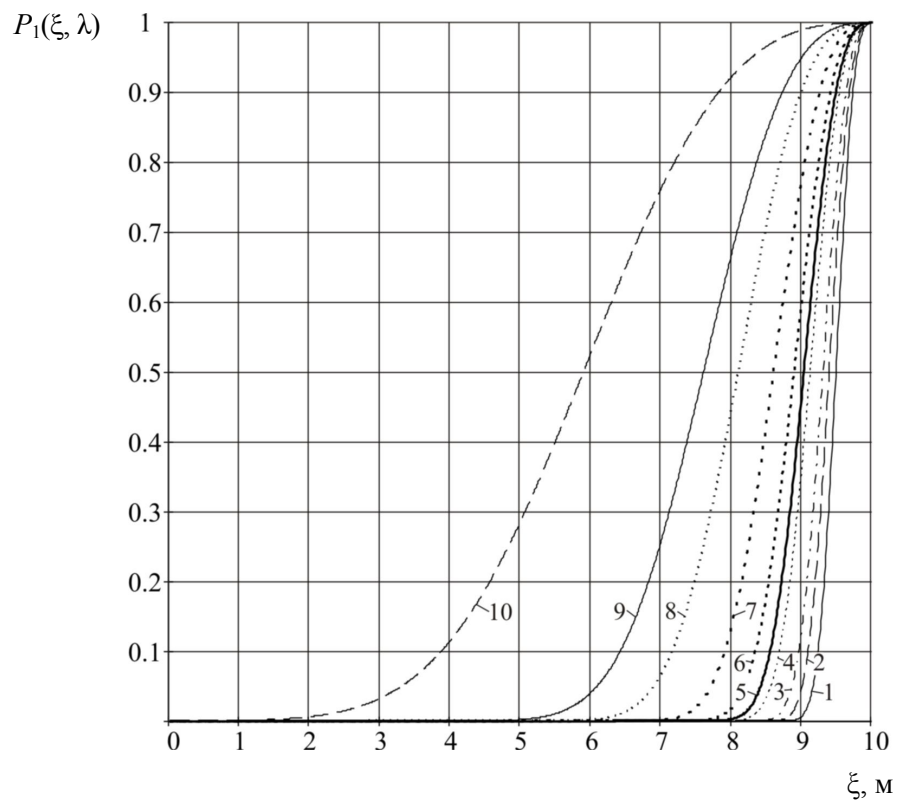


Рисунок 6 – Ймовірність відсутності кольматації $P_1(\xi, \lambda)$ за законом Вейбулла при $\zeta = 3$ і різних λ : 1 – 5; 2 – 3; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 0,75; 6 – 0,5; 7 – 0,25; 8 – 0,1; 9 – 0,05; 10 – 0,01

радіуса до радіуса відбувається в геометричній прогресії [9]. Зрозуміло, це можна перенести і на температуру, а відтак урахувати її зміну коефіцієнтом γ . Тоді розширений експоненціальний закон Макегама записуємо так:

$$P_2(0) = e^{-\delta_0 - \beta(e^{\gamma_0} - 1)}, \quad (25)$$

а з урахуванням початкової координати ξ_0 відповідні ймовірності

$$P_2(\xi) = e^{-\delta(\xi_0 - \xi) - \beta[e^{\gamma(\xi_0 - \xi)} - 1]}, \quad (26)$$

$$Q_2(\xi) = 1 - P_2(\xi), \quad (27)$$

при цьому експоненціальний закон є окремим випадком цього закону за $\gamma = 0$.

Якщо позначити через T випадкову тривалість проміжку до першого настання закупорювання капіляра кристалом парафіну в проміжку $(t_0, t_0 + t)$ після моменту t_0 , то аналогічно можна вивести ймовірність відсутності кольтатації капіляра з часом t в перерізі з фіксованою просторовою координатою та ймовірність кольтатації, а саме:

$$P(T > t) = P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}; \quad (28)$$

$$P(T \leq t) = Q(t) = 1 - P(t), \quad (29)$$

де δ – величина, аналогічна λ , при цьому закон розподілу можна брати також і за законом Макегама чи Вейбулла. Характер зміни $P(t, \delta)$ за $\delta = \text{const}$ показано на рис. 7.

При цьому середній строк безвідмовної роботи M_T є обернено пропорціональним до інтенсивності відмов λ_T , $M_T = 1/\lambda_T$.

Після закінчення кольтатації можна довільно задати достатньо великий переріз потоку, який містить множини елементарних капілярів течії, тоді згідно із законом великих чисел, ймовірність $P(\xi)$ у перерізі з координатою ξ визначає відносне число закольтатованих капілярів, а $Q(\xi)$ – навпаки незакольтатованих.

Якщо прийемо, що k_0 і k_1 – коефіцієнти проникності відповідно незакольтатованих і частково закольтатованих капілярів (або інакше двох частин одного і того ж перерізу нафтового пласта з координатою ξ), то середній коефіцієнт проникності буде:

$$k(\xi) = k_0 Q(\xi) + k_1 P(\xi). \quad (30)$$

Подібно середній коефіцієнт проникності перерізу поверхневого шару з просторовою координатою $\xi = 0$ в довільний момент часу t можна записати:

$$k_1(\xi = 0, t) = k_0 P(t) + k_2 Q(t), \quad (31)$$

де k_2 – коефіцієнт проникності після закінчення процесу кольтатації на момент часу t .

Тоді, підставляючи (31) в (30), середній коефіцієнт проникності для будь-якого перерізу ξ в довільний момент часу t отримаємо у вигляді:

$$k(\xi, t) = k_0 Q(\xi) + [k_0 P(t) + k_2 Q(t)] P(\xi) = k_0 [Q(\xi) + P(t) P(\xi)] + k_2 Q(t) P(\xi), \quad (32)$$

або при $\lambda = \text{const}$ і $\delta = \text{const}$

$$k(\xi, t) = k_0 (1 - e^{-\lambda t}) + [k_0 e^{-\delta t} + k_2 (1 - e^{-\delta t})] e^{-\lambda t}. \quad (33)$$

У такому разі відносна зміна коефіцієнта проникності $k(\xi, t)/k_0$, наприклад, при $k_2 = 0,4k_0$ та $k_2 = 0,1k_0$ за просторовою ξ і часовою t координатами на основі експоненціального закону показано на рис. 8 та 9. Із рисунка випливає, що в привибійній зоні (за малих ξ) відбувається інтенсивне в часі зменшення коефіцієнта проникності. З часом зона кольтатації розширюється в просторі, а коефіцієнт проникності нелінійно зростає з віддаленням від свердловини, що відповідає фізичній суті процесу.

Визначаємо також середній коефіцієнт проникності пласта в зоні кольтатації у випадку фільтрації до свердловини. У випадку заданого закону поступової зміни проникності середній коефіцієнт проникності виражається так [9]:

$$\tilde{k}(t) = \frac{\ln \frac{R}{r_c}}{\int_{r_c}^R \frac{dr}{k(r, t)r}}, \quad (34)$$

де R, r_c – радіуси відповідно зони кольтатації і свердловини;

r – поточний радіус;

$k(r, t)$ – коефіцієнт проникності в залежності від радіуса r .

Тут $R = \xi_0$; $\xi = \xi_0 - r$, а тоді $dr = -d\xi$, причому $r_c \leq r \leq R$.

На основі (32), переходячи до інших координат і використовуючи закон Макегама, можемо записати зміну коефіцієнта при фільтрації до свердловини:

$$k(r, t) = k_0 \left[1 - e^{-\delta r - \beta(e^{\gamma r} - 1)} \right] + [k_0 e^{-\delta t} + k_2 (1 - e^{-\delta t})] e^{-\delta r - \beta(e^{\gamma r} - 1)}. \quad (35)$$

За формулою (35) на основі закону Макегама виконано розрахунки відносної зміни коефіцієнта проникності $k(\xi, t)/k_0$, наприклад, при $k_2 = 0,4k_0$ та $k_2 = 0,1k_0$ за просторовою ξ та часовою t координатами, і показано на рис. 10 та 11.

Характер ліній (рис. 10 і 11) аналогічний попередньому.

Зміну середнього коефіцієнта проникності з використанням закону Макегама при фільтрації до свердловини показано на рис. 12.

Зростання параметрів α та β призводить до сповільнення спадання відносної середньої проникності. Відчутніший вплив має параметр α . Але за всіх значин параметрів середній коефіцієнт зменшується в часі.

Використовуючи відому формулу Дюпюї [9] із змінним у часі коефіцієнтом проникності, і, розглядаючи зонально-неоднорідний пласт, розраховуємо дебіт свердловини по нафті Q залежно від часу її роботи t , а саме:

$$Q = \frac{2\pi h(p_k - p_c)}{\mu \left(\frac{1}{k_0} \ln \frac{R_k}{r_3} + \frac{1}{A\tilde{k}} \left[\frac{1}{r_3(t)}, t \right] \ln \frac{r_3}{r_c} \right)}, \quad (36)$$

де h – товщина пласта;

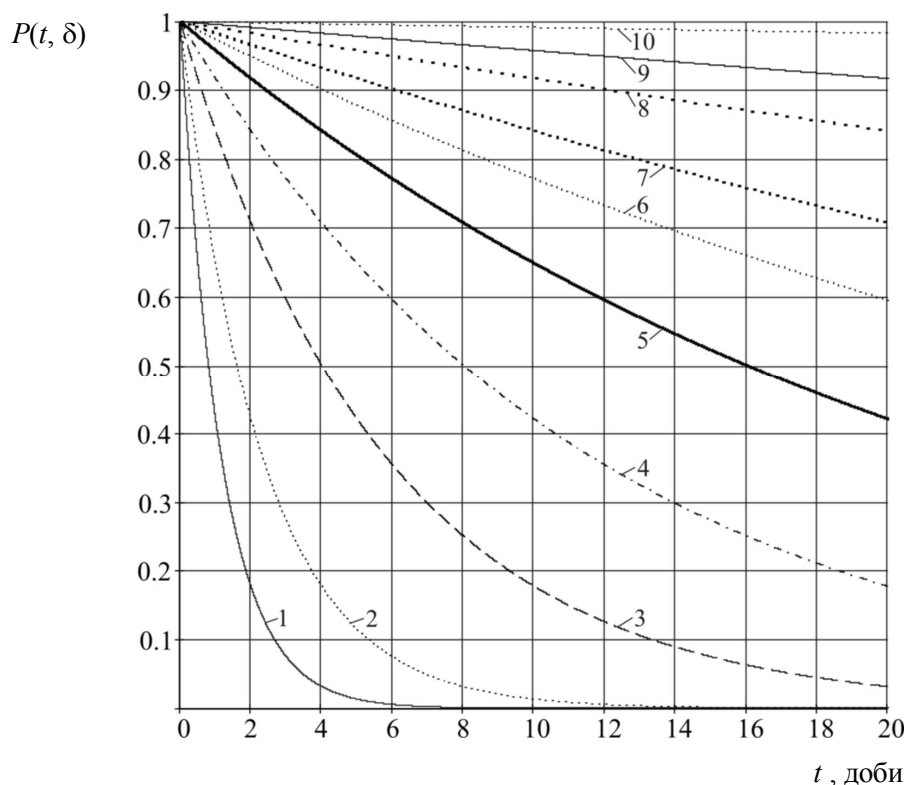


Рисунок 7 – Залежність ймовірності відсутності кольтатації $P(t, \delta)$ від часу t за різних δ , с:
 1 – $\delta = 10^{-5}$; 2 – $\delta = 5 \cdot 10^{-6}$; 3 – $\delta = 2 \cdot 10^{-6}$; 4 – $\delta = 1 \cdot 10^{-6}$; 5 – $\delta = 5 \cdot 10^{-7}$;
 6 – $\delta = 2 \cdot 10^{-7}$; 7 – $\delta = 1 \cdot 10^{-7}$; 8 – $\delta = 1 \cdot 10^{-7}$; 9 – $\delta = 5 \cdot 10^{-8}$; 10 – $\delta = 1 \cdot 10^{-8}$

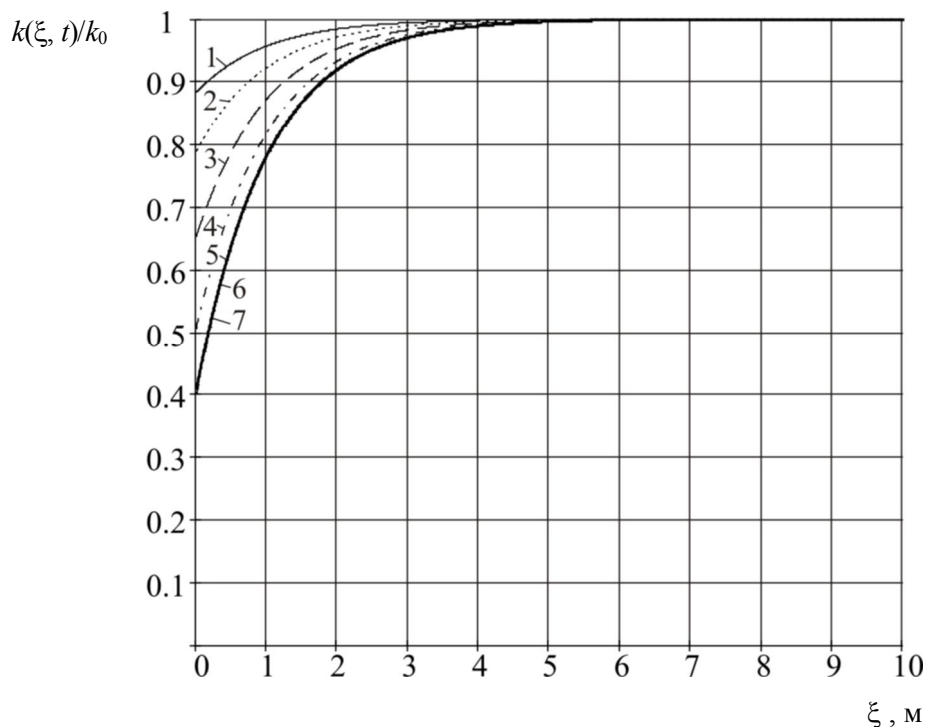


Рисунок 8 – Відносна зміна коефіцієнта проникності $k(\xi, t)/k_0$ залежно від ξ
 за $k_2 = 0,4k_0$, $\lambda = 1 \text{ м}^{-1}$, $\delta = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ і різних t , с:
 1 – $2,16 \times 10^4$ (0,25 доби); 2 – $4,32 \times 10^4$ (0,5 доби); 3 – $8,64 \times 10^4$ (1 доба);
 4 – $17,28 \times 10^4$ (2 доби); 5 – $43,20 \times 10^4$ (5 діб); 6 – $86,4 \times 10^4$ (10 діб); 7 – $17,28 \times 10^5$ (20 діб)

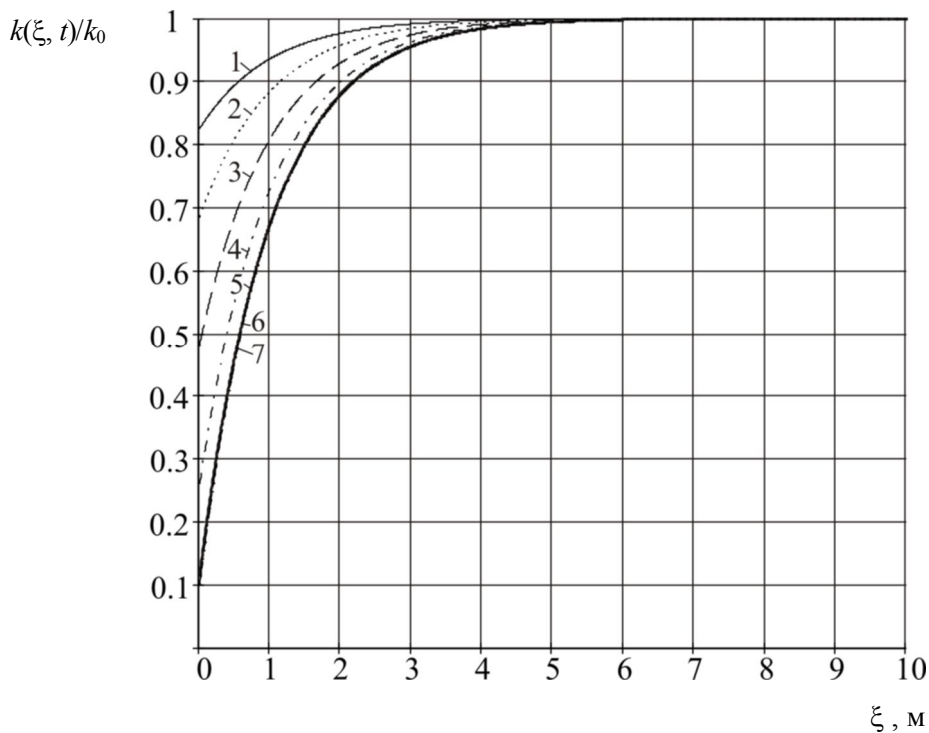


Рисунок 9 – Відносна зміна коефіцієнта проникності $k(\xi, t)/k_0$ залежно від ξ за $k_2 = 0,1k_0$, $\lambda = 1 \text{ м}^{-1}$, $\delta = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ і різних t , с:
 1 – $2,16 \times 10^4$ (0,25 доби); 2 – $4,32 \times 10^4$ (0,5 доби); 3 – $8,64 \times 10^4$ (1 доба);
 4 – $17,28 \times 10^4$ (2 доби); 5 – $43,20 \times 10^4$ (5 діб); 6 – $86,4 \times 10^4$ (10 діб); 7 – $17,28 \times 10^5$ (20 діб)

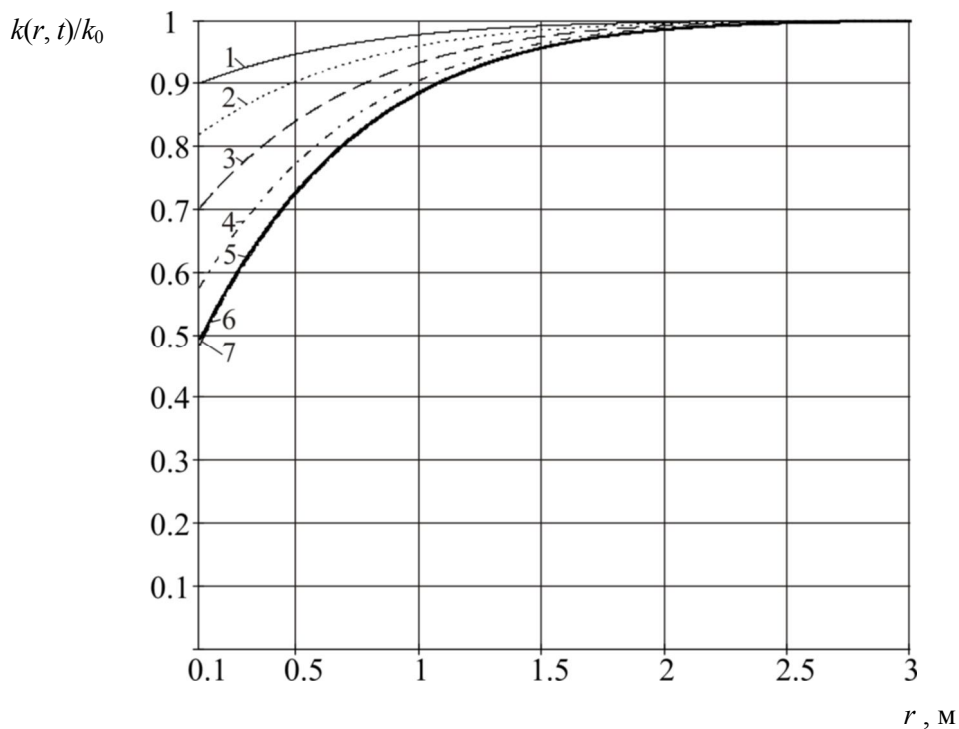


Рисунок 10 – Відносна зміна коефіцієнта проникності $k(r, t)/k_0$ залежно від r за $k_2 = 0,4k_0$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0,5$, $\delta = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ і різних t , с:
 1 – $2,16 \times 10^4$ (0,25 доби); 2 – $4,32 \times 10^4$ (0,5 доби); 3 – $8,64 \times 10^4$ (1 доба);
 4 – $17,28 \times 10^4$ (2 доби); 5 – $43,20 \times 10^4$ (5 діб); 6 – $86,4 \times 10^4$ (10 діб); 7 – $17,28 \times 10^5$ (20 діб)

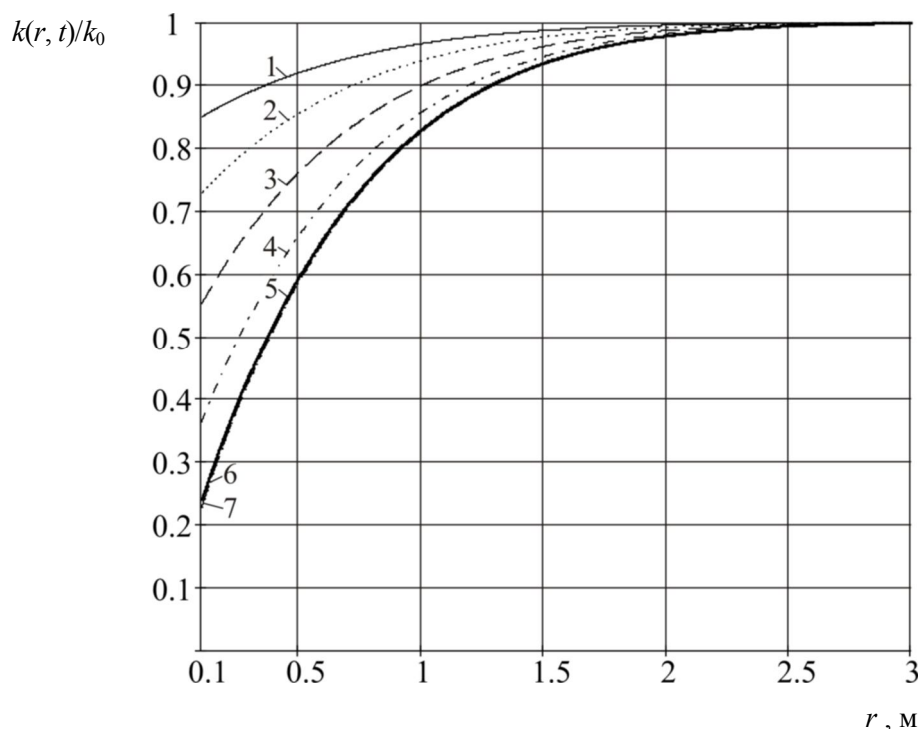


Рисунок 11 – Відносна зміна коефіцієнта проникності $k(r, t)/k_0$ залежно від r за $k_2=0,1k_0$, $\alpha=1$, $\beta=1$, $\gamma=0,5$, $\delta=10^{-5} \text{ с}^{-1}$ і різних t , с:
 1 – $2,16 \times 10^4$ (0,25 доби); 2 – $4,32 \times 10^4$ (0,5 доби); 3 – $8,64 \times 10^4$ (1 доба);
 4 – $17,28 \times 10^4$ (2 доби); 5 – $43,20 \times 10^4$ (5 діб); 6 – $86,4 \times 10^4$ (10 діб); 7 – $17,28 \times 10^5$ (20 діб)

p_k, p_c – тиски відповідно пластовий (на контурі зони дренування свердловини) і вибійний (на вибої свердловини);

μ – динамічний коефіцієнт в'язкості пластової нафти;

r_3 – радіус зони кольматації;

R_k, r_c – радіуси контуру зони дренування і свердловини (у т.ч. зведений радіус свердловини);

$\tilde{k}(r_3, t), k_0$ – відповідно коефіцієнт проникності зони кольматації і коефіцієнт проникності решти пласта;

A – коефіцієнт, що враховує двофазність (нафта, газ) потоку в зоні кольматації [9].

Тут припускається, що випадання парафіну розпочинається одночасно із розгазуванням нафти, хоч легко можна записати вираз і для інших випадків співвідношення радіусів зон розгазування нафти і випадання парафіну.

Висновки

Виділення парафіну із нафти і накопичення його в привибійній зоні відбувається внаслідок дросельного ефекту при спільному припливі газованої нафти (механічної суміші газонасиченої нафти і вільного газу) та супроводжується зменшенням поточного дебіту свердловини. Для проектування наступних операцій з інтенсифікації припливу необхідно мати оцінку розміру та ступеня погіршення стану привибійної зони. Нами вперше з позицій теорії ймовірності дано оцінку зміни розміру і стану привибійної зони за часовою і просторовою координатами внаслідок кольматації її парафіном. Виведено

ймовірності відсутності і настання кольматації парафіном окремого капіляра за експоненціальним законом, узагальнено законом Вейбулла, а відтак – розширеним законом Макегама (із чотирма визначальними параметрами), здійснено на основі закону великих чисел перехід від множини капілярів до коефіцієнта проникності. Отримані залежності відповідають фізичній суті процесу. Ввівши поняття середньої проникності в зоні кольматації, на основі відомої формули Дюпюї записано дебіт свердловини по нафті, де враховано радіус і середню проникність зони кольматації залежно від часу роботи свердловини.

Література

1 Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ: Підручник для вищих навчальних закладів з грифом Мінсвіти України. 4-е доповнене видання. – Київ: Міжнародна економічна фундація, 2008. – 488 с.

2 Бойко В.С. Проектування експлуатації нафтових свердловин: Підручник для студентів ВНЗ. – Івано-Франківськ: Нова Зоря, 2011. – 784 с.

3 Повышение продуктивности скважин при освоении и эксплуатации месторождений парафинистых нефтей / [Яремийчук Р.С., Светлицкий В.М., Савюк Г.П.] – Киев: Укрпипроиниенфть, 1993. – 226 с.

4 Бойко В.С. Підземний ремонт свердловин: підручник, у 4-х част. / В.С. Бойко – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2009. – Част. II. – 586 с.

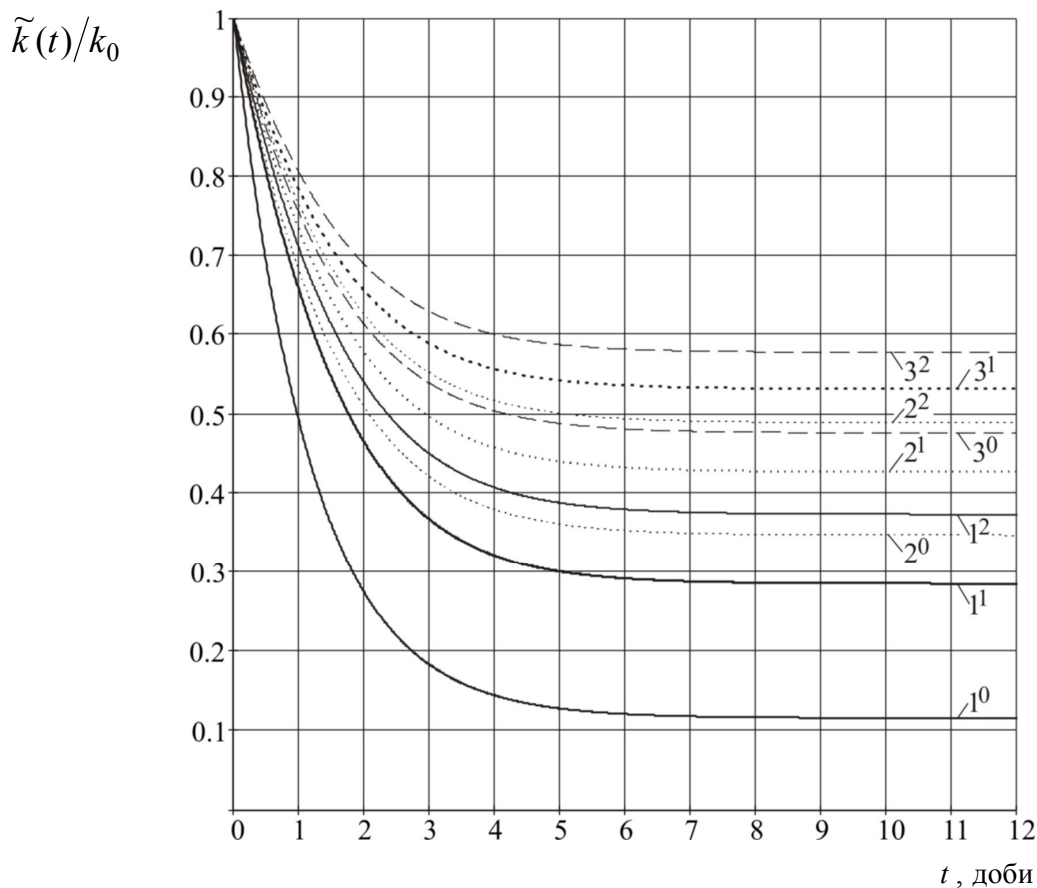


Рисунок 12 – Відносна зміна коефіцієнта проникності $\tilde{k}(t)/k_0$ (при $k_2 = 0,1k_0$, $\delta = 10^{-5} \text{ c}^{-1}$) а $\gamma = 0,5$ і різних α та β :
 показник верхнього індексу 0 – $\beta = 0$, лінія: $1^0 - \alpha = 0,01$; $2^0 - \alpha = 0,5$; $3^0 - \alpha = 1$;
 показник верхнього індексу 1 – $\beta = 0,5$, лінія: $1^1 - \alpha = 0,01$; $2^1 - \alpha = 0,5$; $3^1 - \alpha = 1$;
 показник верхнього індексу 2 – $\beta = 1$, лінія: $1^2 - \alpha = 0,01$; $2^2 - \alpha = 0,5$; $3^2 - \alpha = 1$

5 Симкин Э.М. Динамика запарафинирования коллектора в процессе фильтрации нефти / Э.М. Симкин, М.А. Бернштейн // Нефтяное хозяйство. – 1975. – № 2. – С. 44-47.

6 Математические методы в теории надежности / Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. – Москва: Наука, 1965. – 524 с.

7 Імовірнісне прогнозування дебітів свердловин за умови парафінової кольматації / Бойко В.С., Копач І.В., Бойко Р.В. // Нафта і газ України: Зб. наук. Праць; мат. 7-ої Міжнарод. наук.-практ. конф. “Нафта і газ України - 2002” (Київ, 31 жовтня – 1 листопада 2002 р.). – У 2-х томах. – Київ: Нора-прінт, 2002. – Том 1. – С. 324-325.

8 Савенков Г.Д. Расчет процессов интенсификации притока, освоения и эксплуатации скважин: монографія // Г.Д. Савенков, В.С. Бойко. – Львов: Вища школа, 1986. – 160 с.

9 Бойко В.С. Підземна гідрогазомеханіка: підручник з грифом Міністерства України, 2-е вид. / В.С. Бойко, Р.В. Бойко – Львів: “Апріорі”, 2007. – 450 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
31.10.13

Рекомендована до друку
професором **Коцкуlichem Я.С.**
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)
д-ром техн. наук **Акульшиним О.О.**
(ПАТ «Український нафтогазовий інститут»,
м. Київ)