# Література

1 Коллинз Дж. Повреджение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 624 с.

2 Постанова Кабінету Міністрів України від 8 жовтня 2004 р. № 1331 "Про затвердження Державної науково-технічної програми "Ресурс".

3 Мусихин С.А., Новиков В.Ф., Борисенко В.Н. Об использовании коэрцитивной силы в качестве индикаторного параметра при неразрушающем контроле механических напряжений // Дефектоскопия. – 1987. – №9. – С.57-60.

4 Бида Г.В., Куплеев В.Г. Влияние упругой деформации на магнитные свойства сталей с различной структурой // Дефектоскопия. – 1998. – №11. – С.12-26.

5 Карпаш О. М. Технічна діагностика бурового та нафтогазового обладнання. – Івано-Франківськ: Факел, 2007. – 272 с. 6 Малько Б.Д., Попович В.Я., Харун В.Р., Кварцяний В.О. Аналіз ефективності використання потужності електродвигунів верстатівгойдалок // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2000. – №1. – С. 49-52.

7 СТП 320.00135390.069-2002 Методика технічного діагностування для продовження терміну експлуатації від амортизованого обладнання для видобутку нафти і газу, ВАТ "Укрнафта".

8 Михеев М.Н., Горкунов Э.С. Связь магнитных свойств со структурным состоянием вещества – физическая основа магнитного структурного анализа // Дефектоскопия. – 1981. – № 8. – С. 8-21.

9 Мужицкий В.Ф., Попов Б.Е., Безлюдько Г.Я. Магнитный контроль напряженно-деформированного состояния стальных металлоконструкций подъемных сооружений и сосудов, работающих под давлением // Дефектоскопия. – 2001. – №1. – С.38-46.

УДК 622.24.05-004.4

# МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ МЕТАЛЕВОЇ ПЛАСТИНИ З НЕОДНОРІДНІСТЮ ПІД ДІЄЮ ГАРМОНІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ЧАСТОТИ

## В.Б.Копей, І.З.Лютак

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42127, e-mail: a coustic.field@gmail.com

Представлена конечно-элементная модель распространения ультразвукового сигнала в пластине с трещиной, выполненная с помощью пакета программного обеспечения Ansys и дополненная математическим аппаратом использования конечных элементов. Для более полного учета физических явлений, имеющих место при взаимодействии нагрузки на пластину с трещиной, проведен модальный ее анализ. Проанализированы наиболее соответствующие для описания термоакустического эффекта вокруг трещины теории.

## Вступ

Розроблення нових методів неруйнівного контролю металевих конструкцій неможливе без розуміння механічних властивостей матеріалу із неоднорідностями. Тому розробка моделей опису механічних властивостей металевих конструкцій з неоднорідностями (зокрема, тріщинами) з метою теоретичного передбачення їх поведінки під дією різних зовнішніх збурень є основою для розробки нового неруйнівного термоакустичного методу. Він полягає у визначенні місць дислокації неоднорідностей в металевій конструкції за результатом взаємодії з нею потужного акустичного поля ультразвукової частоти та виділенням теплової енергії в її околі. The finite element model of ultrasonic signal propagation in a plate with crack is presented. This model is designed with help of Ansys software package. Presented model is complemented the mathematical apparatus of the use finite elements. For more complete account of the physical phenomena which take a place at co-operation of loads on a plate with crack, its modal evaluation is conducted. The most fit theories which can describe a thermoacoustical effect in the vicinity of crack are analyzed.

Наукові основи нового неруйнівного термоакустичного методу представлені в [1].

Найбільш близькими до цього методу можна назвати метод акустичної емісії і теплові методи. Дослідження, що ґрунтуються на ресстрації на поверхні контрольованого об'єкта температурного поля, яке виникає внаслідок вивільнення теплоти в місцях концентрації напружень (дефектів) під дією навантаження, представлені в [11, 12]. Проте, представлені дослідження недостатньою мірою пояснюють механізм утворення теплової енергії та не вказують на зв'язок між величиною навантажень і напруженням в околі неоднорідності. Науковці вказують, що можливими причинами виникнення теплоти є пластична деформація неоднорідності, пов'язана з появою, рухом і зникненням дефектів кристалічної гратки, а також виникнення і розвиток мікротріщин та тертя. Основною причиною підвищення температури під час деформації вважається внутрішнє тертя, пов'язане з непружністю і внутрішнє тертя, пов'язане з пластичною деформацією. Тепловий ефект пластичної деформації задовільно пояснюється кінетичною теорією руйнування, яка вказує на зв'язок термодинамічних процесів і руйнування, зокрема на аналогію процесів руйнування і плавлення, й на те що до розриву міжатомних зв'язків призводить сумісна дія механічного напруження і теплових флуктуацій [6, 9, 10]. Проте в цих працях не створено кінцеву модель для опису взаємодії гармонічного навантаження із неоднорідністю, яку б можна було використати для практичних розрахунків.

Метою даного дослідження є розроблення моделі методом скінченних елементів [2, 3, 7, 8] для опису напружено-деформованого стану металевої пластини з неоднорідністю під дією на неї гармонічних навантажень ультразвукової частоти. Модель повинна відповідати вимозі практичного її використання для передбачення механічних властивостей неоднорідності під дією навантажень.

#### Побудова моделі

Об'єкт моделювання — пластина зі сталі розміром 100х100х5 мм з тріщиною довжиною L=20 мм в центрі. Характеристики матеріалу пластини: модуль пружності  $E=2.1 \cdot 10^{11}$  Па, коефіцієнт Пуассона v = 0.28, густина  $\rho = 7800$ кг/м<sup>3</sup>, коефіцієнт тертя  $\mu = 0.1$ .

Гармонічні навантаження частотою f = 40000 Гц діють на пластину з одного боку (рис. 1).



Гармонічні навантаження описуються так:

$$P = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = 2 \cdot 10^8 \cdot \sin(251000 \cdot t), \quad (1)$$

де: A – амплітуда [H/м<sup>2</sup>];  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота; t – час.

Для більшого наближення до реальних фізичних процесів, що відбуваються в пластині, навантаженій зовнішнім зусиллям, визначимо її власні частоти в околі частоти 40 кГц. Власна частота визначається за допомогою рівняння [13]:

$$M[\![\ddot{u}]+[K]\![u]+\{f(\dot{u},u)\}=\{p(t)\}, (2)$$

де: [M] – матриця маси; [K] – лінійна матриця жорсткості;  $\{u\}$  – вектор невідомих переміщень;  $\{f(\dot{u}, u)\}$  – вектор нелінійних відновлювальних сил, що залежать від вектора переміщень;  $\{p(t)\}$  – вектор гармонічних зусиль, для модального аналізу $\{p(t)\}=0$ .

Матриці маси та жорсткості є дійсними та додатними.

Для спрощення (2) приймемо, що модальні параметри мають лінійну залежність. Ця умова є достатньою для розрахунку, оскільки нелінійність модального аналізу вносить додаткові вимоги до знання механічних властивостей матеріалу, що є джерелом похибки при реальному застосуванні моделі. Лінійність модального аналізу означає, що:

$$f(\dot{u}, u) = 0 \quad . \tag{3}$$

Розв'язком (2) може бути рівняння, отримане згідно алгоритму Релея-Рітца. Суть алгоритму полягає в апроксимації вектора  $\{u\}$  за допомогою лінійної комбінації нормальних мод  $\{\Box_i\}$  та модальних координат  $\{y_i(t)\}$ :

$$\left[u(t)\right] = \sum_{j=1}^{n} \{\phi_j\} \{y_i(t)\} , \qquad (4)$$

де j – номер моди.

Нормальні моди розбивають (2) на систему із *n* рівнянь. Розбиття на *n* окремих рівнянь, кожне з яких описує відповідну моду, є цілком природнім через ортогональні властивості, що розбивають складний рух системи на окремі складові, кількість яких рівна числу ступенів свободи системи. Рівняння окремих складових матимуть такий вигляд [13]:

$$m_{j} \{ \ddot{y}_{j}(t) \} + k_{j} \{ y_{j}(t) \} = p_{j}(t),$$
  

$$m_{j} = \{ \phi_{j} \}^{T} [M] \{ \phi_{j} \}, \ k_{j} = \{ \phi_{j} \}^{T} [K] \{ \phi_{j} \}, (5)$$
  

$$p_{j}(t) = \{ \phi_{j} \}^{T} \{ p(t) \} .$$

Моделювання (1)-(5) здійснено методом скінченних елементів (МСЕ), що реалізований в програмному пакеті Ansys [2, 3, 4, 5]. В Ansys виконано модальний та гармонічний аналіз пластини і побудовано амплітудно-частотну характеристику переміщення торця пластини (рис. 2), з якої видно піки амплітуди переміщення, під час дії гармонічного навантаження. Модальні частоти складають 35500, 39290, 39528, 40658 Гц. Отже, 40000 Гц, в даному випадку, це околорезонансна частота. На рис. 3 зображено форми власних коливань конструкції при частотах 39290, 39528, 40658 Гц.



Рисунок 2 – Амплітудно-частотна характеристика переміщення торця пластини

З рис. З видно, що коливання на частотах 39290 Гц значно проявляється в області тріщини, а на частоті 39528 Гц амплітуда дорівнює середньому значенню, проте є значною. Це вказує на те, що у разі збудження гармонічного навантаження, в околі тріщини будуть відбуватися значні переміщення, які необхідно врахувати під час розробки моделі визначення напружено-деформованого стану.

Розбиття пластини на скінченні елементи проводилось у два кроки: весь об'єм пластини розбивали на крупні елементи, а область тріщини деталізувалась меншими елементами (рис. 4).

Тип скінченних елементів вибраний для плоскої задачі: PLANE2 – двовимірний трикутний елемент з шістьма вузлами.

## Проведення аналізу та результати

Для розрахунків напружено-деформованого стану методом скінченних елементів вибрано тип Structural Transient – динамічні процеси. Тип контакту країв тріщини – Surface-to-Surface. Для моделювання контакту вибрано скінченні елементи типу TARGE169, CONTA172.

Для динамічного процесу типу Structural Transient основним рівнянням руху  $\in$  [3]:

$$[M]{\ddot{u}} + [C]{\dot{u}} + [K]{u} = {F(t)}, \quad (6)$$

де:  $\{\dot{u}\}, \{\dot{u}\}, \{u\}$  – відповідно вектори прискорення, швидкості та переміщення вузлів скінченних елементів пластини; [M] – матриця маси; [C] – матриця демпфування; [K] – матриця жорсткості;  $\{F(t)\}$  – вектор навантаження.

В кожен окремий часовий момент (6) розраховується як квазістатичне рівняння рівноваги, що враховує сили інерції та демпфування матеріалу пластини.

Навантаження:

 перший крок навантаження відповідає дії гармонічного навантаження тривалістю один період від 0 до 0.25Е-4 с. Пластину додатково піддали статичному навантаженню в 100000 Н/м<sup>2</sup>;

– другий крок навантаження – від 0.25Е-4 с до 1Е-4 с. За цього кроку гармонічне навантаження відсутнє, тому амплітуда дорівнює статичному тиску.



а – 39290 Гц, б – 39528 Гц, в – 40658 Гц Рисунок 3 – Форми власних коливань пластини (сумарні переміщення)

Опції проведення аналізу в програмному пакеті Ansys:

– Small Displacement Transient (динамічний аналіз, малі переміщення);

час наприкінці кроку навантаження –
 0.000025 с (перший крок), 0.0001 с (другий крок);

-Automatic time stepping – off;

 кількість підкроків в кожному кроці навантаження – 100;

67

 записувати результати кожного підкроку навантаження;

– немає демпфування.



Рисунок 4 – Скінченно-елементна модель пластини

При моделюванні контакту країв тріщини враховувався ефект зменшення коефіцієнта тертя  $\mu_T$  від збільшення швидкості переміщення її країв [3]:

$$\mu_T = \mu_d \cdot \left( 1 + \left( FACT - 1 \right) e^{-DC \cdot V_{gid}} \right), \quad (7)$$

де:  $\mu_d$  – динамічний коефіцієнт тертя, *FACT* – відношення значень статичного до динамічного коефіцієнтів тертя, *DC* – коефіцієнт загасання,  $V_{sid}$  – відносна швидкість.

Коефіцієнт загасання можна визначити, якщо відомі статичний та динамічний коефіцієнти тертя в одній точці контакту [3]:

$$DC = -\frac{1}{V_{ei\partial}} \cdot \ln\left(\frac{\mu_{T1} - \mu_d}{(FACT - 1) \div \mu_d}\right), \quad (8)$$

де  $\mu_{T1}$  – значення коефіцієнту тертя в одному місці контакту.

В результаті розрахунку скінченно-елементної моделі отримано сумарні переміщення. На рис. 5 зображено залежність величини переміщення верхнього ребра пластини від часу. Частина графіка від 0 до 0.000025 с відповідає дії зовнішнього гармонічного навантаження pтривалістю один період. Максимальне переміщення ≈40 мкм відповідає амплітуді збуджуючого навантаження. Досить значне переміщення на 55-й мкс можна вважати реакцією пластини на збудження. Різкий перепад переміщень від 55-ї до 88-ї мкс викликаний поширенням пружної гармонічної хвилі без прикладення зовнішніх зусиль.

Найбільші еквівалентні напруження за критерієм Мізеса-Губера досягають у вістрі тріщини 1200 МПа, що вище границі плинності (рис. 6, а). По напруженням у вістрі тріщини і швидкості їх зміни можна судити про кількість теплоти, яка там виділяється. Три найбільші максимуми напруження відповідають розкритій тріщині, інші – закритій.

Контактні явища (наприклад тертя) на краях тріщини теж можуть бути причиною утворення теплоти. На рис. 6, б зображено залежність контактного тиску в центрі тріщини від часу. Перший максимум відповідає проходженню хвилі деформації через тріщину (t=0.15E-4 с.).

Часова залежність напруження тертя і дистанції ковзання у центрі пластини при терті країв тріщини зображено на рис. 7, а і 7, б. Максимальне значення напруження тертя – 3.2 МПа, а дистанції ковзання – 1.25 мкм.



Рисунок 5 – Сумарні переміщення верхнього ребра пластини

Еквівалентне напруження, Па (x10\*\*6)



Рисунок 6 – Еквівалентні напруження за критерієм Мізеса-Губера у вістрі тріщини (а), контактний тиск в центрі тріщини (б)



## Рисунок 7 – Напруження тертя в центрі тріщини (а), дистанція ковзання в центрі тріщини (б)

Можна вважати, що такі переміщення відбуватимуться і на краях тріщини. Про це свідчить крива із рис. 6, б, з якого можна побачити, що пружна хвиля створює значні контактні напруження, які перевищують границю плинності для матеріалу пластини. Можна стверджувати, що такі контактні напруження є джерелом трансформації хвильової енергії в теплову.

Із рис. 7, а та рис. 7, б видно ще один механізм трансформації хвильової енергії в теплову в околі тріщини, під час дії двох пружних хвиль – падаючої та відбитої від країв пластини, що накладаються одна на одну.

### Висновки

Моделювання МСЕ свідчить, що у випадку дії гармонічного навантаження ультразвукової частоти на деталь із дефектом типу тріщини, в місцях концентрації напружень можлива поява пластичних деформацій і різка зміна напружень, а також тертя країв тріщини. Це може бути причиною виділення теплоти, що може лягти в основу розробки нового неруйнівного термоакустичного методу.

## Література

1 Лютак I.З. Наукові основи нового неруйнівного термоакустичного методу контролю фізико-механічних параметрів металевих конструкцій // Праці Луганського відділення Міжнародної Академії інформатизації. Науковий журнал. – 2007. – № 2 (15). – С. 90-94.

2 Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 543 с.

3 ANSYS, Inc. Theory Manual. 001369. Twelfth Edition . SAS IP, Inc. – 2001. – 1266 p.

4 Басов К.А. Ansys: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.: ил.

5 Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. Апѕуѕ для инженеров: Справ. пособие. – М: Машиностроение, 2004. – 512 с.

6 Екобори Т. Научные основы прочности и разрушения материалов / Пер. с яп. – К.: Наук. думка, 1978. – 352 с.

7 Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности: Учеб. пособие. – 2-е изд. – М.: Изд-во. МГУ, 1995. – 366 с.

8 Д. Норри, Ж. де Фриз. Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1981. – 305 с.

9 Федоров В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. – Ташкент: Фан, 1985. – 166 с.

10 Федоров В.В. Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел. – Ташкент: Фан, 1979. – 168 с.

11 Габльовська Н.Я. Дослідження термодинамічних ефектів при утворенні мікротріщин в сталевих конструкціях // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2005. – №1(14). – С.103-107.

12 Чеховський С.А., Кононенко М.А., Габльовська Н.Я. Система контролю напруженодеформованого стану твердого тіла за зміною температури // Приладобудування 2003: підсумки і перспективи: Збірник тез наук.-техн. конф. – Київ: МПП "Темп", 2003. – С.156-157.

13 S.Setio, H.D.Setio and L.Jezequel. Modal Analysis of Nonlinear Multi-Degree-of-Freedom Structure // The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis. – 1992. – v.7. – n. 2. – p. 75-94.