

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТРОЛЮ ПИТОМОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ ЕЛЕКТРОКОНТАКТНИМ ЧОТИРИЗОНДОВИМ МЕТОДОМ

Є.Р.Доценко

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 504708,
e-mail: dotsenko@nuing.edu.ua

Здійснено математичне моделювання процесу контролю питомого електричного опору матеріалів чотиризондовим методом, що дало змогу встановити оптимальне співвідношення відстаней між зондами з метою досягнення високої чутливості методу. Аналітично встановлено функції поправки, які необхідно враховувати для розрахунку питомого опору зразків з різними геометричними розмірами.

Ключові слова: питомий електричний опір, чотиризондовий метод, геометрична функція поправки

Проведено математическое моделирование процесса контроля удельного электрического сопротивления материалов четырехзондовым методом что позволило установить оптимальное соотношение расстояний между зондами с целью достижения высокой чувствительности метода. Аналитически установлены функции поправки, которые необходимо учитывать при расчете удельного сопротивления образцов с различными геометрическими размерами.

Ключевые слова: удельное электрическое сопротивление, четырехзондовый метод, геометрическая функция поправки

A mathematical simulation of the control of the materials resistivity by four-point method, which helped set the optimal distance between probes in order to achieve high sensitivity method. The geometric correction functions have to be considered for calculating the resistivity of samples with different geometric dimensions was studied.

Keywords: electrical resistivity, four-point method, geometric correction function

1. Вступ

У практиці неруйнівного контролю та технічної діагностики вимірювання питомого електричного опору застосовують для сортування металів, ідентифікації сплавів, моніторингу режимів термічного оброблення конструкційних сталей та виявлення дефектів, які змінюють електропровідність матеріалу. Також за зміною питомого електричного опору можна судити про мікроструктурні зміни в металах [1]. На попередніх етапах досліджень авторами було розроблено новий підхід до визначення фізико-механічних характеристик конструкційних сталей з врахуванням їх структури [2] та досліджено чутливість питомого електричного опору до мікроструктурних змін, що виникають в матеріалі металоконструкцій під час тривалої експлуатації [3]. Також, в роботі [4] вказується на можливість визначення ударної в'язкості сталей за вимірними значеннями питомого електричного опору.

Для точного визначення питомого опору сталей найбільшого поширення набули вихрострумівий та електроконтактні методи [5]. Вихрострумивий метод застосовується тільки для немагнітних металів, оскільки на вихідний сигнал вихрострумівого перетворювача впливає магнітна проникність магнітного матеріалу. Тому найбільш доцільним є застосування електроконтактних методів на постійному струмі, які, окрім того, дають змогу отримати інформацію щодо питомого опору за об'ємом металу, що неможливо досягнути вихрострумивим методом через присутність скін-ефекту.

До електроконтактних методів відносяться дво-, чотиризондовий методи та метод Ван-дер-Пау [6]. Двзондовий метод можна застосовувати тільки для зразків правильної геометричної форми і, окрім того, технологія проведення контролю вимагає створення омічних контактів на торцях зразка. Зрозуміло, що застосування двозондового методу на реальних сталених об'єктах є досить проблематичним. Метод Ван-дер-Пау дає змогу вимірювати питомий електричний опір зразків з довільною геометричною формою, проте його доволі складно реалізувати в технічному плані: вимагає індивідуального розміщення зондів в залежності від форми зразка. Тому найбільш універсальним методом вимірювання питомого електричного опору матеріалів слід вважати класичний чотиризондовий метод.

Як правило, чотиризондовий метод реалізується за допомогою чотиризондового сенсора-затискача, який прикладається до об'єкта контролю (ОК), та вимірювача активного електричного опору – мікроомметра. Розраховуючи питомий електричний опір за результатами вимірювання електричного опору деякої ділянки матеріалу чотиризондовим методом, необхідно знати, яким чином впливають кінцеві розміри та товщина об'єкта контролю на покази мікроомметра.

З огляду на вказані обставини, необхідно провести математичне моделювання контролю питомого опору з метою встановлення оптимального співвідношення відстаней між зондами, а також впливу реальних геометричних розмірів та товщини ОК на результати вимірювання.

2. Теоретичні основи методу

Розглянемо теоретичні основи чотиризондового методу вимірювання питомого електричного опору на зразку, який являє собою напівнескінченний об'єм, обмежений плоскою поверхнею. На поверхні зразка вздовж однієї прямої лінії розміщують чотири металеві електроди-зонди з невеликою площею контакту (рис. 1). Через два зовнішні зонди пропускають електричний струм, генерований джерелом постійного струму. На двох внутрішніх зондах вимірюють падіння напруги. За виміряними значеннями різниці потенціалів та струму можна визначити величину питомого електричного опору матеріалу зразка.

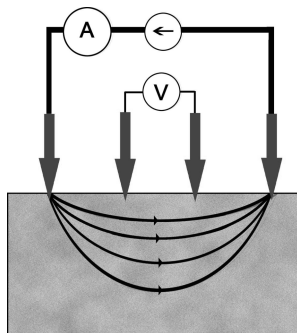


Рисунок 1 – Чотиризондовий метод вимірювання питомого електричного опору

Використання чотиризондового методу контролю питомого електричного опору сталей дає можливість уникнути впливу на результати вимірювань перехідних опорів контактів. На рис. 2 зображено еквівалентну схему електричного кола при чотиризондовому підключенні до об'єкта контролю. Із схеми видно, що перехідні опори R_{C1} і R_{C2} струмових контактів 1 і 4 не впливають на напругу U , пропорційну вимірюваному опору R_x . Очевидно, що U не залежить від перехідних опорів $R_{П1}$ і $R_{П2}$ потенціальних контактів 2 і 3, оскільки у вимірювальному колі можна знехтувати струмом (високе значення вхідного опору вимірювача напруги U).

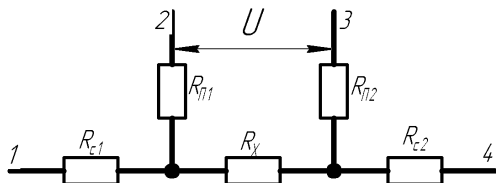


Рисунок 2 – Еквівалентна схема електричного кола для чотиризондового підключення до ОК

Основна перевага чотиризондового методу полягає в тому, що не потрібно створювати омичні контакти на зразку та є можливість вимірювати питомий опір зразків різних форм і

розмірів. Умовою для його застосування, з точки зору форми об'єкта контролю, є наявність плоскої поверхні, лінійні розміри якої перевищують лінійні розміри системи зондів. Багато особливостей реальних зразків, пов'язаних з їх формою, можна легко врахувати, застосовуючи чотиризондовий метод вимірювання.

Для того щоб знайти аналітичну залежність між питомим електричним опором ρ , виміряними струмом I та напругою U , необхідно вирішити простішу задачу, пов'язану з протіканням постійного струму через окремих зонд, який контактує з плоскою поверхнею об'єкта контролю напівнескінченного об'єму [7] (рис. 3).

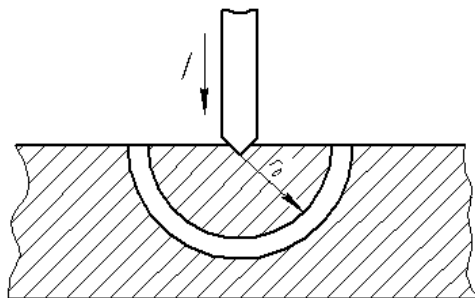


Рисунок 3 – Модель зонда

Відомо, що рух електричних зарядів у провідному середовищі характеризується густиною електричного струму j . З постійним (стаціонарним) струмом нерозривно пов'язані електричне та магнітне поля.

Ці поля не залежать один від одного і можуть розглядатися окремо. В даному випадку обмежимося аналізом електричного поля, яке є потенціальним.

Розподіл потенціалу в провідному об'єкті підпорядковується лінійному диференціальному рівнянню з частинними похідними – рівнянню Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

де $\phi(x, y, z)$ – потенціал точки в тривимірному евклідовому просторі.

Дослідження таких потенціалів і, зокрема, розв'язків диференціального рівняння Лапласа відоме в математиці як *теорія потенціалу* [8].

Оскільки розподіл потенціалу в напівнескінченному об'ємі володіє сферичною симетрією, то для розрахунку потенціалу $\phi(r)$ в об'ємі зразка залежно від відстані r до контакту достатньо розв'язати рівняння Лапласа, в якому залишений тільки член, залежний від r , в сферичній системі координат:

$$\Delta \phi(r) = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (2)$$

за умови, що потенціал в точці $r = 0$ позитивний і прямує до нуля при великих значеннях r .

Розв'язавши рівняння (2), отримуємо вираз для розрахунку потенціалу:

$$\phi(r) = \frac{I\rho}{2\pi \cdot r}. \quad (3)$$

Очевидно, що розподіл потенціалу буде таким самим, якщо зонд матиме з поверхнею зразка контакт у вигляді напівсфери скінченного діаметра. Нехай радіус контакту рівний r_1 , тоді падіння напруги на зразку рівне потенціалу зонда і складає

$$\phi = \frac{I \cdot \rho}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_1}. \quad (4)$$

Прирівнюючи падіння напруги на приконтактному шарі товщиною $r_2 - r_1$

$$\phi(r_1) - \phi(r_2) = \frac{I \cdot \rho}{2\pi} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \quad (5)$$

і повного падіння напруги на зразку (4), можна спостерігати основну зміну потенціалу, ближче до зонда. Для наочності при $r_2 = 10r_1$ повне падіння напруги на зразку перевищує падіння в шарі $r_2 - r_1$ лише на 10%. Це свідчить про те, що величина струму, що протікає крізь зонд, визначається, здебільшого, опором приконтактної області, протяжності якої тим менше, чим менший радіус контакту.

Отже, враховуючи вище сказане, необхідними умовами застосування чотиризондового методу для вимірювання питомого електричного опору матеріалів є:

- 1) вимірювання проводяться на плоскій поверхні однорідного ізотропного ОК, лінійні розміри якого в кілька раз більші за розміри системи зондів;
- 2) зонди мають контакти з поверхнею ОК в точках, розміщених вздовж прямої лінії;
- 3) межа між струмопідвідними електродами і ОК мають форму напівсфери малого діаметру;
- 4) діаметр контакту зонда малий порівняно з відстанню між зондами.

Потенціал в будь-якій точці зразка рівний сумі потенціалів, які створюються в цій точці струмом кожного електрода (рис. 4). При цьому потенціал має додатній знак для струму, що втікає в зразок (зонд 1), і від'ємний для струму, що вигікає зі зразка (зонд 4).

Таким чином, потенціали вимірювальних зондів 2 і 3 можна записати відповідно:

$$\phi_2 = \frac{I \cdot \rho}{2\pi} \left(\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2 + S_3} \right); \quad (6)$$

$$\phi_3 = \frac{I \cdot \rho}{2\pi} \left(\frac{1}{S_1 + S_2} - \frac{1}{S_3} \right). \quad (7)$$

Різниця потенціалів при цьому рівна:

$$U = \phi_2 - \phi_3 = \frac{I \cdot \rho}{2\pi} \left(\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2 + S_3} - \frac{1}{S_1 + S_2} + \frac{1}{S_3} \right). \quad (8)$$

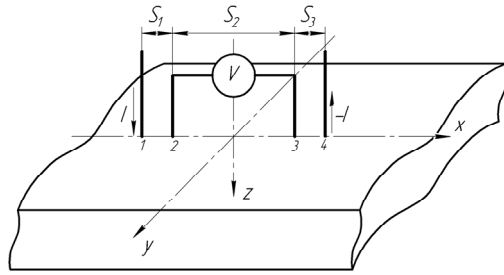


Рисунок 4 – Ілюстрація до виведення формули для питомого електричного опору при чотиризондовому методі вимірювання

З виразу (8) отримуємо формулу для визначення питомого електричного опору матеріалу зразка:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2 + S_3} - \frac{1}{S_1 + S_2} + \frac{1}{S_3} \right)}. \quad (9)$$

У випадку коли відстань між зондами однакова ($S_1 = S_2 = S_3 = S$), то

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S. \quad (10)$$

Слід зазначити, що вираз (9) справедливий тільки для напівнескінченного об'єкта, тобто зразка, лінійні розміри якого набагато більші за відстань між зондами S . Для розрахунку питомого електричного опору об'єкта з кінцевими поперечними розмірами та товщиною, необхідно вводити геометричну функцію поправки, яка залежить від розмірів системи зондів, орієнтації сенсора відносно країв зразка та габаритних розмірів зразка.

3. Теоретичні дослідження щодо покращення чутливості чотиризондового методу та оптимізації взаємного розміщення зондів

Вираз (10) для випадку рівності відстані між зондами, як правило, використовують для розрахунку відносно великих значень питомого електричного опору напівпровідників. Для вимірювання малих значень питомого електричного опору металів є доцільним підвищити чутливість чотиризондового сенсора.

Як впливає з виразу (8), чутливість чотиризондового методу за напругою прямопропорційна величині постійного струму та оберненопропорційна еквівалентній відстані між зондами:

$$\frac{1}{S_{\text{екв}}} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_3} - \frac{1}{S_1 + S_2} - \frac{1}{S_2 + S_3}. \quad (11)$$

Оскільки збільшення сили струму, що протікає крізь зразок, обмежене допустимим нагріванням зразка, то підвищити чутливість методу можна, зменшуючи еквівалентну відстань між зондами $S_{\text{екв}}$ за рахунок збільшення відстані S_2 між внутрішніми вимірювальними зондами 2 і 3 і зменшення відстаней S_1 та S_3 між стру-

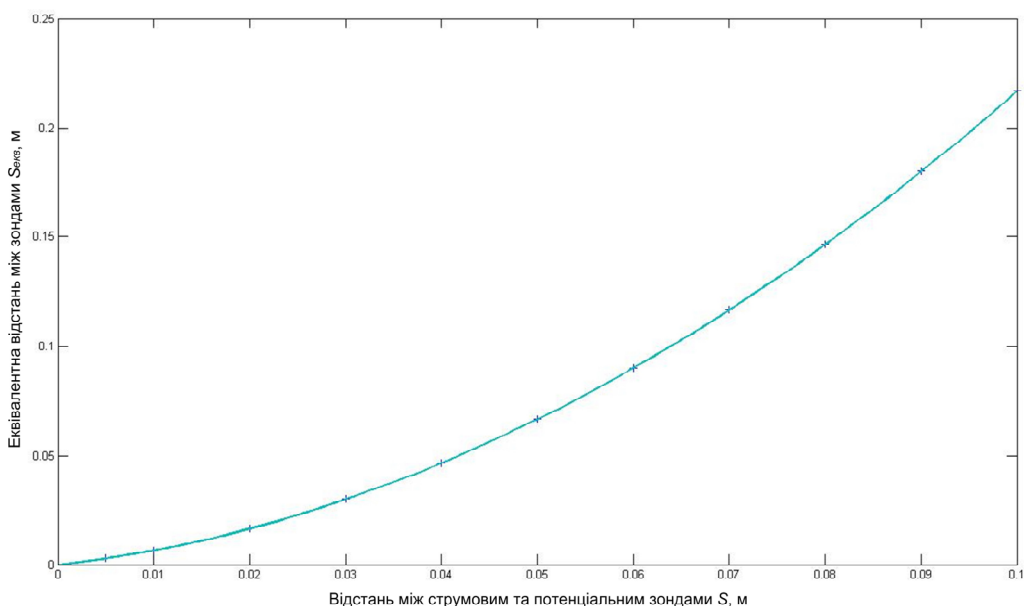


Рисунок 5 – Графік залежності еквівалентної відстані між зондами від відстані між відповідними струмовими та потенціальними зондами (при $S_2 = 30\text{ мм}$)

мовими та потенціальними зондами (відповідно 1-2 і 3-4). Для наочності проілюструємо графічно залежності еквівалентної відстані від зміни лінійних розмірів системи зондів.

На рис. 5 зображено графічну залежність еквівалентної відстані між зондами $S_{екв}$ від відстані між струмовими та потенціальними контактами S ($S_1 = S_3 = S$) при фіксованій відстані між потенціальними зондами ($S_2 = 30\text{ мм}$).

Аналізуючи графічну залежність (рис. 5), можна стверджувати, що зменшення відстані S призводить до зменшення еквівалентної відстані $S_{екв}$ і, відповідно, до збільшення чутливості чотиризондового методу. Враховуючи те, що в реальній конструкції чотиризондового сенсора діаметр одного зонда становить кілька міліметрів, то оптимальна відстань між струмовими та відповідними їм потенціальними контактами повинна становити 10 мм.

Проілюструємо тепер, яким чином змінюється еквівалентна відстань $S_{екв}$ залежно від зміни відстані S_2 між потенціальними зондами при фіксованій оптимальній відстані $S = S_1 = S_3 = 10\text{ мм}$ (рис. 6). Отже, збільшення відстані S_2 між потенціальними контактами до 20-30 мм призводить до різкого зменшення еквівалентної відстані $S_{екв}$ і, відповідно, до збільшення чутливості чотиризондового методу. В області $S_2 > 40\text{ мм}$ зменшення значення $S_{екв}$ відбувається повільніше, а при $S_2 > 60\text{ мм}$

зменшення еквівалентної відстані не є значимим. Це свідчить про недоцільність конструювання сенсора з досить високим значенням відстані S_2 , оскільки при $S_2 \geq 60\text{ мм}$ незначне підвищення чутливості чотиризондового методу не є пріоритетним. В даному випадку пріоритетним є питання зменшення габаритних розмірів сенсора, що реалізує чотиризондовий метод.

Враховуючи сказане вище, оптимальні лінійні розміри системи зондів є такими: відстань між струмовими та відповідними їм потенціальними контактами – $S = S_1 = S_3 = 10\text{ мм}$; відстань між потенціальними контактами – $S_2 = 60\text{ мм}$.

4. Застосування методу до зразків простої геометричної форми

4.1. Зразок напівнескінченного об'єму з ізолюючою границею

Як вже зазначалося, вираз (9) можна застосувати для визначення питомого електричного опору об'єкта напівнескінченного об'єму, лінійні розміри якого набагато більші за розміри системи зондів. Даний критерій застосування формули (9), по-суті, є напівкількісним, оскільки не враховує точного співвідношення між розмірами зразка і лінійними розмірами системи зондів. З метою отримання більш строгих критеріїв застосування виразу (9) розглянемо часткові випадки вимірювання питомого електричного опору зразків з обмеженими лінійними розмірами, що дуже часто зустрічається на практиці.

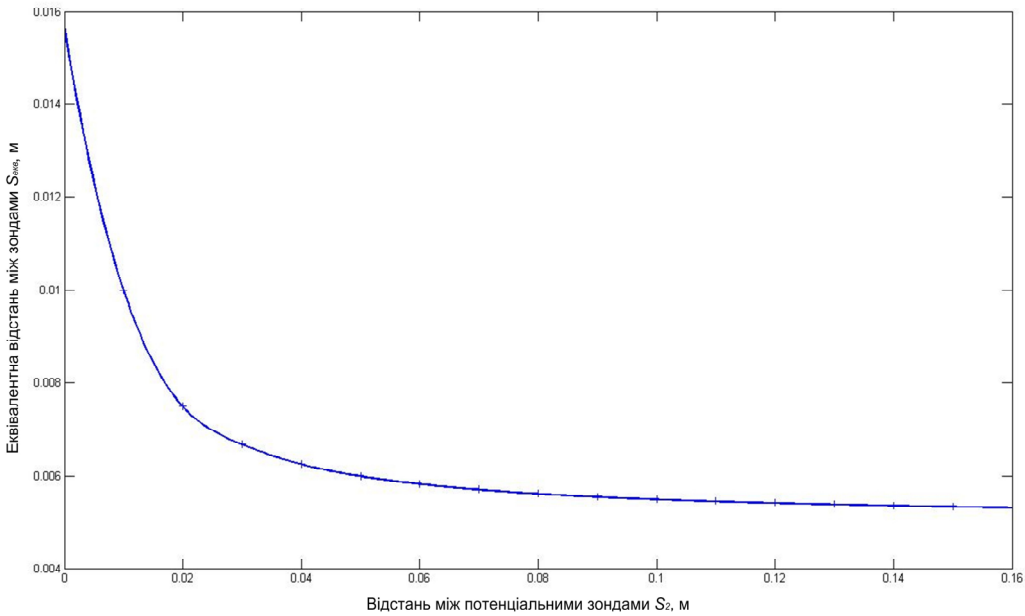


Рисунок 6 – Графік залежності еквівалентної відстані між зондами від відстані між потенціальними зондами (при $S_1 = S_3 = 10\text{ мм}$)

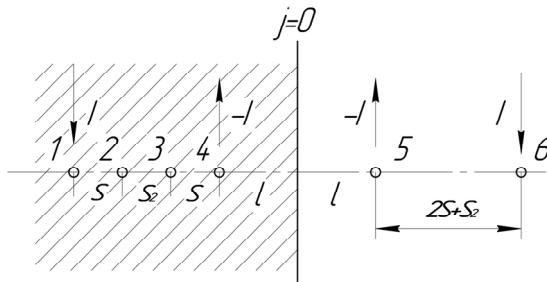


Рисунок 7 – Система джерел дзеркальних відображень на зразку напівнескінченного об'єму з ізолюючою границею

Проаналізуємо детально такий випадок. Зразок напівнескінченного об'єму має плоску ізолюючу границю. Зонди розміщені на лінії, перпендикулярній до цієї границі (рис. 7). Наявність ізолюючої границі на одній із граней зразка вимагає виконання однорідної граничної умови Неймана, тобто на ізолюючій границі нормальна складова струму, а, відповідно, і електричного поля, рівна нулю. Дана гранична умова буде виконана, якщо знаки дзеркальних джерел струму збігатимуться зі знаками реальних струмів, що протікають крізь зонди 1 і 4.

Використаємо метод дзеркальних відображень, який широко використовується в електростатиці. Для цього на продовженні лінії розміщення зондів симетрично відносно ізолюючої границі розмістимо два уявних контакти джерела струму 5 і 6 таких, щоб задовольнити граничну умову Неймана на ізолюючій границі. Граничну умову на ізолюючій границі буде ви-

конано, якщо, вважаючи зразок напівнескінченим, в точку 5 помістити від'ємне джерело струму $-I$, а в точку 6 – додатне джерело струму I . Оскільки для даної граничної умови існує єдиний розв'язок задачі, то розв'язок для системи джерел струму 1, 4, 5 і 6 буде шуканим. Розраховуючи потенціали в точках 2 і 3 з врахуванням чотирьох джерел струму, і, враховуючи співвідношення $m = S_2/S$, одержуємо вираз для розрахунку питомого електричного опору зразка:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S \cdot f(m, l/S), \quad (12)$$

де: l – відстань від зонда 4 до ізолюючої границі;

$f(m, l/S)$ – геометрична функція поправки, що залежить від лінійних розмірів системи зондів (S), їх співвідношення ($m = S_2/S$) та

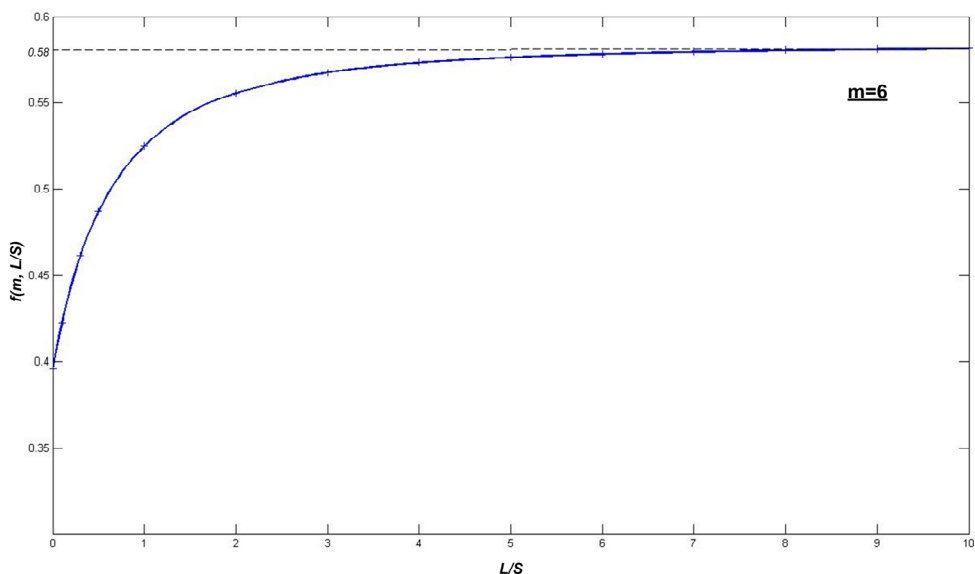


Рисунок 8 – Геометрична функція поправки $f(m, l/S)$ для зразка напівнескінченного об'єму з ізолюючою границею (за умови $m = S_2/S = 6$)

відстані ізолюючої границі до найближчого зонда.

Геометрична функція поправки для даного випадку дорівнює:

$$f(m, l/S) = \left(\frac{2m}{m+1} - \frac{1}{m+1+2l/S} + \frac{1}{3+2m+2l/S} + \frac{1}{1+2l/S} - \frac{1}{3+m+2l/S} \right)^{-1} \quad (13)$$

Графік геометричної функції поправки $f(m, l/S)$ зображено на рис. 8.

У випадку, якщо $l \geq 5S$, то геометрична функція поправки наближається до значення 0.583 (коефіцієнт поправки K). За умови, якщо $m = 1$ (зонди розміщені на одній відстані один від одного), то при $l \geq 5S$ геометрична функція поправки майже не відрізняється від одиниці. В такому разі ($K=1$) для розрахунку питомого електричного опору можна використовувати формулу (10).

Для випадку, коли лінія зондів розміщена паралельно до ізолюючої границі, питомий електричний опір напівнескінченного зразка розраховується так:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S \cdot q(m, l/S), \quad (14)$$

де $q(m, l/S)$ – геометрична функція поправки, яка розраховується так:

$$q(m, l/S) = \left(\frac{2m}{m+1} + 2 \left[1 + (2 \cdot l/S)^2 \right]^{-1/2} - 2 \left[(m+1)^2 + (2 \cdot l/S)^2 \right]^{-1/2} \right)^{-1} \quad (15)$$

Графік геометричної функції поправки $q(m, l/S)$ зображений на рис. 9.

Якщо $l \geq 5S$, то геометрична функція поправки наближається до значення 0.583 (коефіцієнт поправки K). За умови, якщо $m = 1$ (зонди розміщені на одній відстані один від одного), то при $l \geq 5S$ геометрична функція поправки майже не відрізняється від одиниці. В такому разі ($K=1$) для розрахунку питомого електричного опору можна використовувати формулу (10).

4.2. Зразок напівнескінченних лінійних розмірів та кінцевої товщини

Значення питомого електричного опору зразка напівнескінченних лінійних розмірів та кінцевої товщини за результатами вимірювання чотиризондовим методом, як і для зразка напівнескінченного об'єму з ізолюючою границею, зводиться до розрахунку геометричної функції поправки.

Розглянемо простий випадок плоскої пластини безкінечних розмірів, але скінченної товщини h із ізолюючими верхньою та нижньою границями, на яких повинна виконуватися однорідна гранична умова Неймана ($j_n = 0$). Використовуючи метод дзеркальних відображень, одержимо вираз для розрахунку питомого електричного опору зразка:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S \cdot f(m, h/S), \quad (16)$$

де $f(m, h/S)$ – геометрична функція поправки, яка залежить від відношення товщини пластини h до відстані між зондами S .

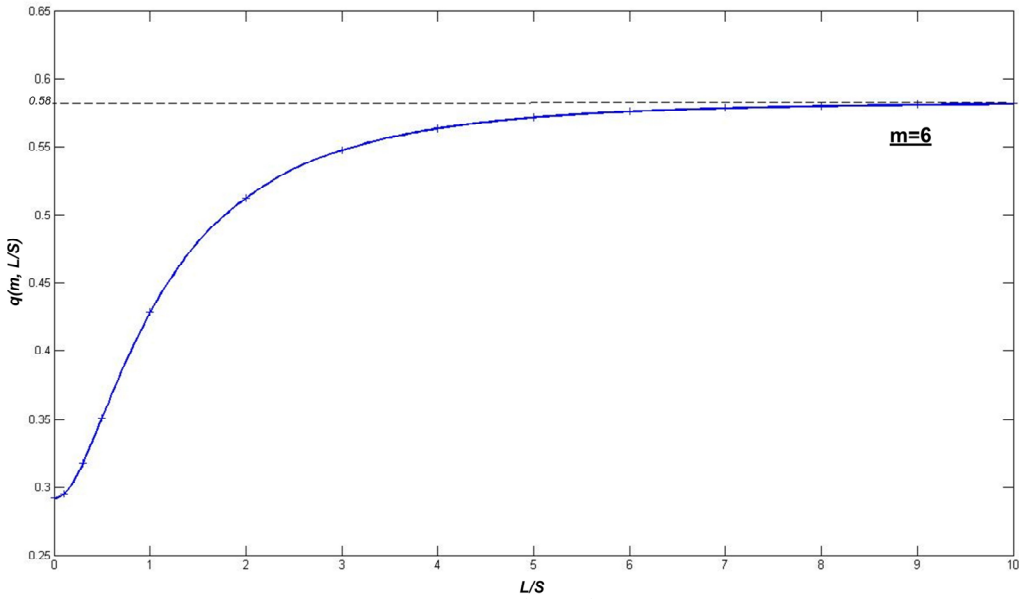


Рисунок 9 – Геометрична функція поправки $q(m, l/S)$ для зразка напівнескінченного об’єму з ізолюючою границею (при паралельному розміщенні системи зондів відносно границі, $m = 6$)

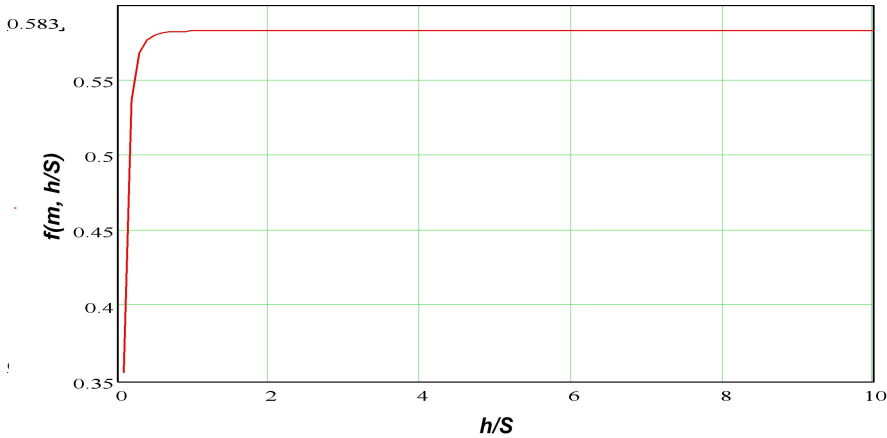


Рисунок 10 – Геометрична функція поправки $f(m, h/S)$ для пластини з двома ізолюючими границями

При цьому геометрична функція поправки рівна:

$$f(m, h/S) = \left\{ \frac{2m}{m+1} + 4 \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[1 + 4n^2 (h/S)^2 \right]^{-1/2} - \left[(m+1)^2 + 4n^2 (h/S)^2 \right]^{-1/2} \right\}^{-1} \quad (17)$$

де n – рівень дзеркального відображення джерела струму.

Графік геометричної функції поправки $f(m, h/S)$ зображено на рис. 10.

З рис. 10 бачимо, що зі зменшенням товщини зразка і досягнення значення, яке рівне приблизно $4S$, наявність нижньої поверхні починає впливати на орієнтацію ліній струму. В дуже тонких пластинках струм поширюється майже однорідно по товщині, про що свідчить лінійна залежність геометричної функції поправки від h/S в інтервалі значень від 0 до 0.4. В роботі [7] вказано, що в даному інтервалі при $m=1$ геометрична функція поправки прямує до значення $(2 \ln 2)^{-1} h/S$. В такому випадку, питомий електричний опір зразка розраховується

як $\rho = \frac{\pi \cdot h}{\ln 2} \cdot \frac{U}{I}$ і не залежить від відстані між зондами.

4.3. Зразок кінцевих лінійних розмірів та кінцевої товщини

Реальні зразки мають бокові грані, які впливають на поширення струму. Тому наявність кінцевих розмірів за всіма координатами зразка зумовлює необхідність введення відповідних геометричних функцій поправки. Такі функції можуть бути розраховані за результатами розв'язання рівняння Лапласа з відповідними граничними умовами на бокових гранях зразка.

Застосувавши метод дзеркальних відображень для зразка прямокутної форми, можна розрахувати геометричні функції поправки, які залежать від геометричних розмірів зразка. З метою врахування товщини пластини прямокутної форми на результати вимірювання питомого електричного опору чотиризондовим методом, тобто для більш точного розрахунку геометричної функції поправки, необхідно врахувати вплив потенціалів тривимірної системи диполів.

Для зразків прямокутної форми кінцевої товщини, які часто зустрічаються на практиці, при розміщенні зондів вздовж центральної лінії, паралельній більшій стороні прямокутника, питомий електричний опір розраховується так:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S \cdot f(m, a/S, b/S, h/S), \quad (18)$$

де $f(m, a/S, b/S, h/S)$ – геометрична функція поправки, яка залежить від реальних кінцевих розмірів (довжини a , ширини b та товщини h) пластини та від співвідношення лінійних розмірів системи зондів m .

$$f\left(m, \frac{a}{S}, \frac{b}{S}, \frac{h}{S}\right) = \left[\frac{2m}{m+1} + 4 \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\left[1 + 4n^2 (h/S)^2 \right]^{-1/2} - \left[(m+1)^2 + 4n^2 (h/S)^2 \right]^{-1/2} \right) + 4 \left[1 + (b/S)^2 \right]^{-1/2} - 4 \left[(m+1)^2 + (b/S)^2 \right]^{-1/2} + 4(a/S) \times \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \left(n \cdot \left[n^2 (a/S)^2 - 1 \right]^{-1} - n \cdot \left[n^2 (a/S)^2 - (m+1)^2 \right]^{-1} \right) \right], \quad (19)$$

де a, b, h – відповідно довжина, ширина та товщина зразка.

Отже, у всіх випадках, коли розміри зразка набагато більші за лінійні розміри системи зондів, зразок можна вважати напівнескінченим, і тоді питомий електричний опір розраховується так:

$$\rho = \frac{U}{I} \cdot 2\pi S \cdot K, \quad (20)$$

де $K = \frac{m+1}{2m}$ – коефіцієнт поправки, який залежить тільки від співвідношення відстаней між зондами. Для випадку, коли $m=1, K=1$, для $m=6, K=0.583$.

5. Висновки

Підеумовуючи наведене, можна зробити такі висновки:

Чотиризондовий метод, порівняно з іншими методами вимірювання питомого електричного опору провідних матеріалів, є простим в реалізації, нечутливим до магнітної проникності феромагнітних матеріалів та може бути застосований для об'єктів різних геометричних розмірів.

З метою підвищення чутливості методу розглянуто теоретичні основи чотиризондового методу, що дало змогу встановити оптимальне співвідношення відстаней між зондами. При цьому, оптимальною відстанню між струмовими та відповідними їм потенціальними контактами повинна становити $S = 10 \text{ мм}$; відстань між потенціальними контактами – $S_2 = 60 \text{ мм}$.

Проведено математичне моделювання, що дало змогу розрахувати геометричні функції поправок до формули, яка застосовується для визначення питомого електричного опору напівнескінчених об'єктів, лінійні розміри яких набагато більші за розміри системи зондів. Розглянуто основні випадки, за яких необхідно вводити коригування у загальну формулу, та розраховано відповідні функції поправок.

Удосконалено математичну модель розрахунку питомого електричного опору матеріалів зразків прямокутної форми кінцевих розмірів шляхом розрахунку геометричної функції поправки, що враховує співвідношення лінійних розмірів зразка (довжини, ширини, товщини) і лінійних розмірів системи зондів.

Графічний аналіз свідчить, що у всіх випадках, коли відстань від системи зондів до будь-якого краю об'єкта контролю перевищує відстань між струмовим та потенціальним зондами, більше ніж в 5 разів, то розрахунок питомого електричного опору можна проводити за формулою (10), помноженою на коефіцієнт поправки $K=0.583$.

Чотиризондовий метод може бути використаний і для зразків іншої геометричної форми, наприклад, для циліндричних об'єктів, шляхом введення додаткових функцій поправок, які залежатимуть від кривизни поверхні.

Література

1 Горкунов Э.С. Взаимосвязь между магнитными, электрическими свойствами и структурным состоянием термически обработанных сталей – основа определения прочностных характеристик изделий неразрушающими методами. Методические рекомендации / Э.С. Горкунов. – Свердловск: УЦ АН СССР, 1985. – 130 с.

2 Карпаш М.О. Новий підхід до визначення фізико-механічних характеристик сталей з врахуванням їх структури / М.О. Карпаш, Є.Р. Доценко, О.М. Карпаш // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів (серія): зб. наук. праць. – Львів, 2008. – випуск 13: Теорія і практика неруйнівного контролю матеріалів і конструкцій. – С. 203–208.

3 Карпаш О.М. Питомий електричний опір як інформативний параметр визначення фактичних фізико-механічних характеристик матеріалів металоконструкцій довготривалої експлуатації / О.М. Карпаш, Є.Р. Доценко, М.О. Карпаш // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2009. – № 1. – С. 36 – 41.

4 Nahm S.H. Evaluation of fracture toughness of degraded Cr-Mo-V steel using electrical resistivity / S.H. Nahm., Y.I. Kim, K.M.Yu, A. Kim // [Journal of Materials Science](#). – 2002. – V.37. – N16. – pp. 3549-3553.

5 Bowler N. Electrical conductivity measurement of metal plates using broadband eddy-current and four-point methods / N. Bowler, H. Yongqiang // *Measurement science & technology*. – 2005. – V.16. – N11. – pp. 2193-2200.

6 Michael B. Heaney. Electrical Conductivity and Electrical Conductivity and Resistivity // *The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook* / Michael B. Heaney. – CRC Press LLC, 1999. – Chapter 43. – ISBN 084932145X.

7 Павлов Л.П. Методы измерения параметров полупроводниковых материалов: учеб. для вузов / Л.П. Павлов. – М.: Высш. шк., 1987. – 239 с.

8 Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: определения, теоремы, формулы / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії

11.02.10

Рекомендована до друку професором

Костишиним В.С.