

В реалізованій нами геометрії установки чутливість методу становить  $1,5 \cdot 10^{-3}$  м, а мінімальний розмір зразка – 3 мм. Потрібно зауважити, що дослідження зразків, кривизна яких настільки мала, що піки дублета не розділяються, потрібно проводити в дисперсійній схемі з використанням асиметричних відбиттів.

Значення пружної деформації  $\varepsilon$  у наближенні, що товщина кристала  $t$  значно менша від  $R$  та максимальне відхилення поверхні кристала від горизонтального рівня значно менше ніж  $t$ , задається досить простим співвідношенням

$$\varepsilon = \frac{t}{2R}. \quad (3)$$

Порівняння даних вимірювання радіуса кривизни монокристалічної пластини запропонованім методом та класичним методом трансляції зразка дає збіжність не гірше  $\pm 10\%$ .

Отже, запропонований метод визначення радіуса кривизни є експресним, не потребує точного вимірювання КДВ і його можна використовувати

для зразків малих розмірів або для визначення пружних напруг у локальних областях по пластині.

1. Godvod K., Nagy A.T., Rek Z. *The Application of the X-Ray Triple-Crystal-Spectrometer for Measuring the Radius Curvature of Bend Single Crystals* // *Phys. Stat. Sol. (A)*. 1976. Vol. 34. N 2. P. 705-710. 2. Мальцев Ю.Ф., Гаркушев Е.Н., Никифоров И.Я. *Новый метод измерения кривизны кристаллов на трехкристальном рентгеновском дифрактометре* // *Кристаллография*. 1998. Т. 43. № 2. С. 360. 3. Завьялова А.А., Ломов А.А., Маргушев З.Ч. *Трехкристальная рентгеновская дифрактометрия в исследовании изогнутых монокристаллов* // *Кристаллография*. 1991. Т. 36. № 1. С. 20-24. 4. Cohen B.G., Focht M.W. *X-ray Measurement of Elastic Strain and Annealing in Semiconductors* // *Solid-State Electronics*. 1970. Vol. 13. P. 105-112. 5. Носков А.Г., Труханов Е.М. *Повышение чувствительности метода измерения кривизны монокристаллов на рентгеновском спектрометре* // *ПТЭ*. 1985. № 5. С. 173-175.

УДК. 541.1+681.2

## ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ РОЗМІРІВ ПОСУДИНИ З РІДИНОЮ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИН МЕТОДОМ ВИТЯГУВАННЯ КІЛЬЦЯ

© Витвицька Л.А., 1998

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

*На основі математичного моделювання складного рідинно-газово-го мостика, утвореного між кільцем, розташованим на поверхні рідини, та стінкою посудини, в якій ця рідина знаходитьться, отримано залежності для розрахунку оптимальних розмірів посудини при визначенні поверхневого натягу методом кільця.*

Вимірювання поверхневого натягу методом витягування кільця полягає у визначенні натягу рідини за вимірюними значеннями сили, прикладеної до горизонтально підвішеного кільця при його витягуванні з досліджуваної рідини, та висоти підняття кільця відносно рівня незбуреної поверхні рідини [1]. У теоретичних викладках, що стосуються даного методу і описані в [1-3], вважається, що поверхня досліджуваної рідини не має обмежень у розмірах. Однак у реальних умовах рідина знаходиться в посудині певних розмірів. Так, у приладі, який реалізує вищевказаний метод [2], циліндрична посудина з досліджуваною рідиною розміщується на підйомному столику, який рухається вгору-вниз за допомогою крокового двигуна. Стінки посудини з рідиною впливають на значення сили, прикладеної до кільця. Цей вплив,

який називають «пристінним ефектом», зумовлений взаємодією між собою двох менісків, утворених наявністю кільця і стінки посудини. Оскільки місткість посудини є постійною, то при достатній близькості один від одного ці два меніски, накладаючись, змінюють положення рівня незбуреної рідини, відносно якого ведеться відлік об'єму піднятої рідини, що і впливає на значення прикладеної сили (рис.1). Тому сила  $F$ , яка необхідна для витягування кільця з рідини, є функцією не тільки розмірів кільця ( $R, r$ ), кута змочування його поверхні ( $\theta$ ) і значення поверхневого натягу ( $\sigma$ ), але й радіуса посудини циліндричної форми ( $R_{пос}$ ) та кута змочування рідини її стінки ( $\theta_c$ ).

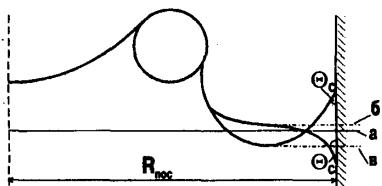


Рис.1. Положення рівня незбуреної рідини і профілі менісків:

а – в безмежному інтерфейсі; б – при наявності гідрофобної стінки; в – при гідрофільній стінці.

Як видно з рис.1, функціональна залежність  $F = f(R, r, \theta, \sigma, R_{\text{pos}}, \theta_c)$  справджується у випадку посудин такого розміру, коли відсутня горизонтальна ділянка поверхні рідини між кільцем та стінкою посудини. Якщо радіуси кільца і посудини відрізняються менше ніж у два рази ( $R_{\text{pos}} < 2 \cdot R$ ), то кільце «прилипає» до стінки. Однак у разі великих розмірів посудини зростають вага посудини з досліджуваною рідиною та габаритні розміри підйомного столика, на якому вона розміщена. Це призводить до складностей і неточностей як при русі підйомного столика, так і при визначенні висоти його підйому. Тому мінімально допустимим розміром посудини є такий, який забезпечував би зіткнення двох менісків із спільною лінією контакту без їхнього накладання один на одного.

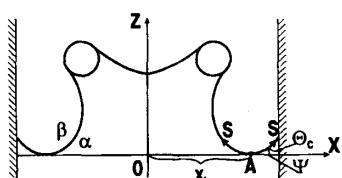


Рис.2. Профілі газорідинного мостика, утвореного між зовнішньою поверхнею кільця і гідрофільною поверхнею стінки посудини.

Меніск, утворений між зовнішньою поверхнею кільця і внутрішньою поверхнею посудини, належить до осесиметричних менісків типу мостика. Основними відмінними ознаками цього типу менісків є те, що вони формуються між двома твердими поверхнями і не перетинають вісь обертання (рис.2, вісь z).

Даний мостик є складної конфігурації в силу неоднакових твердих поверхонь з обох його сторін. Тому його можна розділити на два простих мостики, профілі яких розташовані по різні сторони від точки А (див. рис.2): рідинний – із сторони кільця і газовий – із сторони стінки. У точці А (вершині) ці

прості профілі стикуються під однаковим – нульовим кутом до горизонту і мають один і той самий радіус кривизни в площині рисунка  $R_0$  (в перпендикулярній площині кривизна дорівнює нулю). Позначивши суміжні фази окремо для кожного мостика (див. рис.2), можна записати для даної точки А такі нерівності щодо різниць тисків у кожній з фаз: для рідинного  $P_\alpha - P_\beta < 0$ ; для газового  $-P_\alpha - P_\beta > 0$ .

Тому в процесі розроблення математичної моделі утворення даного складного мостика доцільно для обох простих мостиців вибрати свій напрямок зміни приросту дуги  $S$  і кута  $\Psi$  між позитивним напрямком осі абсцис (x) і дотичною до профілю меніска, вважаючи, що початок координат знаходиться в вершині складного мостика (рис.2, т. А).

Диференційні рівняння, які описують такі мостики, можна отримати з основного рівняння Юнга-Лапласа, що визначає перепад тиску через міжфазову поверхню в будь-якій її точці [1]. Відомо, що надлишкові тиски в двох суміжних фазах на рівні будь-якої точки С можна визначити через тиски  $P_{\alpha,i}, P_{\beta,i}$  у вершині мостика

$$P_{\alpha,i} = \pm(P_{\alpha,i} - \rho_\alpha g z), \quad P_{\beta,i} = \pm(P_{\beta,i} - \rho_\beta g z), \quad (1)$$

де плюс відповідає рідинному, а мінус – газовому мостикам;  $\rho_\alpha, \rho_\beta$  – густини середовищ у двох фазах;  $g$  – прискорення вільного падіння. Своєю чергою, перепад тисків на рівні точки А визначається через радіус кривизни  $R_0$  в даній точці і значення поверхневого натягу  $\sigma$  [1]

$$\Delta P_A = P_{\beta,i} - P_{\alpha,i} = \frac{\sigma}{R_0}. \quad (2)$$

Тоді рівняння Юнга-Лапласа матиме вигляд

$$\sigma \left( \frac{d\psi}{dS} + \frac{\sin \psi}{x} \right) = \pm \left( \frac{\sigma}{R_0} + \Delta \rho g z \right) \quad (3)$$

де  $\Delta \rho$  – різниця густин двох середовищ. З урахуванням визначення капілярної сталої  $a^2 = \sigma / \Delta \rho g$  отримаємо

$$\frac{d\psi}{dS} + \frac{\sin \psi}{x} = \left( \frac{1}{R_0} + \frac{z}{a^2} \right) \quad (4)$$

Для уникнення складних перетворень у рівняннях при порівнянні різних розмірних величин треба складати рівняння в безрозмірній формі. Для цього, скориставшись капілярною сталою, введемо такі безрозмірні величини:

$$x^* = \frac{x}{a}, z^* = \frac{z}{a}, S^* = \frac{S}{a}, R_o^* = \frac{R_o}{a}. \quad (5)$$

У безрозмірній формі формула (4) виглядатиме

$$\frac{d\psi}{dS^*} + \frac{\sin\psi}{x^*} = \pm \left( \frac{1}{R_o^*} + z^* \right) \quad (6)$$

Отже, вибір початку координат у вершині мостика дає змогу отримати рівняння (6), яке в сукупності з рівняннями

$$\frac{dx^*}{dS^*} = \cos\psi, \quad \frac{dz^*}{dS^*} = \sin\psi \quad (7)$$

описує складний мостицький профіль, утворений між зовнішньою поверхнею кільця і внутрішньою поверхнею стінки посудини. Для числового розв'язку даної системи рівнянь необхідно задатись значеннями параметра  $R_o^*$ , а також початковими умовами, що визначають координати точки вершини мостика (при  $S^* = 0$ )

$$x^* = x_{max}^*, \quad z^* = 0; \quad (8)$$

$\Psi = \pi$  – для рідинного мостика;  $\Psi = 0$  – для газового мостика.

Границні умови при числовому моделюванні рідинно-газового мостика випливають із співвідношення між кутом  $\psi$ , який характеризує кривизну профілю меніска, і кутами змочування поверхні кільця і стінки посудини

$$\Psi = \frac{\pi}{2} - \theta_{noc} \text{ при } x^* = R_{noc}^*,$$

$$\Psi = 0 \text{ при } x^* = R^*. \quad (9)$$

За результатами розв'язку системи рівнянь (6), (7) побудовані на рис.3 графіки залежності  $z^* = f(x^*)$ , що зображують безрозмірні профілі рідинно-газових мостиків при різних значеннях радіуса кривизни поверхні в вершині мостика ( $R_o^* = 0.1; 1; 10; 100$ ) і фіксованому параметрі ( $x_{max}^* = 10$ ), який визначає положення цієї вершини.

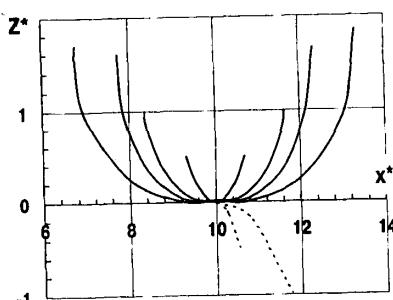


Рис.3. Безрозмірні профілі рідинно-газових мостиків.

Як було відмічено вище, вершина рідинно-газового мостика повинна знаходитися в точці зіткнення зовнішнього кільцевого меніска з незбуреною поверхнею рідини. Значення  $x_{max}^*$  обчислювали для радіусів кільця в діапазоні  $R=10-17$  мм,  $a^2=10$  мм і при досягненні максимального об'єму піднятої рідини, оскільки при цьому значення  $x_{max}^*$  є найбільшим.

Систему рівнянь розв'язували багаторазово для різних радіусів кільця в діапазоні  $R=10-17$  мм і відповідних їм розрахованих значень координати (по осі абсцис) вершини мостика та різних кутів змочування поверхні стінки посудини  $\theta_c = 10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 80^\circ$  при задаванні максимально можливого безрозмірного радіуса кривизни в вершині мостика  $R_o^* = 100$  (згідно з [3]). Кут змочування поверхні платинового кільця вважається таким, що дорівнює 0.

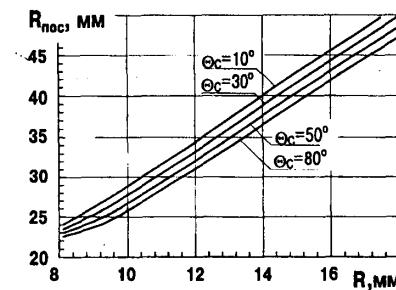


Рис.4. Залежність мінімального допустимого радіуса посудини від радіуса кільця.

За результатами розрахунків побудований графік залежності мінімально допустимого радіуса посудини від радіуса кільця при різних значеннях  $\theta_c$ . Даний графік, зображений на рис.4, дає змогу при різних розмірах кільця і при різних значеннях кута змочування поверхні стінки посудини вибирати посудину такого мінімального розміру, при якому не утворюватиметься рідинно-газовий мостицький профіль.

1. Витвицька Л.А., Кісіль І.С. Вимірювання поверхневого натягу розчинів поверхнево-активних речовин без руйнування поверхні розділу фаз // Конт.вим.техніка. 1993. N 51.
2. Русанов А.И., Прохоров В.А. Межфазная тензиометрия. С.-Петербург, 1994.
3. Lunkenheimer K. The Effekt of Contact Angle on Ring Tensiometry: An Experimental Study // J. Colloid and Interface Science. 1989. Vol. 131. N 2. P.580-583.