УДК 622.279.5

МЕТОД ОДНОЧАСНОГО І ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНОГО РОЗРАХУНКУ РОЗПОДІЛІВ ТИСКУ І ТЕМПЕРАТУРИ ВЗДОВЖ СТОВБУРА ГАЗОВОЇ СВЕРДЛОВИНИ І ПОХИЛОГО ГАЗОПРОВОДУ

[1]Р. В. Бойко, [2]Н. Я. Заливаха

[1]УМГ "Львівтрансгаз"; 79000, м. Львів, вул. Рубчака, 3, тел. (0322) 2635130, e-mail: rboyko@ltg.Lviv.ua

[2]ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 727196, e-mail: public@nung.edu.ua

Запропоновано систему двох диференціальних рівнянь, що включають рівняння нерозривності, руху, енергії і стану реального газу, із урахуванням теплоти внаслідок газомеханічного тертя. Звідси після запропонованого поділу потоку на елементарні ділянки одночасно і взаємозв'язано розраховуються тиск і температура газу в будь-якій точці стовбура свердловини (або похило прокладеного газопроводу), в т.ч. на його кінцях (на гирлі або на вибої), тобто визначаються розподіли тиску і температури вздовж газового потоку.

Ключові слова: баротермічні умови в газовій свердловині та в трубопроводі, газомеханічне тертя в газовому потоці, енергія газового потоку.

Предложена система двух дифференциальных уравнений, включающих уравнения неразрывности, движения, энергии и состояния реального газа, с учетом выделяемой теплоты вследствие газомеханического трения. Отсюда после предложенного разделения потока на элементарные участки одновременно и взаимосвязано определяются давление и температура газа в любой точке ствола скважины (или наклонно проложенного газопровода), в т. ч. на его концах (на устье или на забое), то есть определяются распределения давления и температуры вдоль газового потока.

Ключевые слова: баротермические условия в газовой скважине и трубопроводе, газомеханическое трение в газовом потоке, энергия газового потока.

The system of two differentials, that contain continuity equation, equations of motion, power and condition of gas has been offered, taking into account the heat energy due to mechanical friction. Hereof after the proposed distribution of flow into sections, the gas pressure and temperature are determined simultaneously and interdependently at any point of a wellbore (or an inclined pipeline), as well as on its ends (on well head or down the hole), i.e. pressure and temperature distributions are determined along the gas flow.

Key words: barothermal conditions in a gas well and pipeline, mechanical friction in the gas flow, the gas flow energy.

Вступ

Забезпечення більшої точності проектних розрахунків роботи будь-якої системи сприяє підвищенню ефективності функціонування її [1]. Сучасна комп'ютеризація в науці і техніці уможливлює підняти розрахунок газодинамічного і температурного режимів роботи газових свердловин, у т.ч. похило-спрямованих, на якісно вищий рівень [2]. Тиск на вибої газової свердловини є основним визначальним параметром роботи як газового покладу [3], так і газової свердловини [4], а з ним пов'язаний через рівняння балансу тисків і тиск на викиді із свердловини, тобто вибійний тиск узгоджує роботу системи «продуктивний пласт – свердловина – шлейф» [2]. У покладі, свердловині та шлейфі змінюються і тиск (газодинамічний режим роботи), і температура (термодинамічний режим), а тиск і температура є взаємно залежними параметрами стану газу, як і будь-якої речовини [5]. Тому розрахунки тиску і температури при проектуванні чи аналізі роботи свердловини необхідно виконувати одночасно і спільно, взаємопов'язано, а саме потік газу слід розглядати як неізотермічний. Це ж стосується і похилих газопроводів.

Аналіз сучасних досліджень

У цьому аспекті враховуються умови неізотермічного руху газу в роботах В. С. Яблонського і В. Д. Бєлоусова, Л. Н. Кудряшова і В. А. Цецеріна, І. А. Чарного, Ю. П. Коротаєва, С. А. Бобровського, В. І. Чернікіна, С. Г. Щербакова, М. А. Гусейн-заде та інш. Пропонується вводити поправковий коефіцієнт на неізотермічність руху, апріорі задавати середню температуру як середньологарифмічну (якщо залежність температури від глибини виражати прямою) або як середньоарифметичну (за невеликого відношення до 3,0 заданих вибійної і гирлової температури з точністю до 10 %) [4,6], істотно спрощувати отримані диференціальні рівняння з метою можливого інтегрування їх.

За існуючими методиками (з різною точністю) [4, 6, 7] розподіли тиску і температури газового потоку вздовж стовбура свердловини розраховуються окремо, незалежно один від одного, зокрема не враховується підвищення температури газу внаслідок газомеханічного тертя, яке за певної швидкості газу може відігравати суттєву роль, наприклад, при визначенні розміщення зони можливого гідратоутворення.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Усталений неізотермічний рух газу описується системою рівнянь нерозривності потоку, руху, енергії і стану газу, але не враховано підвищення температури за рахунок тертя, зміну внутрішньої енергії потоку в результаті теплопровідності в радіальному і вертикальному напрямках.

Формулювання цілей статті

Пропонуються аналітичне врахування названих чинників і метод розрахунку, коли зміни тиску і температури вздовж стовбура вертикальної чи похило-спрямованої газової свердловини визначаються із системи рівнянь, тобто одночасно і взаємопов'язано, причому метод поширюється і на похило прокладені газопроводи.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

Усталений неізотермічний рух реального газу у стовбурі свердловини описуємо системою рівнянь нерозривності (суцільності) потоку, руху, енергії (перший закон термодинаміки) і стану газу.

Якщо рух газу є усталеним (стаціонарним), тобто через кожний поперечний переріз каналу (труби) за одиницю часу протікає одна і та ж маса газу, то рівняння нерозривності потоку записуємо так:

$$\frac{d(\rho_г w)}{dz} = 0\,, \tag{1}$$

а тоді для усталеного руху за певної швидкості газу в кожному перерізі потоку масова витрата газу

$$Fw\rho_г = G = \text{const} \tag{2}$$

або

$$G = \frac{Fw}{v} = Fw\rho_г = \frac{F_1 w_1}{v_1} = \frac{F_2 w_2}{v_2} = \text{const}, \tag{3}$$

де G – масова витрата газу, кг/с;

w – об'ємна (лінійна) швидкість газу, м/с;

F – площа поперечного перерізу каналу, м^2;

v – питомий об'єм газу, м^3/кг;

$\rho_г$ – густина газу, кг/м^3;

$\rho_г$ = 1/v;

z – вертикальна просторова координата (відрахована від вибою свердловини), м;

індекси 1 і 2 позначають перерізи потоку.

Рівняння руху газу виражаємо узагальненим рівнянням Бернуллі в механічній формі, яке отримується із закону зміни кількості руху для потоку стисливого флюїду (середовища), причому втрату напору на тертя $dh_{тер}$ виражаємо, як це прийнято в газовій динаміці [8], формулою Дарсі-Вейсбаха в диференціальній формі, тобто

$$dz + \frac{dp}{\rho_г g} + d\left(\frac{w^2}{2g}\right) + \lambda \frac{1}{d}\frac{w^2}{2g}dx = 0, \tag{4}$$

де p – тиск газу, Па;

g – прискорення вільного падіння, м/с^2;

$dh_{тер}$ – втрата напору газу на тертя на ділянці стовбура свердловини довжиною dx, м;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

dx = dz/cos $\alpha_з$ = dz sin β;

$\alpha_з$ – зенітний кут (від вертикалі) нахилу свердловини;

β – кут нахилу свердловини до горизонталі.

Під час руху газу у свердловині механічна енергія, яка витрачається на прискорення потоку газу (інерційний, швидкісний напір), є відносно невеликою, а тому з наближенням, достатньо прийнятним для практичних цілей, можна припустити, що $d(w^2/2g) \approx 0$. Тоді рівняння руху газу записується так:

$$dz + \frac{dp}{\rho_г g} + \lambda \frac{1}{d}\frac{w^2}{2g}dx = 0. \tag{5}$$

Рівняння стану реального газу виводимо із узагальненого закону Клапейрона-Менделєєва у вигляді:

$$\frac{\rho_{г0}}{\rho_г} = \frac{z_г T p_0}{z_{г0} T_0 p}, \tag{6}$$

де $z_г$, $z_{г0}$, $\rho_г$, $\rho_{г0}$ – відповідно коефіцієнти стисливості (надстисливості) газу і густини газу для двох станів за умов біжучих тиску p та температури T і стандартних тиску p_0 та температури T_0.

Температура потоку газу у свердловині знижується внаслідок втрат теплоти через теплопередачу в навколишнє середовище, дросельного ефекту охолодження газу при зменшенні його тиску (вздовж напряму руху) і підвищується за рахунок дисипативних втрат (зумовлених тертям) гідродинамічної енергії. У разі практичних розрахунків температури потоку газу у свердловині, газопроводі і газовому пласті ефектом адіабатичного охолодження (чи нагрівання) нехтують [7].

У відомих розв'язках рівняння збереження енергії, як правило, не враховується підвищення температури газу за рахунок тертя, яке за певної швидкості може відігравати суттєву роль, а отримати точний розв'язок із урахуванням цієї складової не вдається. У зв'язку з цим нами виведено рівняння збереження енергії наступним чином.

Згідно з першим початком (законом) термодинаміки теплота, яка надається системі (чи відводиться від неї), витрачається на зміну її внутрішньої енергії (внутрішньої кінетичної енергії хаотичного теплового руху мікрочастинок системи та внутрішньої потенціальної енергії взаємодії цих частинок) і на виконання нею роботи проти зовнішніх сил:

$$dQ = dU + dA, \tag{7}$$

де dQ – елементарна (нескінченно мала) кількість підведеної або відведеної теплоти (для потоку газу на розглядуваній ділянці руху);

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

dU – зміна внутрішньої енергії системи (газу у відповідних перерізах потоку);

dA – елементарна робота, виконувана газом.

Зміна кількості енергії в системі (тілі) відбувається тільки в тому випадку, якщо вона вступає у взаємодію з іншими системами, передаючи їм частину своєї енергії або приймаючи від них частину їхньої енергії, тобто кількість енергії в макротілі може змінюватися тільки в процесі енергообміну з іншими тілами. Це передавання енергії може здійснюватися двома відомими способами – через роботу або теплообмін між тілами. Обидва способи передавання енергії не є рівноцінними. Якщо виконана робота може бути витрачена на підвищення будь-якого виду енергії, то теплота без попереднього перетворення в роботу витратиться тільки на збільшення внутрішньої енергії термодинамічної системи.

Хоч теплота Q і робота A мають одну і ту ж одиницю вимірювання, як і енергія (джоуль), вони не є видами енергії, а являють собою два способи передавання її і, отже, можуть проявлятися тільки в процесі передавання теплоти або під час виконання роботи.

При механічній взаємодії тіл і навколишнього середовища тіло, яке знаходиться під вищим тиском, виявляє силове діяння на тіло з нижчим тиском. Це силове діяння зовні проявляється як робота одного тіла над іншим і є передаванням частини енергії першого тіла другому до настання рівноваги, тобто до вирівнювання тисків.

Роботу сил тиску при зміні об'єму системи називають деформаційною роботою. Відомо із термодинаміки, що елементарна деформаційна робота середовища з тиском *p* при зміні об'єму *V* становить

$$dA = pdV, \tag{8}$$

тобто величина p розглядається як узагальнена сила, різниця якої між середовищем і системою викликає процес, а величина *V* – як узагальнена координата, що змінюється під впливом цієї сили (пригадаймо, що робота дорівнює добутку сили на переміщення). Отже, робота сил тиску в елементарному процесі дорівнює добутку узагальненої сили на диференціал узагальненої координати.

Тоді рівняння першого закону термодинаміки (7) переписуємо у вигляді:

$$dQ = dU + dA = dU + pdV\,, \tag{9}$$

або відповідно для 1 кг робочого тіла

$$dq = du + da = du + pdv\,, \tag{10}$$

де v – питомий об'єм тіла;

$Q = Gq$; U= Gu; A = Ga; V= Gv;

G – маса тіла.

Додаємо і віднімаємо в правій частині рівняння (9) член Vdp, а тоді, враховуючи, що

$$U + pV = I,$$

отримуємо

$$dQ = dI - pdV \tag{11}$$

або рівняння енергії для 1 кг робочого тіла

$$dq = i - pdv, \tag{12}$$

де I(p,T), i(p,T) – ентальпії системи як функції тиску p і температури T відповідно для маси G і 1 кг газу; I = iG.

Для усталеного (стаціонарного) процесу руху газу через канал рівняння енергії для маси G кг газу набуває вигляду:

$$dQ = dU + dA' + G\frac{dw^2}{2} + Ggdz\,, \tag{13}$$

де dQ – елементарна кількість теплоти, яка підводиться або відводиться від газу на розглядуваній ділянці між перерізами 1 і 2, Дж;

dU – зміна внутрішньої енергії газу у відповідних перерізах, Дж;

dA' – елементарна робота газу проти зовнішніх сил, Дж;

$G\,dw^2/2$ – приріст кінетичної енергії газу при його переміщенні на виділеній ділянці, Дж;

Ggdz – елементарна робота проти сил тяжіння, Дж.

Робота газу проти зовнішніх сил у потоці газу є роботою, яка витрачається на його проштовхування. Для її визначення розглядаємо одновимірний (у трубі) рух газу. Між перерізами 1 і 2 виділяємо деяку масу газу. Потік, що припливає до перерізу 1, виконує функцію поршня, який витісняє газ, котрий заповнює канал. Тиск газу, площа перерізу і швидкість газу в перерізі 1 становлять p, F i w, а між перерізами вони набувають змін відповідно dp, dF і dw. На виділену масу газу в каналі зліва діє сила pF, а справа – сила (p + dp) (F + dF). Тоді робота з переміщення –

$$dA' = (p + dp)(F + dF)(w + dw) - pFw. \tag{14}$$

Після скорочення і відкидання малих величин другого і вищого порядків маємо:

$$dA' = pFdw + pwdF + wFdp \tag{15}$$

або

$$dA' = pd(Fw) + Fwdp. \tag{16}$$

Оскільки за рівнянням нерозривності потоку $Fw = Gv$, а масова витрата G є величиною постійною, то стосовно суцільного середовища отримуємо:

$$dA' = G(pdv + vdp) = Gd(pv)\,. \tag{17}$$

Відносячи роботу проти зовнішніх сил до 1 кг газу, маємо:

$$da' = d(pv) = pdv + vdp. \tag{18}$$

Величина pdv у визначає елементарну роботу, яку виконує переміщуваний об'єм газу за умови, що виділена маса газу є нестисливою.

Другий доданок – елементарна робота, яку переміщуваний об'єм газу виконує в результаті деформації під дією рівномірно розподіленого тиску (деформаційну роботу).

Підставивши роботу проти зовнішніх сил у рівняння енергії (13) і записавши його для 1 кг газу, отримуємо:

$$dq = du + da' + \frac{dw^2}{2} + gdz = du + d(pv) + \frac{dw^2}{2} + gdz =$$

$$= d(u + pv) + \frac{dw^2}{2} + gdz, \qquad (19)$$

а оскільки u + pv = i, то рівняння енергії для 1 кг газу

$$dq = di + \frac{dw^2}{2} + gdz. \qquad (20)$$

Рівняння енергії (20) свідчить, що теплота, яка надається рухомому газу, витрачається на: а) приріст ентальпії; б) приріст зовнішньої кінетичної енергії, тобто на збільшення швидкості газового потоку, і приріст зовнішньої потенціальної енергії.

Для руху газу рівняння енергії (20) та (12) справедливі; прирівнюючи їх, отримуємо:

$$di - vdp = di + \frac{dw^2}{2} + gdz, \qquad (21)$$

тобто

$$\frac{dw^2}{2} + gdz = -vdp. \qquad (22)$$

Приріст зовнішньої кінетичної енергії тіла, рівний $-\int_1^2 vdp$, називається можливою роботою, яка може бути використана в машинах і перетворена в інші види енергії.

Для необоротних потоків, які, на відміну від розглянутих вище оборотних потоків, супроводжуються дією сил тертя, рівняння (20) повинно бути доповнене двома членами: одним, який враховує роботу на подолання сил тертя – $a_{тер}$, та другим, що виражає приріст теплоти в газовому потоці внаслідок тертя – $q_{тер}$. Оскільки робота, спрямована супротив сил тертя повністю переходить у теплоту ($a_{тер} = q_{тер}$), то ці два члени є однаковими за величиною, мають різний знак, і тому взаємно компенсуються. Отже, наявність дисипативної сили – сили тертя – не порушує загального балансу теплоти.

Таким чином, у відповідності з першим законом термодинаміки рівняння енергії для стаціонарного потоку газу в розширеному вигляді можемо записати так:

$$du + pdv = dq = di + \frac{dw^2}{2} + gdz + da_{техн} + da_{тер}, \qquad (23)$$

де $da_{техн}$ – технічна робота (наприклад, робота під час стискання газу в компресорі).

Надану теплоту dq можна розподілити на зовнішню $dq_з$ (виникає внаслідок теплообміну з навколишнім середовищем через стінку свердловини) та внутрішню $dq_{вн}$ (виникає внаслідок нагрівання газу під час роботи сил тертя):

$$dq = dq_з + dq_{вн}. \qquad (24)$$

Під час руху газу $da_{тер} = dq_{тер} = dq_{вн}$. Робота, яка витрачається на переміщення потоку d(pv), на зміну його зовнішньої кінетичної $\frac{dw^2}{2}$ та зовнішньої потенціальної gdz енергій, на подолання сил тертя $da_{тер}$, і технічна робота $da_{техн}$, здійснюються за рахунок роботи розширення газу pdv. За малих змін швидкості газу $\frac{dw^2}{2} \approx 0$, а у свердловині газ не здійснює технічної роботи ($da_{техн} = 0$). За цих умов із рівняння енергії потоку газу (23) маємо:

$$dq_з = di + gdz. \qquad (25)$$

Оскільки ентальпія i є функцією двох змінних (p, T), то її повний диференціал

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T dp. \qquad (26)$$

Підставляючи це рівняння у (25) і вважаючи, що $dq_з = c_x dT$, записуємо

$$c_x dT = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T dp + gdz, \qquad (27)$$

звідки

$$c_x = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dT} + g\frac{dz}{dT}, \qquad (28)$$

де c_x – питома теплоємність газу при постійній значині будь-якого параметра системи.

У цьому рівнянні похідна dp/dT визначає процес зміни стану газу.

В ізобарному процесі p = const, dp = 0, а із (28) за dz/dT = 0 питома теплоємність

$$c_x = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p, \qquad (29)$$

тобто вона рівна питомій теплоємності за сталого тиску в Дж/(кг·К)

$$c_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p. \qquad (30)$$

В ізоентальпійному процесі di = 0, отже із (26) маємо:

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T dp = 0, \qquad (31)$$

звідки

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p \left(\frac{dp}{dT}\right)_i = -c_p \left(\frac{dp}{dT}\right)_i = c_p \varepsilon_i, \qquad (32)$$

де ε_i = – dT/dp – коефіцієнт дросельного процесу (коефіцієнт Джоуля-Томсона), К/Па.

Тоді рівняння енергії потоку газу (25) набуває вигляду:

$$dq_з = c_p dT - c_p \varepsilon_i dp + gdz. \qquad (33)$$

Для оцінки процесу теплообміну газу у свердловині з навколишнім середовищем (гірськими породами) розглянемо елемент стовбура свердловини з одиничною висотою.

За законом теплопровідності Фур'є тепловий потік $q_з$, Вт/м^2 за одиницю часу через поверхню F становить [4]:

$$q_з = -\lambda_т \frac{\partial T}{\partial r} F \qquad (34)$$

або

Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ 2016. № 4(61)
ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

$$q_з = -2\pi\lambda_т r\frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (35)$$

де $\lambda_т$ – коефіцієнт теплопровідності навколишнього середовища (обсадних труб, цементного каменю і гірських порід), Дж/(м·с·К) або Вт/(м·К);

$-\frac{\partial T}{\partial r}$ – градієнт температури T вздовж полярної (циліндричної) координати r на деякій глибині z (знак мінус вказує, що прирости температури і координати протилежні), К/м;

F – площа бокової поверхні з одиничною висотою, F = 2πr·1, м^2.

Таке теплопровідне перенесення теплоти зумовлює зміну внутрішньої енергії $U_н$, Дж навколишнього середовища. Ця енергія для її елемента V рівна:

$$U_н = cTV, \qquad (36)$$

де c – об'ємна теплоємність навколишнього середовища, Дж/(м²·К);

V – об'єм елемента, висота якого дорівнює одиниці, V = 2πdr·1.

Зміна теплоти теплопровідного потоку на довжині dr становить:

$$q_з(r) - \left[q_з(r) + \frac{\partial q_з}{\partial r}dr\right] = \frac{\partial q_з}{\partial r}dr =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial r}\left[-\lambda_т\frac{\partial T}{\partial r}\cdot 2\pi r\right]dr = 2\pi\lambda_т\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)dr. \qquad (37)$$

Зміну внутрішньої енергії за одиницю часу t, с записуємо так:

$$\frac{\partial U_н}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(cT\cdot 2\pi r dr) = 2\pi c r dr\frac{\partial T}{\partial r}. \qquad (38)$$

Прирівнюючи ці зміни, одержуємо диференціальне рівняння теплопровідного потоку в навколишньому середовищі:

$$2\pi\lambda_т\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)dr = 2\pi c r dr\frac{\partial T}{\partial r} \qquad (39)$$

або після спрощення

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\chi_т}\frac{\partial T}{\partial t}, \qquad (40)$$

де $\chi_т$ – коефіцієнт температуропровідності навколишнього середовища, $\chi_т = \lambda_т / c$, м²/с.

Це рівняння за формою запису збігається з відповідним диференціальним рівнянням пружного режиму фільтрації для плоскорадіального потоку [3]. Якщо взяти умови:

$$T(r,0) = T'_п = \text{const}; \qquad (41)$$

$$T(r_c,t) = T' = \text{const}, \qquad (42)$$

причому $T' > T'_п$, $T' - T'_п = \Delta T = \text{const}$, то, як відомо з курсу підземної гідрогазомеханіки [3], за формальним розв'язком Е. Б.Чекалюка можемо записати розв'язок одержаного рівняння так:

$$T(r,t) = T' - \frac{\Delta T}{\ln\frac{R(t)}{r_c}}\ln\frac{r}{r_c}, \qquad (43)$$

де $T'_п$ – геотермальна температура гірських порід на глибині z, К;

T' – температура газу у свердловині на цій же глибині, К;

$\Delta T = \Delta T(z)$, К;

R(t) – радіус зони збурення температури порід (або поширення теплоти), $R(t) = r_c + \sqrt{\pi\chi_т t}$, м;

r_c – радіус свердловини, м.

Тут нехтуємо тим, що переріз похилої свердловини є еліпсом. У разі необхідності радіуси можна записати як півсуми півосей відповідних еліпсів [3].

Після диференціювання одержуємо градієнт температури в навколишньому середовищі:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\Delta T(z)}{\ln\frac{R(t)}{r_c}}\frac{1}{r}. \qquad (44)$$

Підставляючи останній вираз у закон Фур'є, отримуємо тепловий потік у навколишнє середовище:

$$q_з = \frac{2\pi\lambda_т\Delta T(z)}{\ln\left[1+\sqrt{\frac{\pi\chi_т t}{r_c^2}}\right]}. \qquad (45)$$

У розрахунку не на одиницю висоти стовбура свердловини, а на елемент стовбура свердловини висотою dz цей вираз записуємо так:

$$dq_з = \frac{2\pi\lambda_т\Delta T(z)}{\ln\left[1+\sqrt{\frac{\pi\chi_т t}{r_c^2}}\right]}dz \qquad (46)$$

або

$$dq_з = \pi\lambda_т K(t)\Delta T(z)dz, \qquad (47)$$

де

$$K(t) = \frac{2}{\ln\left[1+\sqrt{\frac{\pi\chi_т t}{r_c^2}}\right]}. \qquad (48)$$

Віддачу теплоти від газу в навколишнє середовище за одиницю часу (у Вт) можна також описати законом теплопередачі Ньютона-Ріхмана:

$$dq_з = \lambda'\Delta T(z)\pi D dz, \qquad (49)$$

де λ' – повний коефіцієнт тепловіддачі від газу в навколишнє середовище, Вт/(м^2·К);

$\Delta T = T' - T_з$;

T' – температура висхідного потоку газу, К;

$T_з$ – температура зовнішньої стінки свердловини, К;

D – зовнішній діаметр свердловини, м;

$\pi D dz$ – елементарна поверхня теплопередачі, м^2.

Зіставляючи два останні вирази для $dq_з$, отримаємо відповідність:

$$\lambda_т K(t) \sim \lambda' D. \qquad (50)$$

Тоді тепловий потік у навколишнє середовище можна записати так:

$$dq_з = k'\Delta T(z)dz, \qquad (51)$$

де $k' = \pi\lambda_т K(t)$ або $k' = \pi\lambda' D.$

Отже, рівняння енергії з розрахунку на одиницю маси газу набуває вигляду:

$$\frac{k'}{G}\Delta T(z)dz = c_р dT - c_р\varepsilon_i dp + gdz \qquad (52)$$

або

$$\frac{k'\cos\alpha_з \Delta T(z)}{G} = c_р\frac{dT}{dx} - c_р\varepsilon_i\frac{dp}{dx} + g\cos\alpha_з. \qquad (53)$$

Значина перепаду температури $\Delta T(z)$ змінюється вздовж стовбура свердловини з двох причин: у результаті зміни температури теплоносія (газу) T' і зміни температури гірських порід $T'_п$.

Зміну температури гірських порід записуємо згідно з рівнянням геотерми:

$$T'_п = T'_п(z) = T_{пл} - \Gamma_т z, \qquad (54)$$

де $T_{пл}$ – геотермічна (пластова) температура газового пласта, К;

$\Gamma_т$ – геотермічний градієнт, К/м;

z – вертикальна координата, що відраховується тут від вибою свердловини, м.

Під час фільтрації газу в газовому пласті температура елемента (точки), який переміщається в пористому середовищі за течією зі швидкістю конвективного перенесення теплоти, змінюється за рахунок дросельного та адіабатичного ефектів. Е. Б. Чекалюк [9] показав, що температурний ефект адіабатичного розширення метану (основний компонент газу) в пласті може в реальних умовах сягати 0,13-0,15 К/МПа. Це становить невелику частку від температурного ефекту Джоуля-Томсона, тобто приблизно 4% для метану за рівних перепадів тиску в часі і по шляху конвективного перенесення теплоти, а тому адіабатичним ефектом у привибійній зоні свердловини можна знехтувати.

Е. Б. Чекалюк, нехтуючи адіабатичним ефектом, отримав залежність між вибійною температурою $T_в$ і розподілом пластових тисків p у вигляді [9]:

$$\Delta T_\varepsilon(t) = -\bar{\varepsilon}_{iв}\left[\Delta p_в(t) - \Delta p_в(r_t,t)\right], \qquad (55)$$

де $\Delta T_\varepsilon(t)$ – зниження температури газу на вибої свердловини в часі t, с за рахунок дросельного ефекту, К;

$\bar{\varepsilon}_{iв}$ – коефіцієнт Джоуля-Томсона, К/Па;

$\Delta p_в(t)$ – зниження тиску на вибої свердловини, Па;

$\Delta p_в(r_t,t)$ – зниження тиску на відстані r_t від свердловини, Па;

r_t – радіус зондування пласта (радіус конвективного перенесення теплоти за час t), м, причому

$$r_t \approx \sqrt{r_с^2 + \frac{c_р}{c_п}\frac{G}{\pi h}t}; \qquad (56)$$

$r_с$ – радіус свердловини, м;

h – товщина пласта, м; індекс „в" позначає вибій свердловини.

Навколо центральної газової свердловини, яка розкриває усю товщину однорідного циліндричного (кругового) пласта і працює з постійним масовим дебітом газу G, утворюється лійка депресії тиску, котра за справедливості лінійного закону Дарсі для ідеального газу описується формулою [3]:

$$p(r,t) \approx \sqrt{p_в^2(t) + \frac{\mu Q_0 p_0}{\pi k h}\ln\frac{r}{r_с}}, \qquad (57)$$

де $p(r,t)$ – тиск газу в пласті на відстані r від свердловини, Па;

$p_в(t)$ – вибійний тиск, Па;

μ – динамічний коефіцієнт в'язкості газу, Па·с;

Q_0 – об'ємна витрата газу, м^3/с;

k – коефіцієнт проникності пласта, м^2.

Оскільки

$$p_в(t) - \Delta p(r_t,t) = \left[p_{пл} - p_в(t)\right] - \left[p_{пл} - p(r_t,t)\right] =$$
$$= p(r_t,t) - p_в(t),$$

то із (57) після використання формули скороченого множення маємо

$$\left[p(r,t) - p_в(t)\right]\left[p(r,t) + p_в(t)\right] = \frac{\mu Q_0 p_0}{\pi k h}\ln\frac{r}{r_с}, \qquad (58)$$

тоді зниження вибійної температури за рахунок дросельного ефекту із урахуванням (56) отримуємо у вигляді:

$$\Delta T_\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}_i\frac{\mu Q_0 p_0}{\pi k h\left[p(r_t,t) + p_в(t)\right]}\ln\left[1 + \frac{c_р G t}{c_п \pi h r_с^2}\right]. \qquad (59)$$

Із формули дебіту ідеального газу за умови справедливості закону Дарсі [3] з урахуванням формули скороченого множення для різниці квадратів двох чисел маємо:

$$\frac{\mu Q_0 p_0}{\pi k h} = \frac{(p_к + p_в)(p_к - p_в)}{\ln\frac{R_к}{r_с}}. \qquad (60)$$

Тоді наближено за $p(r_t,t) \approx p_{пл}$, що є повністю допустимим у разі фільтрації газу [3], знаходимо:

$$\Delta T_\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}_i\left(p_{пл} - p_в\right)\frac{\ln\left(1 + \frac{c_р G t}{c_п \pi h r_с^2}\right)}{\ln\frac{R_к}{r_с}}, \qquad (61)$$

де $p_{пл}$ – пластовий тиск, Па.

Отже, перепад температури

$$\Delta T(z) = T - T'_п - \Delta T_в(t) = T - T_{пл} + \Gamma_т z - \Delta T_i. \qquad (62)$$

Тоді рівняння енергії для потоку газу записуємо так:

$$\frac{k'}{G}\left(T - T_{пл} + \Gamma_т z - \Delta T_\varepsilon\right)dz = c_р dT - c_р\varepsilon_i dT + gdz. \qquad (63)$$

Таким чином, зміни тиску і температури газу вздовж стовбура похилої газової свердловини описуються наступною системою двох рівнянь:

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

$$\cos\alpha_з dx + \frac{dp}{\rho_г g} + \lambda\frac{w^2}{2g}dx = 0; \quad (64)$$

$$\frac{k'\cos\alpha_з}{G}\left(T - T_{пл} + \Gamma_т x\cos\alpha_з - \Delta T_\varepsilon\right) = \\ = c_р\frac{dT}{dx} - c_р\varepsilon_i\frac{dp}{dx} + g\cos\alpha_з. \quad (65)$$

Зводимо систему рівнянь (64) і (65) до зручного для інтегрування вигляду. Оскільки із рівняння нерозривності потоку маємо:

$$\rho_г w = \rho_{г0}w_0, \quad (66)$$

то швидкість руху газу становитиме

$$w = w_0\frac{\rho_{г0}}{\rho_г}, \quad (67)$$

де w_0 – швидкість руху газу за стандартних умов, м/с.

Вводимо число Фруда

$$\mathrm{Fr} = \frac{w_0^2}{2gd} \quad (68)$$

і перетворюємо рівняння руху газу (64) до вигляду:

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_г g\cos\alpha_з\left(1 + \frac{\lambda \mathrm{Fr}\rho_{г0}^2}{\rho_г^2\cos\alpha_з}\right). \quad (69)$$

Замінивши густину газу $\rho_г$ із рівняння стану, після перетворення отримуємо рівняння руху у вигляді:

$$-\frac{p}{p^2 + \lambda\dfrac{\mathrm{Fr}p_0^2}{\cos\alpha_з}\left(\dfrac{z_г T}{T_0}\right)}\frac{dp}{dx} = \frac{T_0}{z_г T}\frac{\rho_{г0}g\cos\alpha_з}{p_0}. \quad (70)$$

У рівнянні енергії газу (65) вводимо нову змінну

$$N = T - T_{пл} + \Gamma_т x\cos\alpha_з - \Delta T_\varepsilon, \quad (71)$$

звідки

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dN}{dx} - \Gamma_т\cos\alpha_з, \quad (72)$$

і позначаємо

$$\frac{k'l\cos\alpha_з}{Gc_р} = \varphi, \quad (73)$$

де l – довжина ділянки стовбура свердловини, м.

Тоді рівняння енергії газу (65) зводиться до вигляду:

$$\frac{dN}{dx} + \frac{\varphi}{l}N = \varepsilon_i\frac{dp}{dx} + \left(\Gamma_т - \frac{g}{c_р}\right)\cos\alpha_з. \quad (74)$$

Отримана система рівнянь руху (70) і енергії газу (74) не має аналітичного розв'язку. Під час висхідного руху газу у свердловині тиск і температура (відповідно і функція N) змінюються, їх зміна супроводжується змінами параметрів газу (коефіцієнта стисливості $z_г$, коефіцієнта Джоуля-Томсона ε_i, коефіцієнта гідравлічного опору λ, питомої теплоємності газу $c_р$). Тому цими рівняннями можна послуговуватися тільки для елементарної (малої) довжини стовбура свердловини, в межах якої параметри газу припустимо вважати незмінними, постійними. Задача полягає у визначенні тиску і температури на гирлі свердловини і їх розподілу вздовж стовбура. Тоді замість інтегрування цих рівнянь пропонуємо зводити обчислення до визначення змін тиску Δp і температури ΔT на окремих ділянках Δl_i, на які слід поділити усю довжину L стовбура свердловини. Таким чином, отримуємо тиск і температуру:

$$p_2 = p_1 - \sum_{i=1}^{n}\Delta p_i; \quad (75)$$

$$T_2 = T_1 - \sum_{i=1}^{n}\Delta T_i, \quad (76)$$

де p_1 і p_2, T_1 і T_2 – тиски і температури відповідно на початку і на кінці розглядуваної ділянки; п – кількість ділянок (кроків) зміни довжини на загальній довжині L. Відмітимо, чим більшим буде n, тим точніший отримаємо результат розрахунку.

Граничні умови – це тиск $p_в$ і температура $T_в$ на вибої свердловини. Тиск $p_в$ визначається за рівнянням припливу газу до свердловини залежно від масового дебіту G, причому

$$G = Q_0\rho_{г0}, \quad (77)$$

де Q_0 – об'ємний дебіт за стандартних умов, м^3/с, а температура

$$T_в = T_{пл} - \Delta T_\varepsilon. \quad (78)$$

Поступаємо так. Припускаючи температуру на довжині ділянки Δl_i, постійною і рівною температурі на початку її (для першої ділянки $T = T_i = T_в$), інтегруванням рівняння руху в межах від нуля до l_i, отримуємо:

$$\frac{p_1^2 + \lambda\dfrac{\mathrm{Fr}p_0^2}{\cos\alpha_з}\left(\dfrac{z_г T}{T_0}\right)^2}{p_2^2 + \lambda\dfrac{\mathrm{Fr}p_0^2}{\cos\alpha_з}\left(\dfrac{z_г T}{T_0}\right)^2} = \exp\left(\frac{T_0}{z_г T}\frac{2l_i\rho_{г0}g\cos\alpha_з}{p_0}\right), \quad (79)$$

звідки тиск p_2 на кінці ділянки за відомого тиску p_1 на початку її (для першої ділянки $p_1 = p_в$)

$$p_2 = \left\{p_1^2 - \left[p_1^2 + \lambda\frac{\mathrm{Fr}p_0^2}{\cos\alpha_з}\left(\frac{z_г T}{T_0}\right)^2\right]\times \\ \left[1 - \exp\left(-\frac{T_0}{z_г T}\frac{2l_i\rho_{г0}g\cos\alpha_з}{p_0}\right)\right]\right\}^{1/2}, \quad (80)$$

а тоді

$$\frac{dp}{dx} \approx -\frac{p_1 - p_2}{l_i} = -\frac{\Delta p_i}{l_i}. \quad (81)$$

У рівнянні енергії (74) позначаємо

$$-\varepsilon_i\frac{\Delta p_i}{l_i} + \left(\Gamma_т - \frac{g}{c_р}\right)\cos\alpha_з = \psi, \quad (82)$$

а тоді отримуємо

$$\frac{dN}{dx} + \frac{\varphi}{l_i}N = \psi, \quad (83)$$

звідки, інтегруючи по N від N_1 до N_2 і по x від 0 до l_i, знаходимо

$$N_2 = N_1 \exp(-\varphi) + \frac{\psi l_i}{\varphi}\left[1 - \exp(-\varphi)\right], \qquad (84)$$

а відтак із (71) – температуру газу на кінці ділянки T_2 за відомої температури на її початку.

При інтегруванні припускали, що λ, $z_т$, c_p, ε_i є постійними величинами і визначаються залежно від p_1 і T_1.

Оскільки вздовж стовбура свердловини можуть бути вертикальні і горизонтальні ділянки, то для вертикальних ділянок слід взяти $\alpha_з = 0$, $\cos\alpha_з = 1$. Для горизонтальних ділянок свердловини і горизонтальних газопроводів $\alpha_з = \pi/2$, $\cos\alpha_з = 0$. У формулах величину k' слід записати у вигляді:

$$k' = \pi\lambda' D. \qquad (85)$$

Для горизонтальних трубопроводів добуток множників у правій частині рівняння (80) набуває невизначеності. Розкриваючи невизначеність $\infty \cdot 0$, отримуємо:

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - \lambda \mathrm{Fr} p_0 \frac{z_г T}{T_0} \cdot 2 l_i \rho_{г0} g}. \qquad (86)$$

Так як для горизонтальних трубопроводів $N = T - T_з$; $T_з = \mathrm{const}$, $\Delta T_\varepsilon = 0$, $\alpha_з = \pi/2$, $\cos\alpha_з = 1$, $N_1 = T_1 - T_з$, то $\psi = -\varepsilon_i \frac{\Delta p_i}{l_i}$ або $\psi l_i = -\varepsilon_i \Delta p_i$, рівняння (83) набуває вигляду:

$$T_1 = T_з + (T_1 - T_з)\exp(-\varphi) - \frac{\varepsilon_i \Delta p}{\varphi}\left[1 - \exp(-\varphi)\right]. \qquad (87)$$

Коефіцієнт гідравлічного опору λ залежить від режиму руху газу, тобто від числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{w d \rho_г}{\mu_г} = \frac{w_0 \rho_{г0} d}{\mu_г}, \qquad (88)$$

де $\mu_г$ – динамічний коефіцієнт в’язкості газу, $\mu_г = \mu_г(p_1, T_1)$.

Коефіцієнт стисливості газу $z_г(p_1, T_1)$, коефіцієнт Джоуля-Томпсона $\varepsilon_i(p_1, T_1)$, питома теплоємність газу $c_p(p_1, T_1)$ є функціями тиску і температури (тут вони записані залежно від тиску p_1 і температури T_1 на початку першої ділянки) [2].

Розрахунки повторюємо на кожній ділянці зміни довжини, в результаті отримуємо розподіли тиску і температури вздовж стовбура та шукані тиск і температуру на гирлі свердловини, або відповідно на вибої свердловини.

Таким чином, із отриманої системи рівнянь руху та енергії газу з урахуванням теплоти, що виділяється внаслідок газомеханічного тертя, після розділення потоку на елементарні ділянки визначаються тиск і температура газу в будь-якій точці стовбура свердловини (чи похило прокладеного газопроводу), у т.ч. на її кінцях (на гирлі або вибої), тобто визначаються розподіли тиску і температури вздовж напрямку газового потоку.

Висновки

В основу запропонованого методу покладено рівняння нерозривності потоку руху в диференціальній формі за формулою Дарсі-Вейсбаха, енергії і стану реального газу за узагальненим законом Клайперона-Менделєєва. Рівняння енергії виведено в роботі згідно з першим початком (законом) термодинаміки. Враховано підвищення температури газу за рахунок газомеханічного тертя, зміну внутрішньої енергії потоку в результаті теплопровідності в радіальному і вертикальному напрямках. У підсумку отримано систему з двох диференціальних рівнянь, котрі описують взаємозв’язок тиску і температури потоку реального газу вздовж вертикальної чи похило спрямованої газової свердловини або похило прокладеного газопроводу. Обчислення запропоновано виконувати шляхом поділу довжини потоку на окремі ділянки, в межах кожної із яких параметри газу є постійними, але залежними від тиску і температури.

Література

1 Ржевський С. В. Дослідження операцій / С. В. Ржевський, В. М. Александрова. – Київ : Академвидав, 2006. – 560 с.

2 Бойко В. С. Проектування експлуатації нафтових свердловин : підручник / В. С. Бойко; Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. – Івано-Франківськ : Нова Зоря, 2011. – 784 с.

3 Бойко В. С. Підземна гідрогазомеханіка: підручник / В. С. Бойко, Р. В. Бойко. – Львів : Апріорі, 2005. – 452 с.

4 Довідник з нафтогазової справи / За ред. В. С. Бойка, Р. М. Кондрата, Р. С. Яремійчука. – Київ-Львів, 1996. – 620 с.

5 Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – Москва : Высшая школа, 1999. – 478 с.

6 Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных пластов и скважин / Под ред. Г. А. Зотова, З. С. Алиева. – Москва : Недра, 1980. – 301 с.

7 Ковалко М. П. Трубопровідний транспорт газу / М. П. Ковалко, В. Я. Грудз, В. Б. Михайлів та ін. – Київ : АРЕНАеко, 2002. – 600 с.

8 Чарный И. А. Основы газовой динамики / И. А. Чарный. – Москва : Гостоптехиздат, 1961. – 200 с.

9 Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э. Б. Чекалюк. – Москва : Недра, 1965. – 240 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
23.11.16
Рекомендована до друку
професором ***Тарком Я.Б.***
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)
професором ***Світлицьким В.М.***
(ТОВ «Нафтогазовий центр», м. Київ)