

## АНАЛІЗ МОДЕЛІ ЗГИННИХ МОД УЛЬТРАЗВУКОВИХ СПРЯМОВАНИХ ХВИЛЬ ДЛЯ КОНТРОЛЮ МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДІВ

*І.З. Лютак, В.В. Мандра*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 46067,  
e-mail: public@nuing.edu.ua*

*Проведено аналіз моделі поширення згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль у стінці трубопроводу. У графічній формі наведено результати обчислення моделі та визначено основні обмеження щодо обчислення моделі для трубопроводів великих діаметрів та товщини стінок. Проаналізовано основні підходи застосування згинних мод під час розроблення методу неруйнівного контролю дефектів у стінках магістральних газопроводів.*

Ключові слова: згинні моди, ультразвук, спрямована хвиля, трубопровід, неруйнівний контроль.

*Проведен анализ модели распространения изгибных мод ультразвуковых направленных волн в стенке трубопровода. В графической форме приведены результаты расчета модели и определены основные ограничения, касающиеся расчета модели для трубопроводов больших диаметров и толщины стенок. Проанализированы основные подходы к применению изгибных мод в разработке метода неразрушающего контроля дефектов в стенках магистральных газопроводов.*

Ключевые слова: изгибные моды, ультразвук, направленная волна, трубопровод, неразрушающий контроль.

*Analysis of propagation model of flexural modes of ultrasonic guided waves into the wall of the pipeline is performed. The results of the model calculation are given in graphical form. The basic limitations of model calculations for pipelines of large diameters and wall thicknesses are given. The basic approaches of using flexural modes in the development of methods for nondestructive testing of defects in the walls of the main gas pipelines are analyzed.*

Keywords: flexural modes, ultrasound, guided wave, pipeline, NDT.

### Вступ

Розроблення нових методів неруйнівного контролю технічного стану магістральних газопроводів є актуальною задачею для народного господарства України. Великі перспективи для розробки нових методів мають згинні моди ультразвукових спрямованих хвиль.

Грунтовні дослідження ультразвукових згинних мод наведені в праці Дж. Роуза [1]. Тут наводиться загальна математична модель, що описує хвильові та дисперсні параметри згинних мод. Недослідженими є способи застосування згинних мод для неруйнівного контролю. Спосіб застосування згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль (ЗМУСХ) представлено в роботі Т. Кунду [2]. Такий підхід уможливує контроль зменшення товщини стінок трубопроводів. Проте в роботі згинні моди представлені хвилями Лемба, що поширюються по спіралі.

Метою даного дослідження є проведення аналізу моделі поширення ЗМУСХ з метою визначення ефективного способу застосування в контролі експлуатаційних параметрів магістральних газопроводів.

Модель поширення ультразвукових спрямованих хвиль в трубопроводах.

Опис поширення пружних коливань почнемо із визначення закону руху елементарного об'єму пружного середовища [1]:

$$\begin{aligned} u_r &= U_r(r) \cos n\theta \cos(\omega t + kz), \\ u_\theta &= U_\theta(r) \sin n\theta \cos(\omega t + kz), \\ u_z &= U_z(r) \cos n\theta \sin(\omega t + kz), \end{aligned} \quad (1)$$

де:  $r, \theta, z$  – осі циліндричної системи координат;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  – круговий порядок;  $\omega$  – частота;  $t$  – час;  $k$  – хвильове число;  $U$  – амплітуда.

Рівняння (1) може описувати три типи мод спрямованих хвиль, що поширюються вздовж осі трубопроводу, яка збігається із віссю  $z$  циліндричної системи координат. Перші два типи мод – поздовжня та крутильна – є осесиметричними, а третя мода є згинною і не симетричною. Згинні моди описуються рівнянням (1) при  $n > 0$  [1].

Дисперсні та хвильові параметри згинних мод можна обчислити із визначника [1]:

$$|d_{ij}| = 0, \quad (2)$$

де  $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Елементи визначника є складними функціями Бесселя та модифікованими функціями Бесселя, частоти, хвильового числа, швидкості об'ємних хвиль тощо. Перший ряд визначника (2) має вигляд [1]:

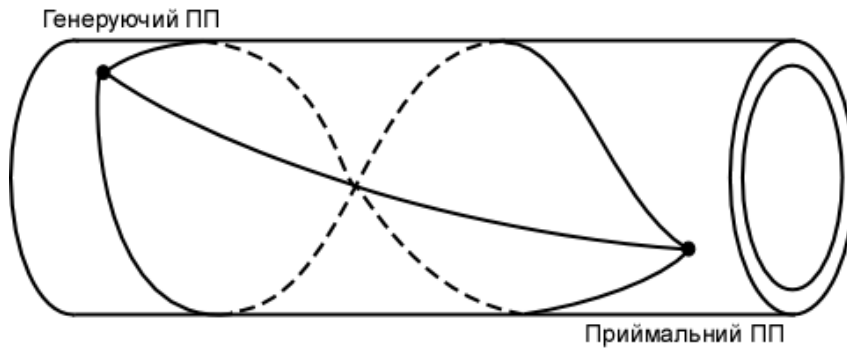


Рисунок 1 – Схематичний вигляд поширення ультразвукових спрямованих хвиль

$$\begin{aligned}
 d_{11} &= [2n(n-1) - (\beta^2 - \xi^2)a^2] Z_n(\alpha_1\alpha) + \\
 &\quad + 2\lambda_1\alpha_1\alpha Z_{n+1}(\alpha_1\alpha), \\
 d_{12} &= 2\xi\beta_1\alpha^2 Z_n(\beta_1\alpha) - 2\xi\alpha(n+1)Z_{n+1}(\beta_1\alpha), \\
 d_{13} &= -2n(n-1)Z_n(\beta_1\alpha) + 2\lambda_2 n\beta_1\alpha Z_{n+1}(\beta_1\alpha), \\
 d_{14} &= [2n(n-1) - (\beta^2 - \xi^2)\alpha^2] W_n(\alpha_1\alpha) + \\
 &\quad + 2\alpha_1\alpha W_{n+1}(\alpha_1\alpha), \\
 d_{15} &= 2\lambda_2\xi\beta_1\alpha^2 W_n(\beta_1\alpha) - 2(n+1)\xi\alpha W_{n+1}(\beta_1\alpha), \\
 d_{16} &= -2n(n-1)W_n(\beta_1\alpha) + 2n\beta_1\alpha W_{n+1}(\beta_1\alpha), \\
 \alpha^2 &= \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad \beta^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2, \quad \alpha_1 = |\alpha|,
 \end{aligned} \tag{3}$$

де:  $c_L, c_T$  – відповідно швидкості поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль;  $\lambda_1, \lambda_2$  – коефіцієнти, що дорівнюють 1, коли використовуються нормальні функції Бесселя  $i-1$ , коли використовуються модифіковані функції Бесселя;  $Z, W$  – функції Бесселя  $J$  та  $Y$ , або модифікованих функцій Бесселя  $I$  або  $K$  в залежності від відношення фазової швидкості до швидкостей поширення поздовжньої чи поперечної ультразвукових хвиль;  $\xi$  – хвильовий параметр.

Як можна побачити із рівняння (3), кожен ряд визначника (2) описує у тримірному просторі об'ємні ультразвукові хвилі, що поширюються вздовж осі труби. Можна побачити, що перші три елементи визначника є подібними до інших трьох елементів. Це вказує на те, що описується поле одного типу хвилі (поздовжньої), що взаємодіє із двома границями розділу середовищ (верхньою та нижньою границі по товщині стінки). Останні три рядки визначника (2) аналогічно до поздовжніх хвиль описують поширення поперечних, відмінність між рівняннями полягає в тому, що змінна  $\alpha$  замінюється на  $\beta$  [1].

Для розуміння рівняння (3) необхідно побачити, як поширюються спрямовані згинні моди в стінці труби. Для цього скористаємось підходом, запропонованим науковцем Т Кунду, (рис. 1). Шлях поширення ЗМУСХ  $L_n$  можна обчислити із такого рівняння [2]:

$$L_n = \sqrt{z^2 + (a + \pi n D)^2}, \tag{4}$$

де:  $z$  – осьова відстань між генеруючим первинним перетворювачем (ПП) та приймальним ПП,  $a$  – азимутна відстань між генеруючим ПП та приймальним ПП,  $D$  – діаметр середини товщини стінки труби,  $n$  – порядок спіралі.

Як бачимо, складністю застосування згинних мод в неруйнівному контролі є аналіз луно-імпульсів, що надходять на приймальний ПП. Першою складністю, є те, що пройдена відстань модами спрямованих хвиль є різною, тому перший імпульс біля генеруючого ПП не буде першим біля приймального. Другою складністю є те, що кожна мода спрямованих хвиль має власну швидкість поширення, що визначається дисперсними кривими. Для оцінки діапазону можливих швидкостей згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль проведемо обчислення моделі (2)-(3), що реалізована науковцем Ф. Секо в пакеті прикладних програм Matlab [3, 4]. Фазові та групові швидкості розрахуємо для трубопроводу товщиною до 10 мм для згинних мод першого та другого кругового порядку,  $n = 1$  та  $n = 2$ . Для двох типів кругового порядку згинних мод отримуємо два різні набори мод, які позначаються двома індексами, перший з яких вказує на круговий порядок, а другий – порядковий номер моди. Наприклад, позначення  $F(1, 2)$  позначає згинну моду ультразвукової спрямованої хвилі першого кругового порядку та другу в цьому наборі (для приведеного кругового порядку) (рис. 2, 3).

Із наведеного розрахунку можна побачити, що дисперсні криві згинних мод мають складну форму. Цікавим випадком виявилось практичне співпадіння деяких дисперсних кривих для двох наборів згинних мод (для першого і другого кругового порядку). Проте, незважаючи на те, що вони мають однакову швидкість поширення, наприклад, мода  $F(2, 1)$  та мода  $F(1, 1)$ , напрями їх поширення є різними. Це означає, що при відповідному взаємному розміщенню приймального та генеруючого ПП імпульси ультразвукових хвиль можуть прийти одночасно, так і бути відокремленими певним часовим проміжком.

Дисперсні криві групової швидкості поширення мають складнішу форму за криві фазової швидкості. Різкі перепади у дисперсних кривих групової швидкості вказують на те, що у ході проведення обчислення моделі (2) виникають несходження, що можна пояснити великою то-

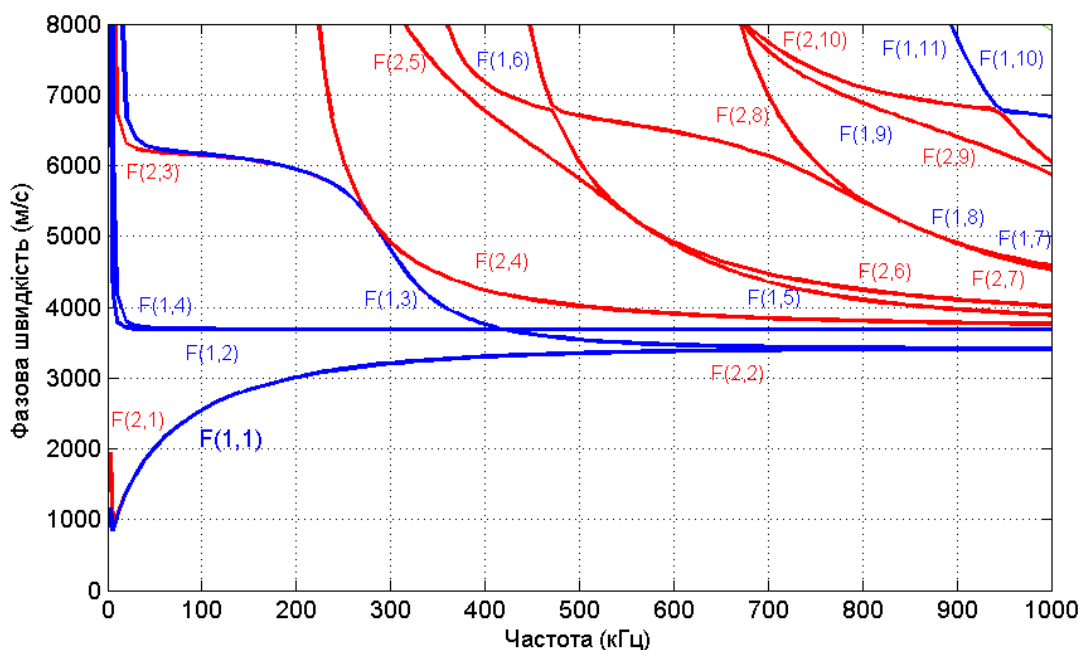


Рисунок 2 – Фазова швидкість згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль у газопроводі діаметром 273 мм та товщиною стінки 9.3 мм

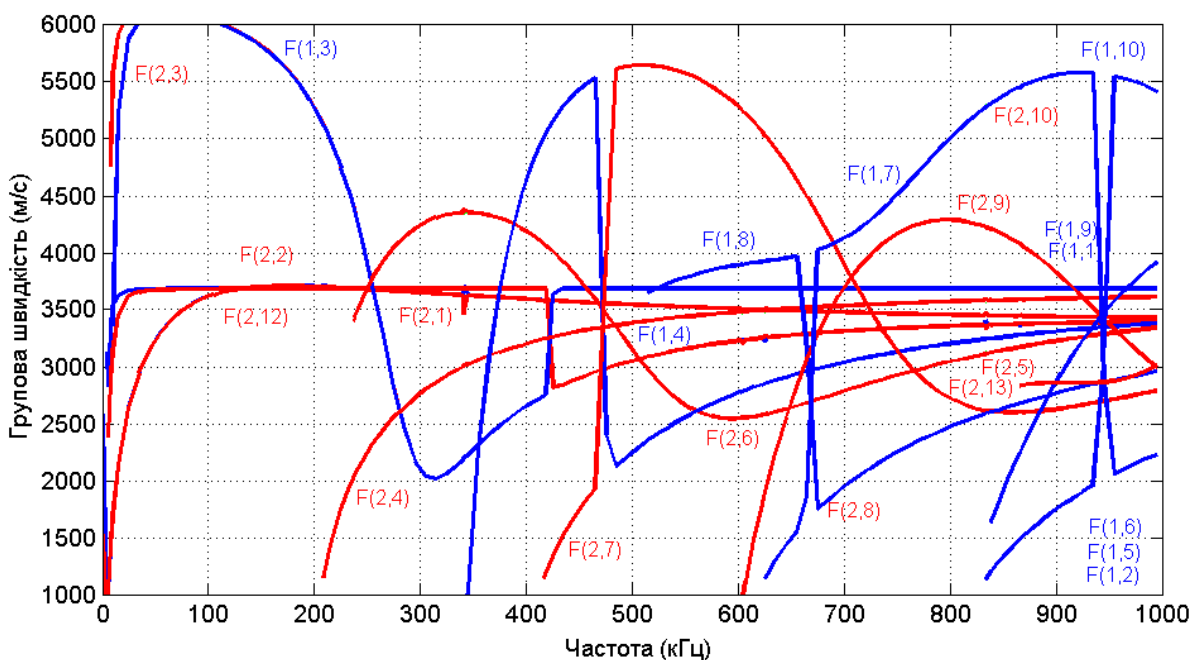


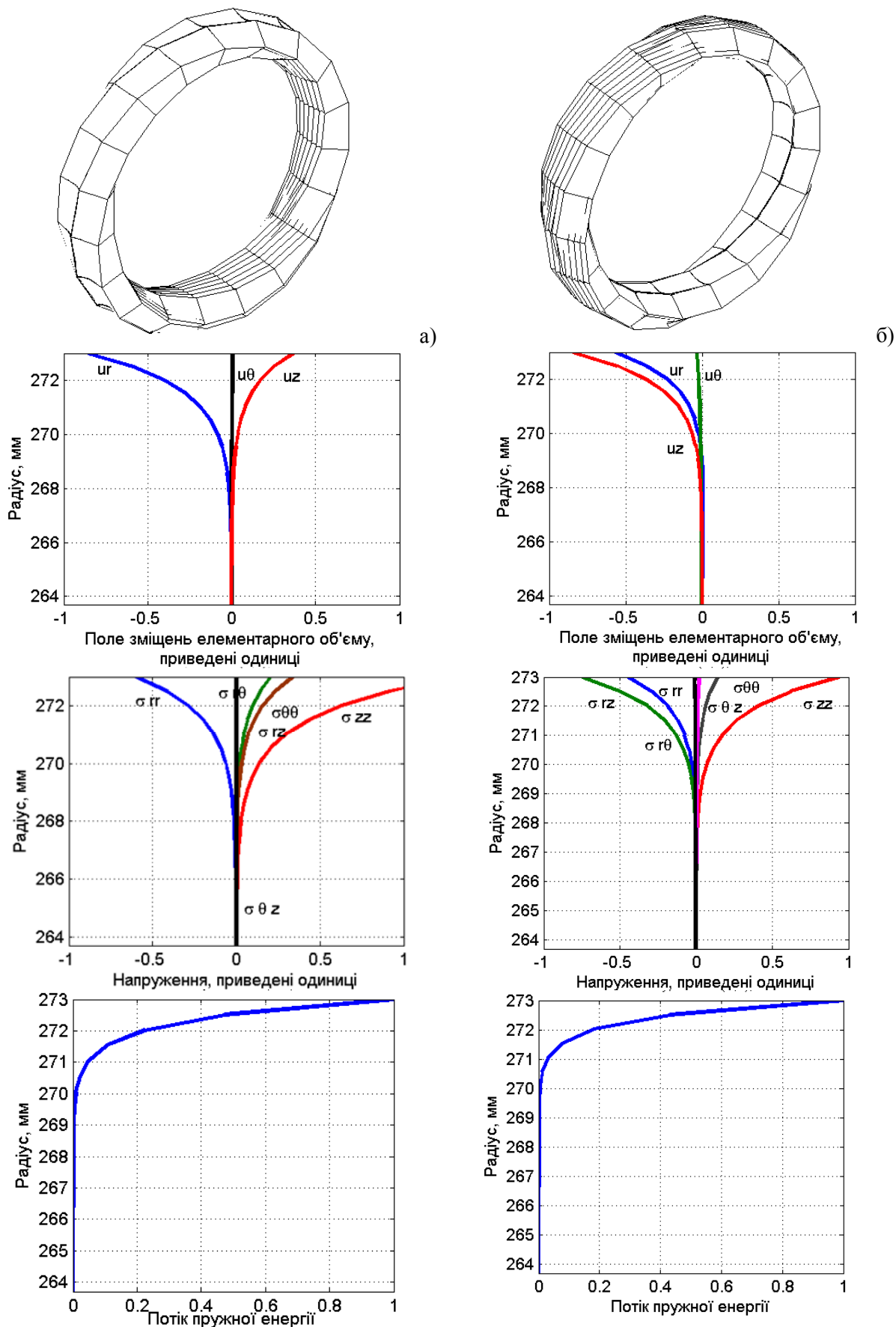
Рисунок 3 – Групова швидкість згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль у газопроводі діаметром 273 мм та товщиною стінки 9.3 мм

вщиною стінки та діаметром труби. Несходження в моделі, на нашу думку, виникають у поділі функцій Бесселя. Це накладає додаткові складності для обчислення дисперсних параметрів ЗМУСХ в стінках газопроводів більшого діаметра та товщини стінки.

Проведемо аналіз хвильового поля ЗМУСХ по товщині стінки труби (рис. 4, 5).

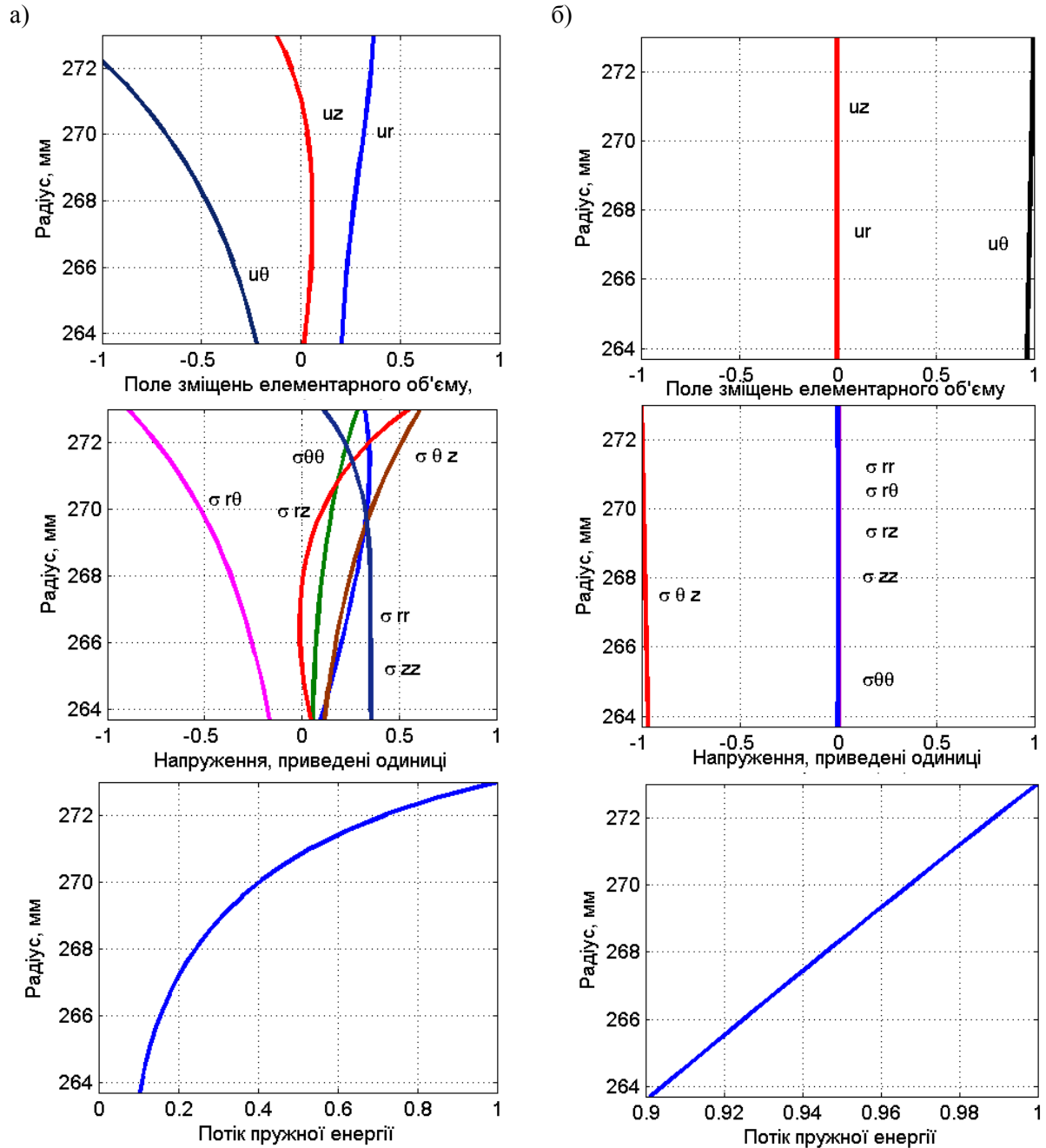
На рис. 4 показано форму коливань двох мод на частоті 500 кГц. Як можна побачити, для згинних мод ультразвукових спрямованих хвиль ступінь деформації стінки труби по око-

лу є несиметричним. Для приведених мод можна стверджувати, що місце деформацій по околу труби відрізняється на 180°. Важливим параметром спрямованих хвиль є приведена довжина труби, яка піддається деформації. На рисунку вона дорівнює трьом довжинам згинної моди. Можна сказати, що по довжині трубопроводу діаметром 273 мм відбувається наявна значна швидкість зміни параметрів поширення згинних мод. До таких параметрів можна віднести як градієнт зміни хвильового поля по околу труби, так і викривлення шляху поширення.



а) мода  $F(1,2)=500$  кГц; б) мода  $F(1,1)=500$ кГц

**Рисунок 4 – Аналіз хвильових параметрів згинних мод у газопроводі діаметром 273 мм та товщиною стінки 9.3 мм**



а) мода  $F(1,1)=100$  кГц; б) мода  $F(1,1)=1000$  кГц

**Рисунок 5 – Аналіз хвильових параметрів згинної моди в газопроводі діаметром 273 мм та товщиною стінки 9.3 мм**

Для більш детального порівняльного аналізу двох мод одного кругового порядку наведено розподіл зміщень елементарного об'єму пружного середовища по товщині стінки. Для згинної моди  $F(1, 1)$  характерним є зміщення елементарного об'єму в один бік, що дає підстави стверджувати про те, що хвильове поле "закручується" в одне зміщення. На протипагу вказаній моді мода  $F(1, 2)$  має зміщення по товщині та довжині труби в інші напрямки, що вказує на її протилежну спрямованість поширення. Інформативним також є аналіз поля напружень, викликаних згинними модами по товщині стінки труби.

Напруження так співвідносяться із зміщеннями елементарного об'єму:

$$\sigma_{ij} = \partial u_i / \partial x_j, \quad (5)$$

де:  $u_r, u_\theta, u_z$  – коливання елементарного об'єму пружного середовища;  $\sigma_{ij}$  – тензор напружень Коші в елементарному об'ємі пружного середовища, що є результатом його зміщення, де індекси  $i$  та  $j$  набувають значень координатних осей  $r, \theta, z$ .

Розподіл поля напружень є подібним до поля зміщень елементарного об'єму, проте є їх більше, до головних напружень додаються напруження зміщення. Для моди  $F(1, 1)$  характерною є різниця між полем зміщення та напру-

ження: для моди  $F(1, 2)$  ці поля мають один знак. Характерно, що для моди  $F(1, 1)$  головне напруження в радіальному напрямку є меншим за напруження зсуву, проте головне напруження в напрямку осі трубопроводу є більшим для двох мод.

Приведені параметри оцінки хвильового поля згинної моди дозволяють детально визначити тип взаємодії із дефектом. Так, в разі взаємодії з поперечним дефектом згинні моди із великим значенням зсувних напружень буде мати форму луно-імпульсу іншу, ніж у моди із найбільшим значенням головних напружень.

Більшим параметром, що дає змогу проводити аналіз взаємодії згинних мод із дефектом, є розподіл енергії хвильового поля по товщині стінки труби. Так, для згинних мод, зображених на рис. 4, вся енергія зосереджується біля зовнішньої границі розділу середовищ, а при внутрішній границі розділу середовищ хвильової енергії практично немає. Це вказує на те, що вибрані згинні моди будуть взаємодіяти тільки із поверхневими дефектами.

Хвильові параметри згинних мод залежать як від їх порядкового номеру, так і від частоти. Від порядкового номеру, як можна побачити із дисперсних кривих, можна визначити на яких частотах мода може існувати, які додаткові моди збуджуватиме первинний перетворювач із визначеною шириною спектру коливань чутливого елемента. Із частотного аналізу розподілу хвильового поля по товщині стінки труби можна визначити переважаючий тип коливань.

Проведемо аналіз згинної моди  $F(1, 1)$  на двох частотах 100 кГц та 1 МГц (рис. 5). Як бачимо, хвильове поле на низькій частоті має складну структуру, тут присутні всі компоненти хвильового поля зміщення елементарного об'єму пружного середовища та, відповідно, поля напружень. На мегагерцовій частоті згинна мода має доволі просту структуру розподілу хвильового поля. Додатково розподіл хвильової енергії по товщині стінки труби для згинної моди високої частоти є лінійною. Можна стверджувати, що згинна мода на частоті 1 МГц може бути розглянута як плоска хвиля із відповідним спрощенням математичного опису її поширення. За частоти 100 кГц цю згинну моду не можна вважати подібною із певним наближенням до плоскої хвилі.

Нами було зроблено спробу провести обчислення дисперсних параметрів магістрального газопроводу із діаметром 720 мм. В результаті обчислення алгоритм не зійшовся.

### Висновки

Проведений аналіз моделі поширення ультразвукових спрямованих хвиль дає підстави стверджувати, що необхідно проводити її удосконалення з метою забезпечення проведення обчислень дисперсних параметрів магістральних газопроводів великих діаметрів.

Існуюча модель поширення спрямованих хвиль дає змогу детально проводити аналіз хвильового поля по товщині стінки труби за

результатами якого можна оптимально вибрати частотний діапазон для проведення неруйнівного контролю.

Структура математичної моделі, що описує поширення спрямованих хвиль, враховує взаємодію пружних коливань із внутрішньою та зовнішньою границями розділу середовищ "стінка труби – навколишнє середовище", що дає змогу розробляти методи контролю фізико-хімічних властивостей поверхні стінки труби, до якої входить і наявність пасивної плівки.

**Робота виконана на кошти гранту  
Президента України GP/F27/0150.**

### Література

- 1 Rose J. Ultrasonic Waves in Solid Media. Cambridge University Press / J. Rose. – 1999. – 472 p.
- 2 Kundu T. Advanced Ultrasonic Methods for Material and Structure Inspection / T. Kundu, D. Placko (Series Editor), (Instrumentation & Measurement Series (ISTE)). – Wiley-ISTE, 2007. – 393 p. – ISBN: 978-1905209699.
- 3 Документація на пакет програм скінченно-елементного аналізу Matlab [електронний ресурс]: версія 7.1.0 / Компанія Mathworks. – 2010. – 1 електронний оптичний диск (DVD-ROM). – Системні вимоги: Windows XP. – Назва з титул. екрану.
- 4 Seco F. PCDISP: a tool for the simulation of wave propagation in cylindrical waveguides / F. Seco, J. M. Martín, A. Jiménez, J. L. Pons, L. Calderón and R. Ceres. // Instituto de Automática Industrial (CSIC) Ctra., Madrid, Spain. – 2008. – 7 p.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
11.10.10  
Рекомендована до друку професором  
Костишиним В.С.*