

УДК 541.1:681.2

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СХЕМИ НА ВИЗНАЧЕННЯ КРАЙОВОГО КУТА ЗМОЧУВАННЯ ЗА МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ТИСКУ В ГАЗОВОМУ ПУХИРЦІ

© Боднар Р. Т., 2000

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Приведено результати обробки чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь, одержаних з рівняння Лапласа для капілярних мостиків та проаналізовано вплив параметрів вимірювальної схеми на точність визначення крайового кута змочування за методом максимального тиску.

Вимірювання крайового кута змочування (ККЗ), який є параметром, що характеризує такі фізико-хімічні процеси, як змочування твердих тіл рідиною та адгезію між ними, набирає все більшого значення, оскільки зростає кількість технологій в різних галузях промисловості із використанням цих процесів. Причому технології постійно ускладнюються, в них використовуються сучасні засоби автоматизації технологічних процесів, які в свою чергу вимагають автоматизованого контролю ККЗ.

Традиційні прямі методи вимірювання ККЗ не дають можливості автоматизувати процес визначення ККЗ. Тому було теоретично обґрунтовано спосіб визначення ККЗ за методом максимального тиску в газовому пухирці (МТГП), який витискується з капілярованого капіляру у досліджувану рідину до контакту з поверхнею досліджуваного твердого тіла і подальшим утворенням пухирця [1].

Аналітична залежність між ККЗ і величиною максимального тиску при утворенні газового пухирця для такого випадку описується поліноміальною залежністю:

$$\cos \Theta = C_0 + C_1 P_m + C_2 P_m^2 + C_3 P_m^3, \quad (1)$$

де Θ - крайовий кут змочування; $P_m = \frac{P_{m\sigma}}{\Delta \rho g z}$ - приведене значення максимального тиску при утворенні газового пухирця; $P_{m\sigma}$ - значення максимального тиску, виміряне в процесі утворення газового пухирця; $\Delta \rho$ - різниця густин досліджуваної рідини газу в пухирці; g - прискорення сили тяжіння; z - висота зрізу капіляра над поверхнею твердого тіла; C_0, C_1, C_2, C_3 - коефіцієнти, одержані внаслідок апроксимації результатів чисельного розв'язування методом Рунге-Кутта 4-го порядку системи диференціальних рівнянь, одержаних на основі рівняння Лапласа [2].

Знаходження коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3

здійснювалося методом найменших квадратів, який в порівнянні з іншими методами є простішим у використанні. Значення апроксимаційних коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3 приведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Значення коефіцієнтів залежності (1) для різних значень відносного параметра ξ .

$\xi = \frac{a^2}{r^2}$	C_0	C_1	C_2	C_3
1	-1,20426	0,42167	-0,00742	0,00257
2	-1,07905	0,24999	0,00720	0,00016
3	-1,11529	0,23557	-0,00084	0,00042
4	-1,07389	0,18761	0,00199	0,00014
5	-1,08497	0,17568	0,00045	0,00015
6	-1,08129	0,16041	0,00037	0,00012
7	-1,07776	0,14812	0,00038	0,00009
8	-1,07344	0,13745	0,00049	0,00007
9	-1,07508	0,13081	0,00029	0,00006
10	-1,07278	0,12389	0,00027	0,00005

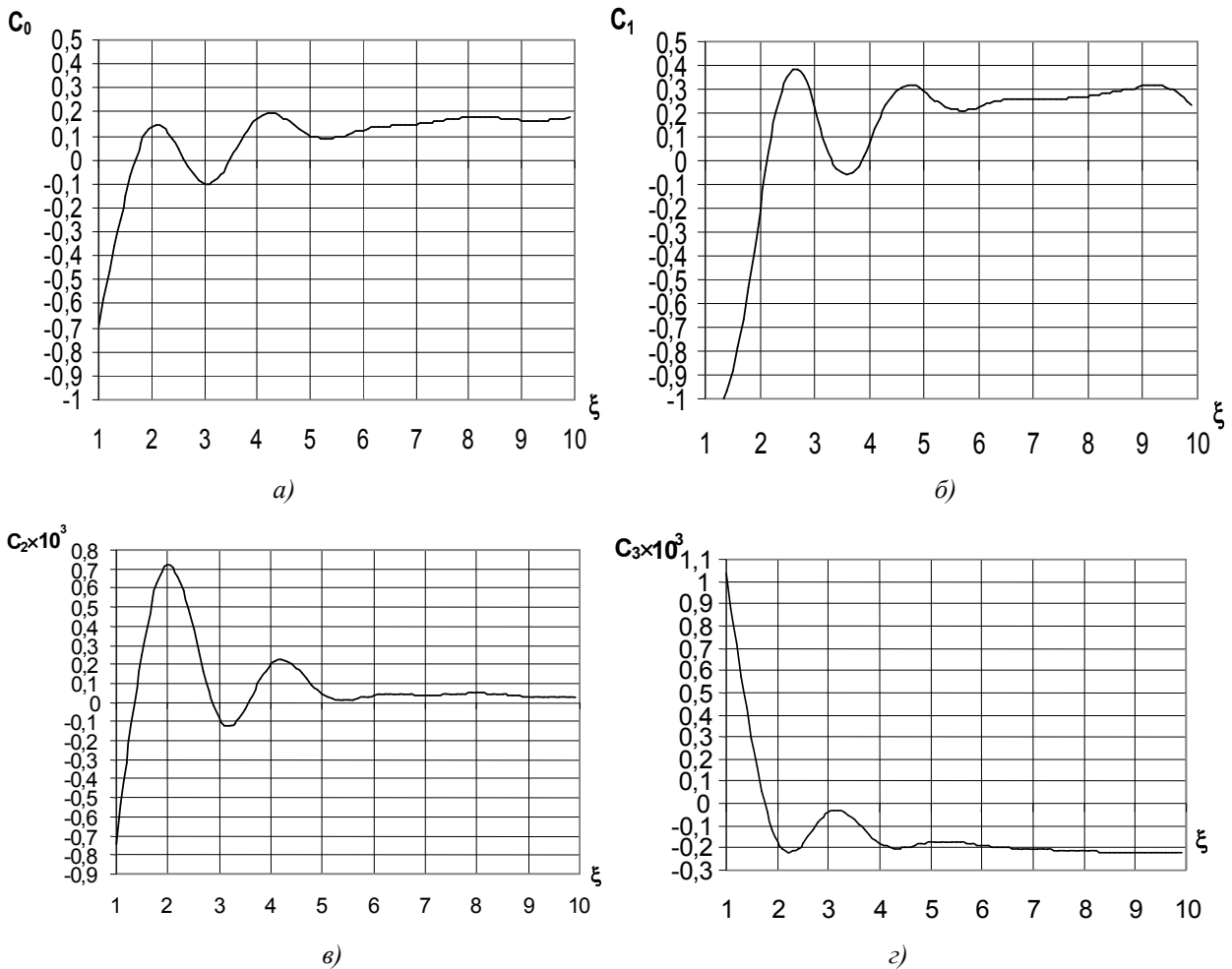
Результати в табл. 1 приведені для випадку, коли відношення внутрішнього радіуса вимірювального капіляра до висоти торця капіляру над горизонтальною поверхнею досліджуваного твердого тіла $r/z = 2$. Середнє квадратичне відхилення отриманих значень поліноміальних коефіцієнтів не перевищує $1,91 \cdot 10^{-5}$.

Користуватися даними табл. 1 є незручно, оскільки поліноміальні коефіцієнти визначені тільки для дискретних значень відношення $\xi = a^2/r^2$, де $a^2 = \sigma/(\Delta \rho g)$ - капілярна стала, σ - коефіцієнт поверхневого натягу досліджуваної рідини, r - внутрішній радіус вимірювального капіляра, на торці якого утворюється газовий пухирець. Тому методом інтерполяції сплайнами [3] була виконана апроксимація для поліноміальних коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3 у вигляді $C_i = f_i(\xi)$. Апроксимуючий поліном

третього порядку не достатньо точно передає характеристику кривої на всьому діапазоні значень $1 \leq \xi \leq 10$, а використання апроксимуючих поліномів вищих порядків є недоцільним, оскільки вони схильні до пульсацій і при деяких обставинах занадто пульсують навколо кривої між опорними точками. Тому використання сплайнової функції, яка складається з кількох окремих поліномів для окремих діапазонів значень дає краще наближення [4]. Для цього використано кубічні параболи, які проходять точно через дві опорні точки відповідного діапазону ξ . При десяти опорних точках сплайнова функція складається з дев'яти окремих поліномів. В

точках стикування діапазонів отримують на основі поліномів такі значення коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3 , які співпадають із їх табличними значеннями. Похідні коефіцієнтів першого та другого порядків теж співпадають, що забезпечує неперервність сплайнових функцій.

В результаті проведених апроксимацій були визначені апроксимуючі сплайнові поліноми для коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3 . Графічне зображення коефіцієнтів C_i , які визначені за допомогою цих поліномів, приведено на рис. 1.



а) - графік коефіцієнта C_0 , б) - графік коефіцієнта C_1 ,
 в) - графік коефіцієнта C_2 , з) - графік коефіцієнта C_3

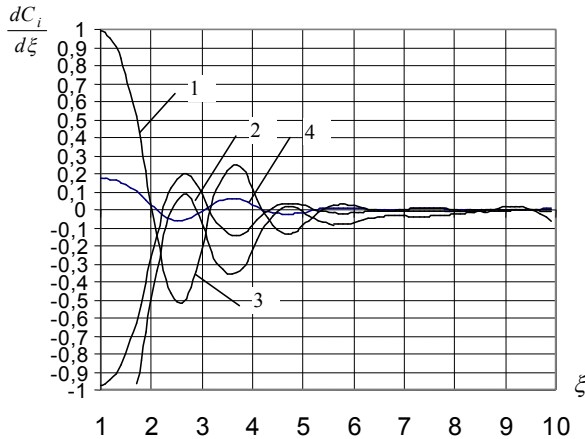
Рис. 1. Графічне зображення величини поліноміальних коефіцієнтів.

Одержані залежності $C_i = f_i(\xi)$ дозволяють швидко і просто обрахувати значення крайового кута змочування Θ на основі вимірюваного максимального тиску P_m у газовому пухирці для конкретного значення параметра ξ , описати і проаналізувати

одержані результати, а також здійснити аналіз точності даного методу визначення ККЗ і визначити оптимальний діапазон зміни r і ξ .

З метою оптимального вибору параметрів r і ξ при вимірюванні ККЗ необхідно знати вплив цих

параметрів на точність визначення ККЗ згідно виразу (1). Для цього було проведено диференціювання залежностей $C_i = f_i(\xi)$ за параметром ξ . Графіки одержаних похідних $\frac{dC_i}{d\xi}$ функцій поліноміальних коефіцієнтів приведені на рис. 2.



1 - графік $dC_0/d\xi$ (масштабний коефіцієнт $k=1$),
2 - графік $dC_1/d\xi$ ($k=0.2$), 3 - графік $dC_2/d\xi$
($k=0.02$), 4 - графік $dC_3/d\xi$ ($k=0.002$)

Рис. 2. Графічне зображення похідних $dC_i/d\xi$.

Знаючи чисельні величини похідних поліноміальних коефіцієнтів можна оцінити вплив вказаних параметрів на точність визначення ККЗ (1). Як видно з рис. 2 графіки похідних поліноміальних коефіцієнтів є затухаючими функціями, причому при $\xi \geq 6$ абсолютні значення похідних не перевищу-

ють таких значень: $\frac{dC_0}{d\xi} \leq 0,0125$, $\frac{dC_1}{d\xi} \leq 0,020$,

$\frac{dC_2}{d\xi} \leq 0,0015$, $\frac{dC_3}{d\xi} \leq 0,0003$. Це означає, що при

величині параметра $\xi \geq 6$ похибка визначення ККЗ за виразом (1) при максимальному можливому значенні тиску $P_m = 14,83$, яке одержане із чисельного розв'язку вищевказаних диференціальних рівнянь, становитиме $\Delta(\cos \Theta) \leq 0,0035$; або відносна похибка $\gamma \leq 0,35\%$. Для досягнення одержаної похибки потрібно, виходячи з отриманого критерію $\xi \geq 6$, щоб величина внутрішнього радіуса вимірювального капіляру становила

$$r \leq \sqrt{\frac{a^2}{6}} = \sqrt{\frac{\sigma}{6\Delta\rho g}}. \quad (2)$$

Враховуючи те, що для використовуваних на практиці рідин величина коефіцієнта поверхневого натягу є більшою від значення $\sigma = 15 \cdot 10^{-3}$ Н/м, а густина більшою від $\rho = 750$ кг/м³, то для досягнення вказаної похибки, величина внутрішнього радіуса капіляра не повинна перевищувати 0,58 мм.

1. Боднар Р. Т. Визначення крайового кута змочування на границі розділення тверде тіло – рідина методом максимального тиску в газовому пухирці // Методи та прилади контролю якості. - № 1. - 1997. - С. 55-58. 2. Адамсон А. Физическая химия поверхностей: Пер. с англ. - М.: Мир, 1979. 3. Волков Е. А. Численные методы. - М.: Наука, 1982. 4. Шрюфер Э. Обработка сигналов. - К.: Либідь, 1995.