

УДК 539.3: 519.63

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗАБРУДНЕНOSTІ ТЕРИТОРІЇ В РЕЗУЛЬТАТІ ПРОМИСЛОВИХ ВИКИДІВ

© Камаєва І. О., 2000

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Описана методика дослідження екологічного стану певної території, забрудненої внаслідок промислових викидів шкідливих речовин. Для більш ефективного виконання чисельного аналізу рівня забруднення пропонується застосувати спосіб обертання симплекса як спрощену схему методу скінченних елементів з використанням гіпотези дифузійної плями. Визначається закон і швидкість розповсюдження дифузійної плями з врахуванням сили вітру.

Як відомо, рівень забруднення території визначається, з одного боку, характером потенційних джерел забруднення, з другого боку, метеорологічними умовами, які впливають на перенесення і розсіювання шкідливих домішок.

Дослідження концентрації шкідливих речовин в деякій області починається з проведення замірів на границі цієї області. Це здійснюється за допомогою стаціонарних або переносних контрольно - замірних пунктів.

Математичною моделлю такої задачі є рівняння Лапласа з граничними умовами типу Діріхле. Розв'язок стаціонарної задачі Діріхле в деякій внутрішній точці області визначається зваженим усередненням граничних значень. Удосконалення методу Монте – Карло досягається за допомогою прискорених статистичних випробувань на основі способу обертання симплекса [1]. Алгоритм цього способу настільки простий, що для практичної його реалізації цілком достатньо ресурсів мікрокалькулятора, що дозволяє оперативно виконати експрес-аналіз рівня забруднення досліджуваної території.

Зупинимось на аспекті, що стосується вибору розрахункових граничних точок, в яких проводитимуться заміри концентрації шкідливих речовин. Ці шкідливі частинки цілком природно розглядати випадково блукаючими по області, на яку вони попали в результаті промислових викидів.

В основі одного з найбільш ефективних сучасних варіантів методу Монте-Карло лежить так звана схема блукань по колам, запропонована Брауном і математично обґрунтована Маллером [2]. Між цією схемою і механізмом розповсюдження дифузійної плями є прямий зв'язок.

Щоб у цьому впевнитися, достатньо зробити такий експеримент: на скло, наприклад, у формі чо-

тирикутника розмістимо краплю чорнила. Відповідно з законом дифузії чорнильні частинки почнуть блукати, переміщуючись від центру плями до границь чотирикутника по концентричним колам (рис. 1). Як тільки блукаючі частинки досягнуть краю пластинки (коло дотикнеться чотирикутника), вони почнуть прилипати до границі (поглинаються нею). Виникає питання: до яких пір буде відбуватися поглинання? Природно припустити, що до тих пір, поки кругла пляма не досягне таких розмірів, щоб її площа стала рівновеликою площі чотирикутника. Як тільки ці розміри будуть досягнуті, блукання припиняється. Цей експеримент можна поширити на елемент будь – якої форми.

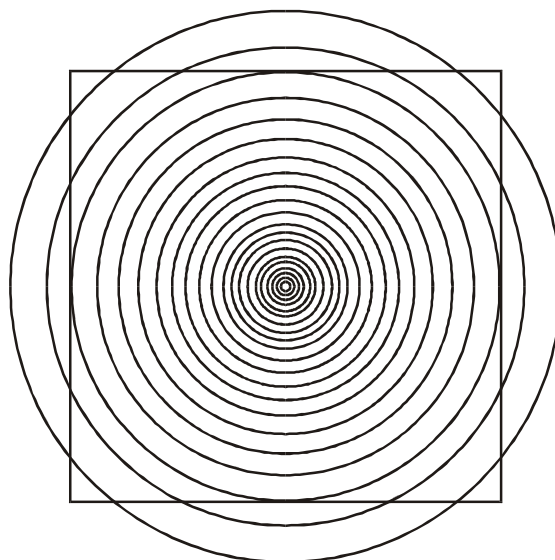


Рис. 1. Дифузійна пляма на чотирикутному елементі.

Із гіпотези дифузійної плями [3] можна зробити висновок про те, що на границі елемента є зони

більш імовірного поглинання блукаючих частинок. Є також зони (біля вершин) з меншою імовірністю поглинання. Що ж стосується вершин, то цих точок блукаюча частинка практично не досягне.

Розрахунки показали, що найбільш імовірні точки поглинання знаходяться на перетині границі елемента з колом, радіус якого дорівнює середньому геометричному радіусів r_1 (радіус кола, що дотикається елемента) і r_2 (радіус рівновеликого кола):

$$r = \sqrt{r_1 \cdot r_2} . \quad (1)$$

Цей факт можна успішно використовувати, наприклад, при розв'язуванні задачі Діріхле способом обертання симплекса на стадії вибору робочих вузлів на границі області, що дозволить суттєво скоротити об'єм обчислень.

Засобами теорії імовірності виявлено, що радіус дифузійної плями r_{nl} зв'язаний з часом t наступною залежністю [3, 4]:

$$r_{nl} = \alpha \sqrt{t}, \quad (2)$$

одержаною А. Енштейном. Тобто за таким законом збільшується радіус концентричних кіл, по яких переміщуються блукаючі частинки. Тут α - коефіцієнт пропорційності, який залежить від фізико – хімічних властивостей як самих частинок, так і тієї плоскої поверхні, по якій вони рухаються. Фактично формула (2) дає закон розповсюдження дифузійної плями.

Більше того, можна дослідити переміщення дифузійної плями в залежності від сили вітру. Нехай задано величину швидкості вітру v_e . Введемо декартову систему координат так, щоб початок координат містився в центрі дифузійної плями (рис. 2), а напрям осі o_x співпадав з напрямом дії вітру. Запишемо у векторній формі закон руху дифузійної плями:

$$\bar{r}_{nl} = r_{nl} \cos \varphi \bar{i} + r_{nl} \sin \varphi \bar{j} = \alpha \sqrt{t} (\cos \varphi \bar{i} + \sin \varphi \bar{j}), \quad (3)$$

де φ - кут, який утворює промінь \bar{r}_{nl} з додатним напрямом осі o_x , ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$). Тоді швидкість розповсюдження дифузійної плями \bar{v}_{nl} буде такою:

$$\bar{v}_{nl} = \bar{r}'_{nl} = \frac{\alpha}{2\sqrt{t}} (\cos \varphi \cdot \bar{i} + \sin \varphi \cdot \bar{j}). \quad (4)$$

Вектор швидкості вітру

$$\bar{v}_e = v_e \cdot \bar{i}. \quad (5)$$

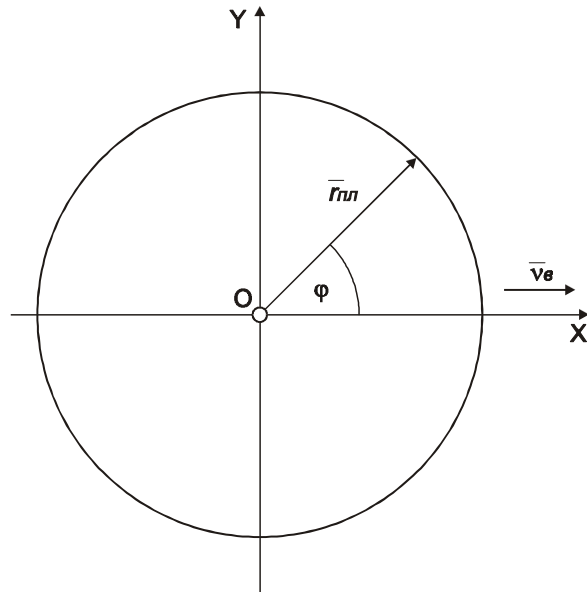


Рис. 2. Вибір системи координат.

Таким чином дифузійна пляма з врахуванням сили вітру буде переміщуватися зі швидкістю:

$$\bar{v} = \bar{v}_{nl} + \bar{v}_e = \left(\frac{\alpha \cos \varphi}{2\sqrt{t}} + v_e \right) \bar{i} + \frac{\alpha \sin \varphi}{2\sqrt{t}} \cdot \bar{j} \quad (6)$$

Проінтегрувавши в часі останнє співвідношення, можна одержати такий закон руху дифузійної плями з врахуванням сили вітру:

$$\bar{r} = (\alpha \sqrt{t} \cos \varphi + v_e \cdot t) \bar{i} + \alpha \sqrt{t} \sin \varphi \bar{j}. \quad (7)$$

Таким чином, якщо задавати значення φ , можна побудувати форму дифузійної плями в будь – який момент часу t і провести чисельний аналіз рівня забруднення досліджуваної території, а також дати оцінку її екологічного стану.

1. Семчук Я. М., Камаєва І. О. Математична модель розсіювання шкідливих речовин у приземному шарі атмосфери // Прикладные проблемы математического моделирования. Вестник Херсонского государственного технического университета. 1999. Спецвыпуск. С. 155–158. 2. Современная математика для инженеров / Под ред Э. Ф. Беккенбаха. – М.: ИЛ, 1959. – 500 с. 3. Хомченко А. Н. Вероятностные схемы в дискретном анализе температурных полей // ИФЖ. – 1988. - № 2.- С. 323 –324. 3. Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А.В. Введение в теорию вероятностей. – М.: Наука, 1982. – 160 с. 4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей. В 2 т.-М.: Мир, 1964. – Т. 1. – 500 с., 1967.- Т. 2. – 752 с.