# Дослідження та методи аналізу

УДК 519.876.5

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ АПАРАТІВ ПОВІТРЯНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ ГАЗУ В ЗАДАЧАХ ОЦІНКИ ЙОГО ТЕХНІЧНОГО СТАНУ

#### А.П. Олійник, Б.С. Незамай, О.Р. Кучер

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422)737271, e-mail: ktsu@nung.edu.ua

На основі результатів розв'язання задачі Бусінеска про дію зосередженої сили на пружний півпростір одержано розрахункові формули для оцінки переміщень та напружень, що виникають в фундаментних плитах апаратів повітряного охолодження газу під дією технологічних навантажень. Проаналізовано розподіл напружень по глибині плити, виявлено особливості розподілу напружень, зокрема, встановлено значення координати по глибині плити, при яких значення відповідних компонент тензора напружень є максимальними. Запрпоновано методику розв'язання оберненої задачі знаходження діючих в контрольних точках навантажень за відомими переміщеннями певної множини точок фундаментної плити на основі методу колокацій, що дасть змогу оцінити вплив зношення вентиляторів, режимів їх роботи на технічний стан фундаментних плит. Представлено розрахункову схему АПОГ, результати тестових розрахунків, виявлено напрямки подальших досліджень.

Ключові слова: апарат повітряного охолодження газу, задача Бусінеска, деформації, напруження, обернена задача, фундаментні плити

На основании результатов решения задачи Бусинеска о действии сосредоточеной силы на упругое пространство получены расчетные формулы для оценки перемещений и напряжений, возникающих в фундаментных плитах апаратов воздушного охлаждения газа под действием технологических силовых воздействий. Проанализировано распределение напряжений по глубине плиты, определены особенности распределения напряжений, в частности, установлены значения координат по глубине плиты, при которых значения соответствующих компонент тензора напряжений приобретают максимальные значения. Предложена методика решения обратной задачи определения действующих в контрольных точках нагрузок по известным перемещениям определеного множества точек фундаментной плиты на основе метода колокаций, что позволяет оценить влияние износа вентиляторов, режимов работы на техническое состояние фундаментных плит. Представлена расчетная схема АВОГ, результаты тестовых расчетов, определены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: аппарат воздушного охлаждения газа, задача Бусинеска, деформация, напряжения, обратная задача, фундаментная плита

The calculation formulas for assessing movements and stresses which appear in gas air-cooling unit bedplates under the influence of technological loads have been obtained with the help of the solutions of Boussinesq's problem about concentrated force influence onto taut space. The load distribution along the plate depth has been analyzed, the load distribution peculiarities have been determined, and, in particular, the coordinate values along the plate depth at which the magnitudes of the stress tensor corresponding parts are maximum have been established. The method for solving of inverse problem about active load finding in control points with the help of the known movements of certain amount of bed plate points on basis of the collocation method, which will allow estimating the influence of ventilators wear and tear and their work regimes onto the bed plates technical condition has been developed. The calculation model of the horizontal air-cooling unit and test calculations results have been shown, the directions of further studies have been determined.

Key words: gas air-cooling unit, Boussinesq's problem, deformations, stresses, inverse problem, bedplates.

У процесі експлуатації обладнання компресорних станцій (апарат повітряного охолодження газу) виникає задача оцінки напруженого стану фундаментних плит споруд, який виникає внаслідок дії зосередженої сили *P*.

Для вирішення вказаної задачі використовується розв'язок класичної задачі Бусінеска [1] під дією зосередженої сили Р на границі пружного напівпростору  $x_3 > 0$ , причому лінія дії сили ортогональна його границі, такий підхід відрізняється від відомих методик оцінки напруженого стану, АПОГ[2,3], його важливою особливістю є можливість оцінки застосування не лише для АПОГ, але і для інших об'єктів (наприклад, при оцінці напруженого деформованого стану конструкції автомобільних доріг, посадкових смуг аеропортів, тощо), що є характерним при застосуванні методів математичного моделювання. Важливою і актуальною задачею є оцінка величини навантажень, що діють на фундаменти плити в процесі експлуатації, за відомими переміщенням точок поверхні, розробка відповідних практичних методів.

## Математична модель процесу деформування

Згідно з результатами розв'язку задачі Бусінеска, на компоненти вектора переміщень, обумовлені дією на півпростір зосередженої сили *P*, визначається за формулами:

$$\begin{cases} U_{1} = \frac{P(1+\nu)x_{1}}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}}{r^{2}} - \frac{1-2\nu^{2}}{r(r+x_{3})} \right] \\ U_{2} = \frac{P(1+\nu)x_{2}}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}}{r_{3}} - \frac{1-2\nu}{r(r+x_{3})} \right] \\ U_{3} = \frac{P(1+\nu)}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}^{2}}{r^{3}} + \frac{2(1-\nu)}{r} \right] \end{cases}$$
(1)

де  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  – декартові координати точок, в якій визначається переміщення;

Р – зосереджена сила;

*Е* – модуль Юнга матеріалу, з якого виготовлено фундаментні плити;

коефіцієнт Пуассона,

 $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ , при цьому вважається, що точкою прикладання сили є центр декартової системи координат (0;0;0).

При цьому компоненти тензора напружень обчислюються за формулами:

$$\sigma_{11} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{x_1^2 x_3}{r^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left( \frac{r^2 + rx_3 + x_3^2}{r^3(r+x_3)} - \frac{x_2^2(2r+x_3)}{r^3(r+x_3)} \right) \right]$$
  

$$\sigma_{12} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{x_1 x_2 x_3}{r^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left( -\frac{x_1 x_2(2r+x_3)}{r^3(r+x_3)^2} \right) \right]$$
  

$$\sigma_{22} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{x_2^2 x_3}{r^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left( \frac{r^2 + rx_3 + x_3^2}{r^3(r+x_3)} - \frac{x_3^2(2r+x_3)}{r^3(r+x_3)^2} \right) \right]$$
  

$$\sigma_{13} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{x_1 x_3^2}{r^5}$$
  

$$\sigma_{23} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{x_2 x_3^2}{r^5}$$
  

$$\sigma_{33} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{x_3^2}{r^5}$$

Для оцінки напружено-деформованого стану на поверхні плити  $(x_3 = 0)$  формули (1), (2) використовуються у вигляді:

$$\begin{cases} U_{1} = -\frac{P(1+v)x_{1}(1-2v)}{2\pi Er^{2}} \\ U_{2} = -\frac{P(1+v)x_{2}(1-2v)}{2\pi Er^{2}}, \\ U_{3} = \frac{P(1-v^{2})}{\pi Er} \end{cases}$$
(3)  
$$\begin{cases} \sigma_{11} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{1-2v}{3} \left( \frac{1}{r^{2}} - \frac{2rx_{1}^{2}}{r^{5}} \right) \right] \\ \sigma_{12} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{1-2v}{3} \left( -\frac{x_{1}x_{2}2r}{r^{5}} \right) \right] \\ \sigma_{22} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{1-2v}{3} \left( -\frac{x_{1}x_{2}2r}{r^{5}} \right) \right] \\ \sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \end{cases}$$

де  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ 

Для оцінки напружено-деформованого стану в точках фундаментних плит при умові, що сила прикладена в точці з координатами  $\varphi(\eta_1, \eta_2, 0)$ , то (1), (2) набувають вигляду:

$$\begin{cases} U_{1}(\bar{x};\bar{\eta}) = -\frac{P(1+\nu)(x_{1}-\eta_{1})}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}}{r_{\eta}^{3}} - \frac{1-2\nu}{r_{\eta}(r_{\eta}+x_{3})} \right] \\ U_{2}(\bar{x};\bar{\eta}) = -\frac{P(1+\nu)(x_{2}-\eta_{2})}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}}{r_{\eta}^{3}} - \frac{1-2\nu}{r_{\eta}(r_{\eta}+x_{3})} \right] \end{cases}$$
(5)  
$$U_{3}(\bar{x};\bar{\eta}) = -\frac{P(1+\nu)}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}}{r_{\eta}^{3}} - \frac{2(1-\nu)}{r_{\eta}} \right]$$

$$\begin{cases} \sigma_{11} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{(x_1 - \eta_1)^2 x_3}{r_\eta^5} + \frac{1 - 2v}{3} \times \left[ \times \left( \frac{r_\eta^2 + r_\eta x_3 + x_3}{r_\eta^3 (r_\eta + x_3)} - \frac{(x_1 - \eta_1)^2 (2r_\eta + x_3)}{r_\eta^3 (r_\eta + x_3)^2} \right) \right]; \\ \sigma_{12} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{(x_1 - \eta_1)(x_2 - \eta_2)x_3}{r_\eta^5} + \frac{1 - 2v}{3} \times \left[ \times \left( -\frac{(x_1 - \eta_1)(x_2 - \eta_2)(x_3 + 2r_\eta)}{r_\eta^3 (r_\eta + x_3)^2} \right) \right]; \\ \left\{ \sigma_{22} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{(x_2 - \eta_2)x_3}{r_\eta^5} + \frac{1 - 2v}{3} \times \left[ \times \left( \frac{r_\eta^2 + r_\eta x_3 + x_3^2}{r_\eta^3 (r_\eta + x_3)^2} - \frac{(x_2 - \eta_2)^2 (2r_\eta + x_3)}{r_\eta^3 (r_\eta + x_3)^2} \right) \right]; \\ \left\{ \sigma_{13} = -\frac{3P(x_1 - \eta_1)x_\eta^5}{2\pi r_\eta^5}; \\ \sigma_{23} = -\frac{3P(x_2 - \eta_2)x_\eta^5}{2\pi r_\eta^5}; \\ \sigma_{33} = -\frac{3P}{2\pi r_\eta^5} \frac{x_3^2}{r_\eta^5}, \\ \mu = r_\eta = \sqrt{(x_1 - \eta_1)^2 + (x_2 - \eta_2)^2 + x_3^2} \end{cases} \right\}$$

$$(6)$$

#### Розподіл напружень по глибині фундаментної плити

З метою вивчення залежності компонент тензора напружень від глибини при дії фіксованої сили було досліджено поведінку залежностей (2) від  $x_3$  при фіксованих значеннях  $x_1$  та  $x_2$  і сталих фізико-механічних параметрах

матеріалу. В (2) остання з залежностей має вигляд:  $3P x_2^2$ 

$$\sigma_{33} = -\frac{31}{2\pi r_{\eta}^5} \frac{x_3}{r_{\eta}^5} =$$

$$= -\frac{3P}{2\pi} x_3^3 \left( x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \right)^{-5/2} = F_1(x_3).$$
(7)

Досліджуючи (7) на екстремум, одержимо:

$$F'(x_{3}) = -\frac{3P}{2\pi} 3x_{3}^{3} (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2})^{-\frac{5}{2}} + \frac{3P}{2\pi} x_{3}^{3} \frac{5}{2} (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2})^{-\frac{7}{2}} 2x_{3} = -\frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{3x_{3}^{3} (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2}) - 5x_{3}^{4}}{(x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2})^{\frac{7}{2}}} \right] = (8)$$
$$= -\frac{3Px_{3}^{2}}{2\pi} \left[ \frac{3x_{1}^{2} + 3x_{2}^{2} - 2x_{3}^{2}}{(x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2})^{\frac{7}{2}}} \right] = 0.$$

3 рівняння (8) одержуємо, що екстремальне значення  $\sigma_{33}$  досягається на глибині  $x_3$ 

2

$$x_3 = \sqrt{\frac{3x_1^2 + 3x_2^2}{2}} . \tag{9}$$

тобто, на певній відстані від точки прикладання сили максимальні значення напружень досягається на глибині, яка виражається співвідношенням (9). Для  $\sigma_{33}$  та  $\sigma_{23}$  точка максимуму напружень досягається в точці:

$$x_3 = \sqrt{\frac{2x_1^2 + 2x_2^2}{3}} \,. \tag{10}$$

Для оцінки поведінки компоненти  $\sigma_{11}, \sigma_{22}$  та  $\sigma_{12}$  будуються графіки цих функцій від  $x_3$  при фіксованих  $x_1$  та  $x_2$  при однакових значеннях діючих сил та характеристик Е та v матеріалу. Розподіл цих напружень зображено на рисунку 1, а – розподіл напружень в матеріалі фундаменту від точки прикладення сили P, та на рисунку 1, б – розподіл напружень по глибині від 0,6 м – з метою більш детального зображення графіків для доведення існування екстремумів.

Показано, що екстремум всіх компонент тензору напружень існує на певній глибині, яка залежить від координати точки, в якій проводиться визначення напружень.

Проведені розрахунки дають можливість зробити висновок про те, що для кожної з компонент тензора напружень існує екстремум її як функції координати  $x_3$ . При цьому він може бути знайдений як аналітично, так і методом наближеного пошуку екстремуму – наприклад, методом золотого перерізу [4] для компонент

$$\sigma_{_{11}},\,\sigma_{_{22}},\,\sigma_{_{12}}.$$





#### Методика оцінки напружено-деформованого стану фундаментних плит апаратів повітряного охолодження газу

Виходячи з технологічних даних про конструкцію АПОГ, можна зобразити наступну схему діючих навантажень. Довжину області досліджено по координаті x<sub>1</sub> – 12 м три блоки шириною 4 м, по координаті  $x_2 - 32$  м, вісім блоків по 4 метри. Навантаження прикладені в  $A_i, i = 1, ..., m;$ точках  $T_i, j = 1, \dots, 18;$  $S_k, k = 1, ..., 4; B_l, l = 1, ..., 14$  – тобто всього 60 точок. Величина діючої сили Р залежить від точки прикладання: в точках А<sub>i</sub> діє навантаження 4 тонни, в точках B<sub>1</sub> – 20 тонн, в точках  $S_k$  – 5 тон, в точках  $T_j$  – 10 тон. Необхідно визначити напруження в деякій точці R з координатами  $(x_1; x_2; x_3)$ , враховуючи дію всіх навантажень, що прикладені в точках  $P_{\eta}(\eta_1;\eta_2;0)$ , а саме – в точках  $A_i$ ,  $T_j$ ,  $S_k$  та В<sub>1</sub>. З цією метою використовуються наступні залежності (6), які записуються у вигляді:



Рисунок 2 – Розподіл навантажень на фундаментну плиту

$$\begin{cases} \sigma_{11} = -\sum_{i=1}^{60} \frac{3P_i}{2\pi} \left[ \frac{\left(x_1 - \eta_1^i\right)^2 x_3}{r_{\eta_i}^5} + \frac{1 - 2\nu}{3} \times \left( \frac{r_{\eta_i}^2 + r_{\eta_i} x_3 + x_3^2}{r_{\eta_i}^3 (r_{\eta_i} + x_3)} - \frac{\left(x_1 - \eta_1^i\right)^2 \left(2r_{\eta_i} + x_3\right)}{r_{\eta_i}^3 (r_{\eta_i} + x_3)^2} \right) \right]; \\ \sigma_{12} = -\sum_{i=1}^{60} \frac{3P_i}{2\pi} \left[ \frac{\left(x_1 - \eta_1^i\right) \left(x_2 - \eta_2^i\right) x_3}{r_{\eta_i}^5} + \frac{1 - 2\nu}{3} \times \left( -\frac{\left(x_1 - \eta_1^i\right) \left(x_2 - \eta_2^i\right) \left(x_3 + 2r_{\eta_i}\right)}{r_{\eta_i}^3 (r_{\eta_i} + x_3)^2} \right) \right]; \\ \sigma_{22} = -\sum_{i=1}^{60} \frac{3P_i}{2\pi} \left[ \frac{\left(x_2 - \eta_2^i\right)^2 x_3}{r_{\eta_i}^5} + \frac{1 - 2\nu}{3} \times \left( \frac{\frac{r_{\eta_i}^2 + r_{\eta_i} x_3 + x_3^2}{2\pi} - \frac{\left(x_2 - \eta_2^i\right)^2 \left(2r_{\eta_i} + x_3\right)}{r_{\eta_i}^3 (r_{\eta_i} + x_3)^2} \right) \right]; \\ \sigma_{13} = -\sum_{i=1}^{60} \frac{3P_i \left(x_1 - \eta_1^i\right) x_3^2}{2\pi r_{\eta_i}^5}; \\ \sigma_{33} = -\sum_{i=1}^{60} \frac{3P_i x_3^3}{2\pi r_{\eta_i}^5}, \end{cases}$$
(11)

де  $r_{\eta i} = \sqrt{(x_1 - \eta_1^i)^2 + (x_2 - \eta_2^i)^2 + x_3^2}$ .

Розрахунок за формулами (11) дає можливість оцінити діючі в матеріалі фундаменту напруження. При цьому виникає можливість вирішення таких задач:

 оцінка зони впливу діючого навантаження в даній точці;

Як видно з рисунку 1, всі компоненти тензора напружень прямують до нуля при  $r \to \infty$ , тому кожна з точок прикладення механічних зусиль має лише певну зону, в якій потрібно враховувати поле напружень, що виникають внаслідок дії саме вказаних навантажень. Критерієм встановлення меж такої зони можуть служити напруження, наприклад, –  $K\sigma_T$ , де  $\sigma_T$  – межа пружності матеріалу. Зокрема, якщо доданок  $\sigma_{ij}^m$  в сумі для компонент напружень в (11) задовольняє умові

$$\left|\sigma_{ij}^{m}\right| < K\sigma_{T}, \qquad (12)$$

то вказаний доданок, а отже, і вплив такої точки на НДС в точці  $(x_1; x_2; x_3)$  є незначним, чим можна знехтувати. Коефіцієнт K приймається таким, щоб величина K і N, де N – кількість контрольних точок гарантувала б достатньо малу сумарну похибку обмежень напружень;

- оцінка впливу кожної з величин  $P_i$  на сумарні напруження в кожній точці;

Слід зазначити, що вказані величини навантажень в точках  $A_i, T_j, S_k, B_l$  є нормативними, певною мірою ідеальними. Коли в процесі експлуатації вмикаються вентилятори (змінюсться навантаженням в точках  $A_i$ ), в цих точках необхідно задавати інші величини навантажень, обумовлені дією аеродинамічних сил, вібраційними впливами тощо.

#### Результати тестових розрахунків та їх аналіз

За розробленими математичними моделями проведено розрахунки напружень в фундаментних плитах АПОГ.

За розробленими математичними моделями створено програмний комплекс, який дає змогу проводити оцінку діючих механічних напружень в фундаментній плиті АПОГ. Проаналізовано розподіл шести компонент тензора напружень в контрольних точках. На рисунку 3 наведено розподіл повздовжніх напружень в точці з фіксованими координатами при різних відстанях до найближчої точки прикладання сили згідно зі схемою навантажень, наведеною на рисунку 2. Розрахунками встановлено, що механічні напруження, які виникають у фундаментній плиті, в основному визначаються дією сили в найближчій до контрольної точки прикладання навантаження, а саме – в точках  $A_i, T_j, S_k, B_l$ . Сумарні напруження від дії всіх навантажень, зображених на схемі рисунку 2 мало відрізняються від напружень, обумовлених дією навантаження в найближчій до контрольної точки прикладання сили (дві криві на рисунку 3), причому значення повздовжніх напружень набувають значень більших за 4 МПа при значеннях межі текучості для бетонів 9-20 МПа – на відстанях, які не перевищують 0.25 м при навантаженях до 50 тон, які є характерними для вагових характеристик АПОГ. Цей результат підтверджує адекватність розробленої моделі процесу деформування АПОГ, оскільки за відсутності додаткових технологічних навантажень – наприклад, вібраційних, дія конструкції на фундаментну плиту згідно з наведеними на рис. 2 навантаженнями не повинна обумовлювати появу надкритичних навантажень. Ця ситуація, проте, може змінитись внаслідок дії на плиту вібраційних навантажень. На рис. 4 зображено зміну діючих на фундаментну плиту повздовжніх напружень внаслідок дії вібраційних ефектів на один з елементів конструкції, який розташований найближче до контрольної точки, в якій визначаються на-







Рисунок 4 – Розподіл поздовжніх напружень, обумовлених дією вібраційних впливів залежно від віброприскорення



Рисунок 5 – Розподіл трьох компонент тензора напружень по глибині фундаментної плити при максимальних рівнях вібрації

пруження. Як і у попередньому випадку, розрахунки засвідчують, що сумарні напруження від дії силового навантаження в 60 точках в основному визначаються вібраційними навантаженнями в найближчому до контрольної точки вузлі, що зазнає вібраційних впливів.

На рисунку 5 представлено результати розрахунку розподілу трьох компонент тензора напружень по глибині фундаментної плити АПОГ при максимальних рівнях вібрації за умови, що всі вентиляційні установки працюють одночасно. Підтверджується одержаний за допомогою попередніх розрахунків результат про те, що максимальні за модулем рівні напружень досягаються на певній глибині, причому вказані значення напружень є значними, враховуючи ту обставину, що критчні значення напружень для різних марок бетону складають 9-20 МПа. Слід зазначити, що за наявності вібраційних впливів значення навантажень Р в залежностях (6) можуть суттєво зростати, про харақтерні ше свідчать значення віброприскорень (10-80  $M/c^2$ ).

#### Обернена задача визначення діючих навантажень в контрольних точках

Як відомо, при технічному обслуговуванні АПОГ проводиться вимірювання переміщень точок фундаментів, зокрема їх осідання. З математичної точки зору це означає, що задаються переміщення  $U_3(x_1, x_2, x_3)$ . Фактично це означає, що в кожній точці вимірюються величини  $U_3$ , які, як слідує з (5), визначаються за формулами з урахуванням точки прикладання сили  $\eta(\eta_1\eta_2 0)$ .

$$U_{3}(x_{1}x_{2}x_{3}) = \frac{p(1+\nu)}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}^{2}}{r_{\eta}^{3}} + \frac{2(1-\nu)}{r_{\eta}} \right], (13)$$
$$= \sqrt{(x_{1}-x_{1})^{2} + (x_{2}-x_{1})^{2} + r_{\eta}^{2}}$$

де 
$$r_{\eta} = \sqrt{(x_1 - \eta_1)^2 + (x_1 - \eta_2)^2 + x_3^2}$$
  
якщо ж враховується дія всіх т

якщо ж враховується дія всіх точок прикладення сил, то формула (13) набуває вигляду:

$$U_{3}(x_{1}x_{2}x_{3}) = \sum_{i=1}^{60} \frac{p_{i}(1+\nu)}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}^{2}}{r_{\eta i}^{3}} + \frac{2(1-\nu)}{r_{\eta i}} \right], (14)$$

де  $r_{\eta i} = ((x_1 - \eta_1^i)^2 + (x_2 - \eta_2^i)^2 + x_3^2)^{\overline{2}}$ Формула (14) дає змогу запропонувати на-

ступний метод знаходження величин  $\mathbf{P}_{i}$  в заданих точках дії сил. Координати точок, в яких проводиться вимірювання величин  $U_{3}^{m}(x_{1}x_{2}x_{3}) \in$  відомими  $(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, x_{3}^{m})$ , величини  $\eta(\eta_{1}\eta_{2}\eta_{3})$  точок є заданими. В такому випадку одержується система лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$U_{3}^{m}(x_{1}^{m}x_{2}^{m}x_{3}^{m}) = \sum_{i=1}^{60} \frac{Pi(1+\nu)}{2\pi E} \left[ \frac{x_{3}^{m^{2}}}{r_{\eta i}^{m^{3}}} + \frac{2(1-\eta)}{r_{\eta i}^{m}} \right],$$
  
m=1...60, (15)

де  $r_i^m = ((x_1^m - \eta_1^i)^2 + (x_2^m - \eta_2^i)^2 + x_3^{m^2})^{\frac{1}{2}}$ відносно величини **Р**<sub>i</sub>. Для того, щоб вказана система була б замкнутою, необхідно провести

вимірювання переміщень в 60-ти точках фундаментів апаратів повітряного охолодження газу. Вказаний підхід реалізує один з варіантів методу колокацій [5] для визначення невідомих коефіцієнтів лінійної системи. Результат її розв'язку суттєво залежить від вибору вузлів колокацій точок 3 координатами  $(x_1^m, x_2^m, x_3^m).$ Якщо кожну з точок  $(x_1^m, x_2^m, x_3^m)$  брати в безпосередній близькості до відповідної точки прикладення навантажень, то система рівнянь (15) буде системою, в якої матриця матиме діагональне переважання модуль коефіцієнта при одній із змінних буде більшим за суму модулів інших коефіцієнтів відповідного рядка, її розв'язки можна знайти з використанням ітераційних методів [4].

#### Висновки

В процесі реалізації математичної моделі процесу деформувалися фундаментних плит апаратів повітряного охолодження газу встановлено закономірності процесу:

- при оцінці напруженого стану на основі результатів розв'язку задачі Бусінеска шляхом аналітичного дослідження та аналізу графіків залежностей (2) виявлено, що максимальні значення напружень досягаються не на поверхні плити, а на деякій глибині (формули (9), (10), рис. 1). Крім того, шляхом дослідження на екстремум функції (13) від величини х<sub>3</sub> можна визначити, що максимальних переміщень таки фундаментальних плит досягають на глибині:

$$x_3 = \sqrt{2(x_1 - \eta_1)^2 + 2(x_2 - \eta_2)^2}$$
, (16)

де  $x_1; x_2; x_3$  – точка, в якій проводиться розрахунки переміщень,

 $(\eta_1;\eta_2;0)$  – точка, в якій прикладено діючу силу;

 розроблено модель процесу деформування фундаментальної плит АПОГ з використанням її практичної схеми, яка враховує геометричну конфігурацію апарату, величину діючих навантажень в кожній з точок їх прикладання; вагу вентиляторів та труб, по яких на АПОГ поступає газ; величину аеродинамічних навантажень, що виникають при роботі вентиляторів;

 запропоновано методику оцінки діючих на плиту навантажень, що базується на вирішенні оберненої задачі за результатами вимірювання переміщень точок плити на її поверхні.

Напрямки подальших досліджень можуть бути пов'язані з реалізацією апаратних методів дослідження, які б дали змогу визначати переміщення точок плити не лише на поверхні, але й на певній глибині, визначення аеродинамічних навантажень, що діють на вентилятори та їх опори. Оцінити, яким чином впливає на ці показники зміна геометрії вентиляторів.

#### Література

1 Победря Б. Е. Лекция по теории упругости / Б. Е. Победря, Д. В. Георгиевский. – М.: Эдиториал, УРСС, 1999. – 208 с.

2 Крюков Н. П. Аппараты воздушного охлаждения / Н. П. Крюков. – М.: Химия, 1983. – 168 с.

3 Ванчин А. Г. Методы оценки технического состояния аппаратов воздушного охлаждения газа в условиях компрессорной станции магистрального газопровода / А. Г. Ванчин / Нефтегазовое дело. – 2012. – № 4. – С. 166-174. 4 Васильев Ф. П. Численные методы реше-

4 Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. – М.: Наука, 1980 – 578 с.

5 Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 352 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 08.08.13 Рекомендована до друку професором **Горбійчуком М.І.** (ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ) професором **Загороднюком А.В.** (Прикарпатський національний університет

ім. В. Стефаника, м. Івано-Франківськ)