

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЗАДАЧІ КОНТРОЛЮ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ДОЛІТ ПРИ БУРІННІ СВЕРДЛОВИН

© Семенцов Г.Н., Чигур І.І., 1998

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Запропоновано математичний опис задачі контролю працездатності шарошкових доліт при бурінні свердловин на нафту і газ. Показано, що в умовах невизначеності контроль працездатності доліт повинен враховувати лінгвістичний опис технологічних ситуацій. Наведені логіко-лінгвістичні моделі у вигляді нечітких правил-продукцій, які доповнюють детермінований математичний опис.

Процес буріння свердловин на нафту і газ є багатозв'язним керованим об'єктом. Входами його служать осьове навантаження P на долото, частота обертання n , витрата Q і якість бурового розчину (керівні впливи) і середовище (порода, що руйнується), а узагальненими виходами є проходка h за рейс долота і вартість метра проходки q .

Останні два показники покладені в основу різних критеріїв оптимальності, з яких найважливішим є критерій вартості метра проходки свердловини q . Завдання керування таким багатозв'язним об'єктом – це мінімізувати q .

На рівні опису керованого об'єкта використано стратифіковане уявлення його за допомогою двох страт [1]. На першій страті керований об'єкт описується як детермінований, на другій – як стохастичний.

На основі прийнятого математичного опису керованого об'єкта синтезована дворівнева система оптимального керування процесом буріння свердловин [4].

На верхньому рівні прийняття рішень, виходячи з детермінованої математичної моделі, визначається оптимальний режим буріння знаходженням мінімуму критерію оптимальності – вартості одного метра проходки свердловини.

Внаслідок цього вищеназваний рівень виробляє керівні впливи, які прогнозуються, – це осьове навантаження на долото P і частота його обертання n .

Завданням нижнього рівня є створення локальних рішень з урахуванням властивостей середовища, що змінюється. Ці рішення є керівним впливом – оптимальний час буріння t_a і зв'язуючий вплив – межею пластів гірських порід.

Завдання мінімізації вартості одного метра проходки q , яке вирішують на нижньому рівні, можна формалізувати так:

$$\min \left\{ \begin{array}{l} \left[C_0(t_{cn} + t_a) + d \right] h^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dh}{dt} = v_0 \varepsilon^{-1}; \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = K_\varepsilon; \\ h(0) = 0; \\ \varepsilon_0 = 1 \end{array} \right. \end{array} \right\}, \quad (1)$$

де ε – оцінка відносного зношення озброєння долота; t_{cn} – час, що витрачений на допоміжні і спускопідймальні операції; v_0 – початкова швидкість проходки; K_ε – швидкість відносного зношення озброєння долота; d – вартість долота; C_0 – вартість години роботи бурового верстата.

Оскільки впливи, які прогнозуються, і надходять з верхнього рівня, є сталими в часі для кожного рейсу долота, то $K_\varepsilon = const$. Це дає можливість рівняння (1) переписати у такому вигляді:

$$\min_{t_a} \left\{ q = [C_0(t_{cn} + t_a) + d] \left[v_0 K_\varepsilon^{-1} \ln(1 + K_\varepsilon t_a) \right]^{-1} \right\}, \quad (2)$$

тобто, основним чинником, що впливає на t_0 , є швидкість відносного зношення озброєння долота $K_\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt}$. Процес вимірювання K_ε дає випадкову послідовність значень $K_{\varepsilon,n}$.

У [2] задача (2) мінімізації вартості одного метра проходки свердловини розглянута як детермінована, тобто мінімізувалася функція $q(t_a, \bar{K}_\varepsilon)$, де $\bar{K}_\varepsilon = M\{K_\varepsilon\}$, $M\{\}$ – символ математичного сподівання. Можна сподіватися, що при малому розкиді значень K_ε навколо \bar{K}_ε її розв'язок повинен наближати розв'язок задачі (2).

Але, як показали дослідження, дисперсія значення $K_{\varepsilon,n}$ порівнювана з її математичним сподіванням M . Тому актуальною є постановка і розв'язок альтернативної задачі

$$\min_{t_a} Mq(t_a, K_\varepsilon) \quad (3)$$

Тут $q(t_a, K_\varepsilon)$ – функція випадкового аргументу K_ε і часу буріння t_a .

Введемо позначення

$$q(t_a) = Mq(t_a, K_\varepsilon) = \int q(t_a, K_\varepsilon) dF(K_\varepsilon),$$

де $F(K_\varepsilon)$ – функція розподілу випадкового значення K_ε .

Припустимо, що протягом одного рейсу долота стохастичний процес, що створює послідовність $K_{\varepsilon,j}$, стаціонарний, тоді для оцінки інтеграла $\int q(t_a, K_\varepsilon) dF(K_\varepsilon)$ можна використати послідовність $K_{\varepsilon,j}$ ($j=1, 2, \dots$), яка отримана в процесі буріння за визначений час.

Для такої оцінки застосовують середнє значення функції $\bar{q}(t_a, K_\varepsilon)$, яке обчислюють для всіх значень $K_{\varepsilon,j}$

$$\bar{q}(t_a) = N^{-1} \sum_{j=1}^N q(t_a, K_{\varepsilon,j}).$$

Введемо позначення

$$\bar{A}_0 = [C_0(t_{cn} + t_a) + d] v_0^{-1}.$$

Тоді

$$Mq(t_a, K_\varepsilon) = \bar{A}_0 N^{-1} \sum_{j=1}^N K_{\varepsilon,j} [\ln(1 + K_{\varepsilon,j} t_a)]^{-1} + R_N,$$

де R_N – залишок інтегрування.

Припустимо, що $F_N(K_\varepsilon)$ – емпірична функція розподілу вибірки $K_{\varepsilon,1}, \dots, K_{\varepsilon,N}$. Функція $F_N(K_\varepsilon)$ має в кожній точці $K_{\varepsilon,j}$ стрибок, що дорівнює N^{-1} .

Оскільки [3]

$$N^{-1} \sum_{j=1}^N q(t_a, K_{\varepsilon,j}) = \int_0^l q(t_a, K_\varepsilon) dF_N(K_\varepsilon), \quad (4)$$

то залишок інтегрування [3] можна записати так:

$$R_N = \int_{-\infty}^{\infty} q(t_a, K_\varepsilon) d[F(K_\varepsilon) - F_N(K_\varepsilon)].$$

У формулі (4) $[0, l]$ – це інтервал, за межами якого емпірична функція розподілу дорівнює нулю.

Оскільки функція $q(t_a, K_\varepsilon)$ має похідну по змінній K_ε , то оцінку інтегрування можна визначити [3] так:

$$|R_N| \leq K_N N^{-0.5} \int_a^b |q'(t_a, K_\varepsilon)| dK_\varepsilon, \quad (5)$$

де $q(t_a, K_\varepsilon) = dq(t_a, K_\varepsilon)/dK_\varepsilon$, $[a, b]$ – інтервал, за межами якого різниця $|F(K_\varepsilon) - F_N(K_\varepsilon)|$ перетворюється в нуль; K_N – критерій Колмогорова.

При фіксованому значенні t_a функція $q(t_a, K_\varepsilon)$ є монотонно зростаючою функцією змінної K_ε . Крім того, $K_\varepsilon \geq 0$, тому $q'(t_a, K_\varepsilon) \geq 0$.

Тоді

$$\int_0^{K_{\varepsilon,r}} |q'(t_a, K_\varepsilon)| dK_\varepsilon = \int_0^{K_{\varepsilon,r}} q'(t_a, K_\varepsilon) dK_\varepsilon = q(t_a, K_{\varepsilon,r}) - q(t_a, 0). \quad (6)$$

З врахуванням формули (2) одержимо $q(t_a, K_{\varepsilon,r}) - q(t_a, 0) = \bar{A}_0 \{K_{\varepsilon,r} [\ln(1 + K_{\varepsilon,r} t_a)]^{-1} - t_a^{-1}\}$, де $K_{\varepsilon,r}$ – найбільше спостережуване значення K_ε .

Замість точного значення величини (6) можна знайти її асимптотичну оцінку

$$\begin{aligned} \sup \bar{A}_0 \{K_{\varepsilon,r} [\ln(1 + K_{\varepsilon,r} t_a)]^{-1} - t_a^{-1}\} = \\ = \bar{A}_0 (t_a^{-1} + K_{\varepsilon,r} - t_a^{-1}) = \bar{A}_0 K_{\varepsilon,r}. \end{aligned}$$

Якщо ввести нормовану оцінку інтегрування $r_N = R_N \bar{A}_0^{-1}$, то з (5), із врахуванням останнього рівняння, одержимо

$$r_N \leq K_N K_{\varepsilon,r} N^{-0.5}.$$

Це дає можливість розв'язати зворотну задачу, а саме визначити обсяг вибірки, при якому оцінка інтегрування r_N не перевищує заданого значення δ , тобто

$$K_N K_{\varepsilon,r} N^{-0.5} \leq \delta.$$

Звідси

$$N \geq (K_N K_{\varepsilon,r} \delta^{-1})^2. \quad (7)$$

Задачу визначення оптимальної тривалості буріння t_a^* сформулюємо як мінімізацію виразу (3), в якому математичне сподівання замінено його оцінкою – середнім значенням

$$\begin{aligned} \min_{t_a} N^{-1} \sum_{j=1}^N q(K_{\varepsilon,j}, t_a) = \min_{t_a} C_0 N^{-1} v_0^{-1} \times \\ \times \sum_{j=1}^N K_{\varepsilon,j} (t_a + \tau) [\ln(1 + K_{\varepsilon,j} t_a)]^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

де $\tau = t_{cn} + dC_0^{-1}$.

Оскільки значення $\bar{q}(t_a, K_\varepsilon)$ і $N^{-1} \sum_{j=1}^N K_{\varepsilon,j} (t_a + \tau) [\ln(1 + K_{\varepsilon,j} t_a)]^{-1}$ відрізняються

постійним множником $C_6 v_0^{-l}$, то замість (8) розв'язується задача

$$\min_{t_a} N^{-l} \sum_{j=1}^N K_{\varepsilon,j} (t_a + \tau) [\ln(1 + K_{\varepsilon,j} t_a)]^l \quad (9)$$

за таким алгоритмом:

1) за спостереженими найбільшим значенням $K_{\varepsilon,j}$ і заданою оцінкою інтегрування δ визначається обсяг вибірки N згідно з формулою (7);

2) визначається послідовність $\{K_{\varepsilon,j}\}$;

3) мінімізацією виразу (9) за змінною t_a , визначаємо оптимальний час буріння t_a^* .

Цей алгоритм дає можливість розв'язувати задачу управління процесом буріння в умовах існуючої невизначеності визначенням розрахункового часу роботи долота, коли зношення озброєння випереджає зношення його опор.

Розглянемо випадок, коли математична модель процесу буріння свердловини описується системою рівнянь, в якій всі параметри піддаються вимірюванню в масштабі реального часу

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= k_1 P^{\alpha_1} n^{\beta_1}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= k_2 P^{\alpha_2} n^{\beta_2}, \\ \frac{dg}{dt} &= k_3 P^{\alpha_3} n^{\beta_3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Математична модель (10) описує роботу долота на вибої свердловини в тривимірному просторі станів: h , ε , g для роторного буріння і буріння електробурами. Для турбінного буріння модель (10) потрібно доповнити механічною характеристикою турбобура $n=f(P)$.

З аналізу фізичної сутності технологічного процесу буріння сформульовані початкові

$$h(0)=0, g(0)=0, \varepsilon(0)=1 \text{ при } t=0 \quad (11)$$

і кінцеві умови

$$\begin{aligned} h(t_a) &\geq 0; 1 \leq \varepsilon(t_a) \leq (1+m)^2; \\ 0 &\leq g(t_a) \leq 1; t=t_a; \\ g(t_a) &= I\xi; \end{aligned} \quad (12)$$

де ξ – коефіцієнт “безпеки”, який компенсує деяку невизначеність у визначенні числових значень величин k_3, α_3, β_3 ; і обмеження на керівні впливи

$$\begin{aligned} P_{\min} \leq P \leq P_{\max}; n_{\min} \leq n \leq n_{\max}, \\ Q = \text{const}; v_{cn} \leq (v_{cn})_{\max}; M_d \leq (M_d)_{\max}, \end{aligned} \quad (13)$$

де v_{cn} – швидкість спускопідймальних операцій; M_d – момент на долоті.

Тут можливі два випадки. Перший випадок: переважаючим є зношення долота за озброєнням.

Тоді з перших двох рівнянь математичної моделі (10) з врахуванням того, що в процесі буріння $P=\text{const}, n=\text{const}$, одержимо прогнозне значення проходки на долото

$$h = k P^\alpha n^\beta \ln(1 + k_2 P^{\alpha_2} n^{\beta_2} t_a), \quad (14)$$

де $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2; \beta = \beta_1 - \beta_2, k = k_1/k_2$.

З другого рівняння системи (10) з врахуванням того, що буріння закінчується, коли $\varepsilon = (1+m)^2$, визначимо тривалість буріння

$$t_{a(\text{озб})} = \frac{(1+m)^2 - 1}{k_2 P^{\alpha_2} n^{\beta_2}}. \quad (15)$$

Другий випадок: переважаючим є зношення опор долота. У цьому випадку час буріння визначається з третього рівняння математичної моделі (10)

$$t_{a(\text{оп})} = \frac{\xi}{k_3 P^{\alpha_3} n^{\beta_3}}. \quad (16)$$

Розглянуті випадки дають можливість визначити прогнозоване значення часу буріння t_0 з врахуванням спрацювання долота. Але, оскільки працездатність шарошкових доліт нестабільна, то розрахунковий час буріння відрізняється від фактичного часу буріння до повного, але безпечного зношення долота. Тому особливо актуальним є завдання автоматичного контролю працездатності доліт у процесі буріння з урахуванням лінгвістичного опису ситуацій, що виникають у процесі буріння.

Порівняльний аналіз критеріїв спрацювання доліт дав змогу встановити переваги та недоліки кожного з них і визначити, що найінформативнішим критерієм спрацювання доліт є співвідношення

$$K_m^* = \frac{M_d n}{P v}, \quad (17)$$

або

$$K_m = \alpha \left(\frac{M}{v} \right) \Big|_{P = \text{const}, N = \text{const}}. \quad (18)$$

Показник K_m^* має стійку лінійну залежність на стадії нормальної експлуатації долота і експоненціальну – на стадії катастрофічного зношення. Ця властивість використана для створення алгоритму контролю спрацювання доліт.

Механічна швидкість проходки v_t обчислюється як відношення проходки до фіксованого приросту часу Δt

$$v_t = \frac{h_{n+1} - h_n}{\Delta t}. \quad (19)$$

Після підстановки (19) в (18) одержимо

$$K_m^* = aM\Delta t(h_{n+1} - h_n)^{-1}. \quad (20)$$

Момент підйому долота визначається, виходячи із співвідношення

$$K_m^* > (K_m^*)_c,$$

де $(K_m^*)_c$ – задане значення.

У зв'язку з тим, що для розрахунку K_m^* використовується інформація про зміну в часі таких випадкових значень як механічна швидкість проходки v_i і момент на роторі M , то дійсне значення показника K_m^* спостерігається на фоні значних завад. Тому безпосереднє використання умови $K_m^* > (K_m^*)_c$ може призвести до передчасного підйому долота із свердловини.

Для впевненого визначення моменту піднімання долота запропонований алгоритм, побудований з використанням функції G_n . Функція G_n обчислюється за допомогою рекурентного алгоритму кумулятивних сум

$$G_n = \sqrt{1 - n^{-1}} G_{n-1} + \frac{g_n^{(K_m^*)} - \sigma_v^2}{\sigma_v^2 \sqrt{2n}}, \quad (21)$$

де $g_n^{(K_m^*)} = (\tilde{K}_{m,n}^* - \tilde{K}_m^{*(1)})^2$, $\tilde{K}_m^{*(1)}$ – середнє арифметичне значення $\tilde{K}_{m,n}^*$ до катастрофічного зношення (наприклад, заклинювання опор).

Значення $K_m^{*(1)}$ і σ_v^2 можна обчислити, використовуючи такі ітеративні процедури:

$$\tilde{K}_{M,K}^{*(1)} = \tilde{K}_{M,K-1}^{*(1)} - \frac{1}{K} (\tilde{K}_{M,K-1}^{*(1)} - \tilde{K}_{M,K}^*) \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

$$\sigma_{v,K}^2 = \sigma_{v,K-1}^2 - \frac{1}{K-1} \left[\sigma_{v,K-1}^2 - (\tilde{K}_{M,K}^* - \tilde{K}_{M,K}^{*(1)})^2 \right], \quad (23)$$

$$K = 1, 2, 3, \dots$$

Оцінку моменту катастрофічного зношення долота служить значення $n_0 \Delta t$, для якого виконується нерівність $G_n \geq \Delta$, де Δ – порогове значення функції G_n .

У режимі нормальної експлуатації долота функція G_n має математичне сподівання, яке дорівнює нулю. Після переходу долота в режим катастрофічного зношення функція G_n в середньому монотонно збільшується в часі. Коли $G_n \geq \Delta$ фіксується початок катастрофічного зношення долота і подається команда на його піднімання для заміни.

Оскільки випадкові значення G_n до початку катастрофічного зношення долота розподілені нормально з математичним сподіванням 0 і дисперсією 1, то з ймовірністю 0,987 всі значення

G_n будуть попадати в інтервал $[-2,5; +2,5]$. Це означає, що при $\Delta = \pm 2,5$ ймовірність правильного рішення про заміну спрацьованого долота дорівнює 0,987.

На основі використання одержаного правила запропонований такий алгоритм виявлення моменту катастрофічного зношення долота:

1. За допомогою методів, викладених вище, визначити послідовність $\{\tilde{K}_{M,n}^*\}$.

2. Використовуючи перші n_m значень послідовності $\{\tilde{K}_{M,n}^*\}$ визначити статистичні оцінки параметрів випадкового значення $K_{M,n}^*$ за формулами (22) і (23).

3. Обчислити з рівняння (22) послідовність $\{G_n\}$.

4. Якщо виконується умова, то зафіксувати момент катастрофічного спрацювання долота, інакше перейти до кроку 3.

5. Зробити скид і перейти до кроку 1.

Розроблені алгоритми контролю спрацювання доліт дають можливість здійснювати технологію буріння свердловин в оптимальному режимі, коли властивості гірських порід практично не змінюються. Але під час буріння долото може перейти між гірських порід з іншими фізико-механічними властивостями. Тоді при постійних параметрах режиму буріння змінюються значення механічної швидкості буріння v_i і моменту на роторі M залежно від того, в які породи перейшло долото. Ця нечітка ситуація повинна бути ідентифікована і використана для контролю спрацювання доліт за допомогою логічних правил-продукцій у вигляді

$P = \text{ЯКЩО } A_1, \dots, A_k \text{ ТО } B_1, \dots, B_m \text{ ІНАКШЕ } C, \quad (24)$

де A_k – перелік умов, B_m ; C – перелік дій. Здійснена постановка задачі, прийняття ефективних рішень в умовах невизначеності. У результаті отриманий формалізм представлення логіко-лінгвістичної моделі у вигляді

$$P = \text{ЯКЩО } A = K, \text{ ТО } B = M, \quad (25)$$

де A і B – лінгвістичні змінні; K і M – відповідні ім терми.

Складемо набір логічних правил-продукцій для визначення зношення озброєння долота, зношення опор долота, меж пластів і зон з аномальними пластовими тисками (АПТ) в процесі буріння. Для контролю працездатності долота доцільно також використати GZ-алгоритм кумулятивних сум, який дає змогу в умовах перешкод прийняти рішення про перехід долотом між пластів гірських порід [5].

Позначення: В – велике, П – постійне, М – мале, v – швидкість буріння, М_д – момент на долоті, GZ – GZ-алгоритм визначення меж пластів гірських порід.

P₁=ЯКЩО v ∈ В I М_д ∈ В I GZ ∈ М ТО
“зношення опор долота і перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₂=ЯКЩО v ∈ В I М_д ∈ П I GZ ∈ М ТО
“зношення опор долота і перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₃=ЯКЩО v ∈ В I М_д ∈ М I GZ ∈ М ТО
“перехід у пласт з меншою твердістю порід, зона АПТ”;

P₄=ЯКЩО v ∈ П I М_д ∈ В I GZ ∈ В ТО
“перехід у пласт з більшою твердістю порід”;

P₅=ЯКЩО v ∈ П I М_д ∈ В I GZ ∈ П ТО
“зношення опор долота”;

P₆=ЯКЩО v ∈ П I М_д ∈ В I GZ ∈ М ТО
“зношення опор долота, перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₇=ЯКЩО v ∈ П I М_д ∈ М I GZ ∈ М ТО
“перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₈=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ В I GZ ∈ В ТО
“перехід у пласт з більшою твердістю порід”;

P₉=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ В I GZ ∈ П ТО
“зношення озброєння і опор долота”;

P₁₀=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ В I GZ ∈ М ТО
“зношення озброєння і опор долота, перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₁₁=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ П I GZ ∈ В ТО
“зношення озброєння долота, перехід у пласт з більшою твердістю порід”;

P₁₂=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ П I GZ ∈ П ТО
“зношення озброєння долота”;

P₁₃=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ П I GZ ∈ М ТО
“зношення озброєння долота, перехід у пласт з меншою твердістю порід”;

P₁₄=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ М I GZ ∈ П ТО
“зношення озброєння долота”;

P₁₅=ЯКЩО v ∈ М I М_д ∈ М I GZ ∈ М ТО
“зношення озброєння долота, перехід у пласт з меншою твердістю порід”.

Необхідно зауважити, що правила-продукції P₁, P₂, P₆, P₁₀, P₁₁, P₁₃, P₁₅ не дають однозначної відповіді на питання про зношення озброєння і

опор долота в процесі буріння у зв'язку з порушенням стаціонарності режиму буріння, спричиненого зміною пластів гірських порід. Висновок про працездатність долота можна зробити після переходу долотом меж пластів гірських порід і відновленням стаціонарності режиму буріння.

Подальше удосконалення логічних правил-продукції за рахунок нових правил зумовлює підвищення якості контролю спрацювання доліт в умовах невизначеності.

Запропонований у даній статті математичний опис задачі контролю спрацювання доліт дає можливість розробити алгоритм розв'язку задач на комп'ютері в масштабі реального часу і забезпечити виконання мети керування – бурити свердловину з мінімальною вартістю метра проходки.

Розроблені теоретичні методи і підходи можна застосувати для теоретичного обґрунтування і вдосконалення методів контролю спрацювання доліт інших типів: алмазних, ИСМ, лопатевих і різних породоруйнівних інструментів.

1. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И., Тельшева Т.О. *Определение момента подъема долота в условиях неопределенности* // Изв. вузов. Горный журн. 1995. № 8. С.102-104. 2. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И., Тельшева Т.О. *Оперативное оптимальное управление процессом углубления скважин* // Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности. 1981. № 7. С.20-22. 3. Афиори А., Эйзен С. *Статистический анализ: Подход с использованием ЭВМ / Пер. с англ. М., 1982.* 4. Семенцов Г.Н. *Адаптивное управление процессом бурения нефтяных и газовых скважин* // Разведка и разработка нефтяных и газовых месторождений. Львов, Вып.28. 1992. 5. Горбийчук М.И., Козуч Я.Р. *Рекуррентні алгоритми кумулятивних сум для визначення розладок в адаптивних автоматичних системах* // Тез. наук.-техн. конф. 3-я Українська конференція з автоматичного керування “Автоматика-96”. Севастополь, 1996. Т.2. С.162-163.