

2. Моделирование процесса бурения / Wang Yanjiang, Chai Quinzong // Shiyou daxue xuebao. Zhan kexue ban = J. Univ. Petrol. China. Ed. Nat. Sci. – 1996. – 20, №3. – С.96-97.
3. Драганчук О.Т. Науково-методологічні основи проектування шарошkových доліт: Дис... д.т.н.: 05.15.11. – ІФНТУНГ, 1996.
4. Драганчук О.Т. Основні положення системи автоматизованого конструювання породоруйнівних інструментів // Матеріали конференції УНГА “Нафта і газ України”. – Полтава, 1998.
5. Опольский В.И. Пути интенсификации процесса разрушения горных пород буровым инструментом из синтетических алмазов // Сверхтвёрдые материалы. – 1996. – №1. – С.44-48.
6. Скляр Э.Д. Расчёт схемы размещения породоразрушающих элементов из СТМ на рабочей поверхности бурового инструмента // Сверхтвёрдые материалы. – 1986. – №3. – С. 33-37.
7. SPE 14217 – Mathematical Model of the Polycrystalline Diamond Bit Drilling Process and It's Practical Application by M. B. Zhaja.
8. Ashmore, B. A., Bower, Jr., A. B., and Martis, J. A., “STRATAPAX Computer Programm (U),” Report SAND77-1994, Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM, (April 1978).
9. Агадиев А.К. CAD/CAM ADEM от версии 2.09 до версии 4.0 // Сб. науч. трудов. – Харьков: ХАИ, 1998. – С. 65-71.
10. Богданов М., Бахин Е. Solid Works: от проектирования к производству // Компьютер Пресс. – 1998. – №8.
11. Бронзов А.С., Кривелев Я.В. Методология разработки второй очереди САПР–бурение // Оптимизация и проектирование буровых процессов. – М.: ВНИИБТ, 1982. – Вып. 54. – С. 3-17
12. Голубь Н.Г. Особенности подготовки в области компьютерной графики разработчиков программного обеспечения // Труды межд. науч.-метод. конф. “Подготовка специалистов к работе в условиях открытых информационных и компьютерных интегрированных технологий. – Харьков: ХАИ, 1996. – С. 153-154.

УДК 550.830

ОЦІНКА ЯКОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ГЕОФІЗИКИ НА ОСНОВІ ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНОГО КРИТЕРІЮ ХІ-КВАДРАТ

¹О.П.Петровський, ²Н.С.Ганженко, ¹В.М.Суятінов, ¹І.О.Петровська

¹Науково-технічна фірма „БІПЕКС лтд.”, м. Івано-Франківськ, вул. І.Франка, 4, тел. (0342) 501041, e-mail: alex@bipex.if.ua

²ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42098, e-mail: public@ifdtung.if.ua

Повышение эффективности поисково-разведочных работ на нефть и газ возможно на пути развития интерпретационных систем, основанных на решении обратных задач геофизики. Наличие случайных погрешностей в измеряемых геофизических полях, а также существенная некорректность решения обратных задач геофизики делают актуальной проблему независимой оценки качества решения получаемого в результате реализации итерационного подбора. Предложено контролировать качество решения обратной задачи на основе использования критерия хи-квадрат оценки гипотезы о нормальности закона распределения остаточной невязки между наблюдаемым и рассчитанным геофизическими полями. Эффективность использования статистического критерия хи-квадрат для оценки качества решения обратной задачи гравиметрии проиллюстрирована практическим примером.

Enhancement of the efficiency of oil and gas exploration work is possible while heading toward the development of interpretation systems, which are based on the geophysical inverse problems solutions. Presence of the random uncertainties in measured geophysical fields, as well as considerable ill-posed of the solutions of inverse problems of geophysical data make it an actual problem of independent estimation of the quality of the solution which is obtained as an outcome of realization of the iterative process. It is proposed to control the quality of the solution of the inverse problem on basis of the χ^2 -square criterion use for assessment of the hypothesis of normalcy of distribution law of the residual discrepancy between observed and calculated geophysical fields. In the practical view the efficiency of the use of statistical estimation of the quality of the solution of the inverse problem of gravimetry was shown.

$$\begin{cases} A(x) = y, \\ x \in D(A) \subset X, \\ y \in Im(A) \subset Y, \end{cases} \quad (1)$$

де: x – параметри моделі середовища, наприклад, для структурних обернених задач – це геометрія фізико-геологічних границь, які є положенням ліній (у двовимірному варіанті) або поверхонь (у тривимірному варіанті) стрибкоподібної зміни фізичних властивостей, та відповідні значення фізичних властивостей, які неперервно змінюються в просторі між фізико-геологічними границями; для сіткових фізико-геологічних моделей – це значення фізичних властивостей у вузлах (в окремих комірках) рівномірної або нерівномірної сітки, яка накриває просторову фізико-геологічну модель середовища;

X – метричний простір математичних моделей середовища;

y – вимірне геофізичне поле або функціонал від нього;

Y – метричний простір математичних моделей геофізичних полів або функціоналів від них; $A(\cdot): X \rightarrow Y$ – у загальному випадку нелінійний оператор, який діє з простору моделей X у простір геофізичних полів Y ;

$D(A)$ – область визначення оператора $A(\cdot)$ – відкрита підмножина в просторі X , достатньо широка для того, щоб забезпечити адекватну апроксимацію параметрів реальної геологічної моделі;

$Im(A)$ – відкрита підмножина в просторі Y , достатньо широка для того, щоб забезпечити адекватну апроксимацію характеру поведінки допустимого в процесі вимірювання геофізичного поля або функціонала від нього.

Існує багато різноманітних підходів і способів розв'язування обернених задач [1, 2]. У межах майже кожного з них можна виділити два етапи. Перший полягає у виборі апроксимаційного класу в X , який дасть змогу достатньо адекватно описувати особливості поведінки геологічних моделей, та в обґрунтуванні, що цей клас є класом однозначності для розв'язування рівняння (1). Другий забезпечує безпосередньо знаходження такого елемента $\bar{x} \in D(A) \subset X$, який повинен перевести в тотожність рівняння (1) на заданому гравітаційному полі або функціоналі від нього $\bar{y} \in Im(A) \subset Y$. Враховуючи, що права частина рівняння (1) в ході проведення польових досліджень визначена з похибкою, то насправді замість y ми маємо таку величину:

$$\bar{y} = \bar{y}_C + \delta \bar{y}, \quad (2)$$

де: $\bar{y}_C \in Im(A)$ – точне значення геофізичного поля;

$\delta \bar{y}$ – випадкова похибка, яка може бути розподілена за довільним статистичним законом.

Виходячи з результатів аналізу можливих законів розподілу похибок за експериментальними даними, найчастіше приймається Гаусів або нормальний закон розподілу випадкової величини $\delta \bar{y}$ [3]

$$p(\delta \bar{y}) = \frac{1}{\sigma(\delta \bar{y}) \cdot \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\delta \bar{y} - s(\delta \bar{y}))^2}{2 \cdot \sigma(\delta \bar{y})^2} \right], \quad (3)$$

де: $s(\delta \bar{y})$ – математичне очікування або середнє значення випадкової величини $\delta \bar{y}$;

$\sigma(\delta \bar{y})$ – стандартне відхилення випадкової величини $\delta \bar{y}$. При цьому можливо, що $\delta \bar{y}$ може і не належати множині значень оператора, наведеного у співвідношенні (1) – $\delta \bar{y} \notin Im(A)$, звідки випливає, що і $\bar{y} \notin Im(A)$. Ця ситуація є одним з проявів некоректності обернених задач геофізики [4].

Враховуючи останнє зауваження, при реалізації автоматизованого розв'язку оберненої задачі (1) проводять мінімізацію функціонала

$$\|\bar{y} - A(x)\|_Y \rightarrow \min \quad (4)$$

на множині $D(A)$, де $\|\cdot\|_Y$ – випуклий функціонал на елементах простору Y . Конкретний вигляд функціонала обирається в кожному конкретному випадку, зумовленому способом опису вимірюваного гравітаційного поля, і найчастіше має вигляд відповідної норми, прийнятої для простору Y [4]. Так, наприклад, у випадку застосування в якості Y простору інтегрованих з P -им ступенем функцій L_P функціонал (4) буде мати вигляд

$$\|\bar{y} - A(x)\|_{L_P} = \left(\int_V |\bar{y} - A(x)|^P \right)^{\frac{1}{P}}, \quad (5)$$

де V – просторова область визначення функцій $y(V) \in Y$. Для випадку застосування простору дискретних послідовностей, сумованих у степені $P - R_P$, які виникають при чисельному розв'язуванні задач, відповідний функціонал можна записати як

$$\|\bar{y} - A(x)\|_{R_P} = \left(\sum_{i=1}^N |\bar{y}_i - A(x)_i|^P \right)^{\frac{1}{P}}, \quad (6)$$

де N – розмірність простору дискретних послідовностей $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$. У практичних ситуаціях приймається величина $P = 2$. Співвідношення (5) і (6) відповідають нормам для гільбертових просторів і визначають квадратичні функціонали відповідно для неперервного та дискретного випадків опису елементів з простору Y .

Для мінімізації (5) або (6) використовуються градієнтні ітераційні процеси [1,2,5]. Особливість реалізації цих процесів полягає в тому, що наведені функціонали мають так званий яроподібний характер, що визначає швидке збігання ітераційного процесу на початкових

кроках, коли поточне наближення x знаходиться на схилі яру, і досить повільне збігання, коли x знаходиться в нижній частині яру, і величина відхилення між спостереженим та розрахованим геофізичними полями змінюється незначно. Саме в цій ситуації дуже важливо правильно прийняти рішення про закінчення ітераційного процесу.

Стандартно при використанні квадратичних функціоналів для кількісної оцінки ступеня відповідності між спостереженим та розрахованим геофізичними полями використовується середньоквадратичне відхилення між цими полями

$$\sigma(\bar{y} - A(x)) = \left(\frac{1}{N-1} \times \sum_{i=1}^N \left((\bar{y}_i - A(x)_i) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - A(x)_i) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Оцінка (7) – це незміщена оцінка для середньоквадратичного відхилення. Умовою відповідності поточного розв'язку оберненої задачі (1) в розумінні мінімізації функціонала (4) є відповідність поточного середньоквадратичного відхилення апріорній похибці вимірювання геофізичного поля. Однак, хоч така оцінка і є достатньо коректною, вона не враховує реальні розподіли похибок у значеннях спостережених геофізичних полів, які не можна визначити при первинній обробці вимірних значень геофізичних полів і які можуть бути визначені тільки відносно конкретної моделі середовища за моделлю (2) та з урахуванням виконання припущення про нормальний закон розподілу похибок (3).

Виходячи з указаних обмежень застосування оцінки (7), природно її доповнити таким важливим критерієм, як перевірка статистичної гіпотези про нормальний закон розподілу відхилення $\bar{y} - A(x)$. На практиці перевірки статистичних гіпотез широкого вжитку набув критерій, запропонований Пірсоном і названий χ^2 (хі-квадрат). В основу цього критерію покладено уявлення про можливість використання в якості міри розбіжності між спостереженою щільністю ймовірності, яка визначена за даними $\bar{y} - A(x)$ та гіпотетичної щільності ймовірності деякої статистики, яка наближено підпорядкована розподілу хі-квадрат (χ^2 -розподілу) [3].

Візьмемо в якості гіпотетичної щільності ймовірності нормальний закон розподілу

$$p(\bar{y} - A(x)) = \frac{1}{\sigma(\bar{y} - A(x)) \cdot \sqrt{2\pi}} \times \exp \left[-\frac{(\bar{y} - A(x) - s(\bar{y} - A(x)))^2}{2 \cdot \sigma(\bar{y} - A(x))^2} \right];$$

$$s(\bar{y} - A(x)) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{y}_i - A(x)_i; \quad (8)$$

$$\sigma(\bar{y} - A(x)) = \left(\frac{1}{N-1} \times \sum_{i=1}^N \left((\bar{y}_i - A(x)_i) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - A(x)_i) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

де: $s(\cdot)$, $\sigma(\cdot)$ – оцінка математичного очікування та стандартного відхилення для різниці між спостереженим \bar{y} і розрахованим $A(x)$ геофізичними полями,

N – кількість точок, в яких спостережено геофізичне поле.

Тоді для перевірки, чи дійсно послідовність експериментальних даних $\bar{y} - A(x)$ підпорядкована нормальному закону, розділимо весь діапазон зміни значень $\bar{y} - A(x)$ на K інтервалів $\xi_1 = \min_i (\bar{y}_i - A(x)_i)$, $\xi_{k+1} = \xi_k + \Delta\xi$ однакової довжини з кроком $\Delta\xi$. Обрахуємо кількість значень $\bar{y} - A(x)$, які потрапили до k -ого інтервалу. Величина

$$w_k = \sum_{i=1}^N \begin{cases} 1, & \bar{y}_i - A(x)_i \in [\xi_k, \xi_{k+1}) \\ 0, & \bar{y}_i - A(x)_i \notin [\xi_k, \xi_{k+1}) \end{cases}, \quad (9)$$

$k = 1 \div K - 1$

буде спостережуваною частотою k -ого інтервалу. Позначимо очікувану (теоретичну) частоту потрапляння значень $\bar{y} - A(x)$ до k -ого інтервалу за умови, що дані дійсно розподілені згідно з нормальним законом через W_k . Розглянемо відхилення між фактичною і теоретичною частотами $w_k - W_k$ і оцінимо загальну розбіжність по всіх інтервалах за співвідношенням

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^K \frac{(w_k - W_k)^2}{W_k}, \quad (10)$$

яке наближено збігається з χ^2_{K-3} -розподілом для $(K-3)$ ступенів свободи. Для прийняття гіпотези про нормальний закон розподілу $\bar{y} - A(x)$ необхідно виконання умови

$$\chi^2 \leq \chi^2_{K-3;\alpha}, \quad (11)$$

де α – рівень значності для прийняття рішення.

Як видно з аналізу характеру поведінки χ^2_{K-3} -розподілу для однієї і тієї ж реалізації $\bar{y} - A(x)$, виконання умови (11) залежить від обраної кількості інтервалів K . Існує декілька способів вибору величини K [3], однак проведені чисельні експерименти з залученням реальних даних показали, що вони є недостатньо

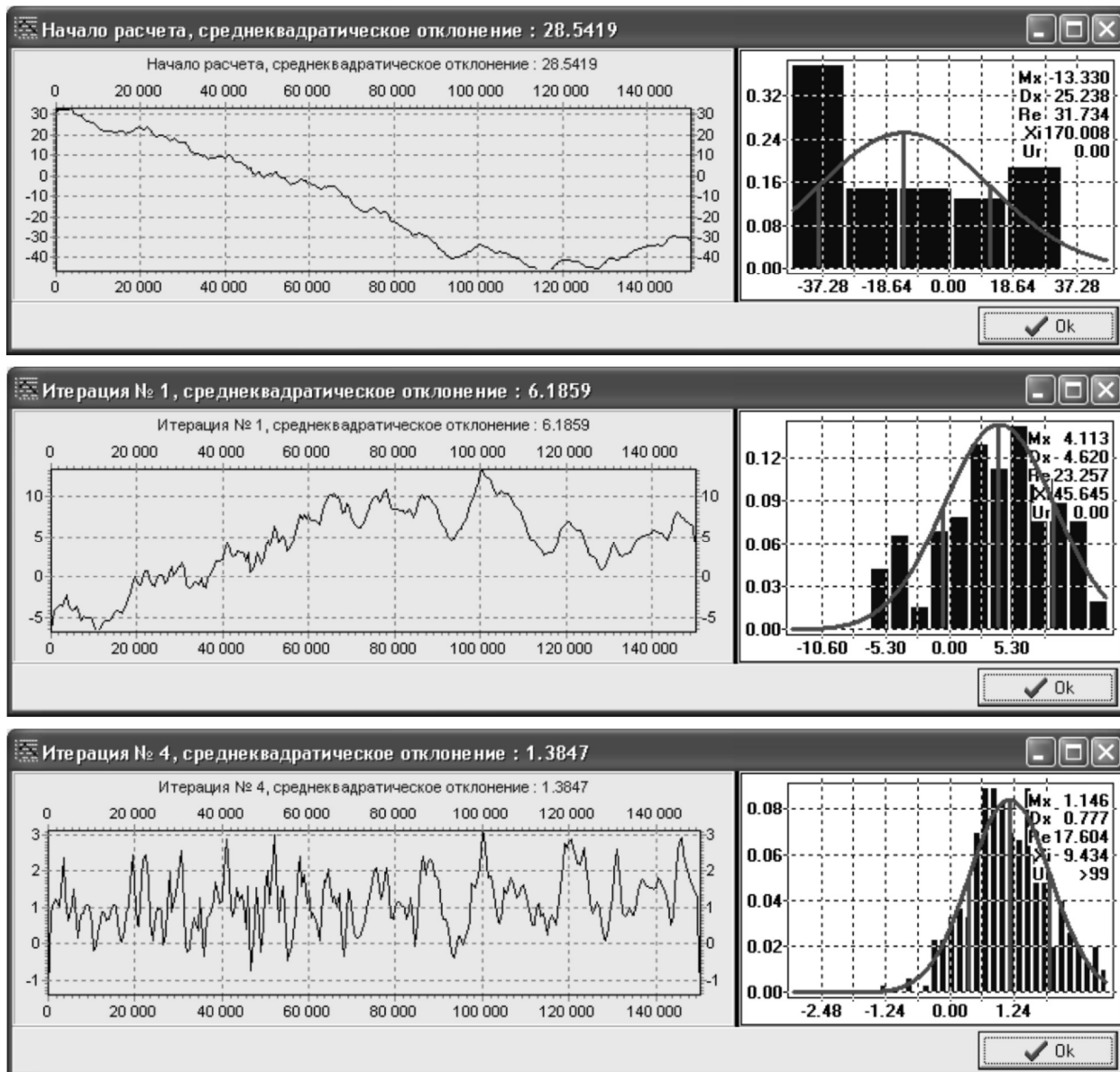
стійкими при їх використанні для аналізу відхилення $y - A(x)$ на кроках ітераційних процесів.

Для забезпечення більшої стійкості статистичних висновків до наведеного процесу статистичного оцінювання за критерієм χ^2 (хі-квадрат) накладемо на вибір кількості рівномірних інтервалів K умову мінімізації рівня значимості для прийняття рішення α при виконанні умови (11). Враховуючи суттєво нелінійний характер процесу статистичного оцінювання, вибір оптимальної величини K може бути реалізований шляхом прямого перебору допустимого діапазону значень та вибором за умови

$$K = \left\{ L, \min(\alpha(L)) \right\}. \quad (12)$$

Для ілюстрації результатів обрахунку можна використовувати величину $(1 - \alpha) \cdot 100\%$, яка в процентному виразі буде характеризувати ступінь відповідності конкретної послідовності $y - A(x)$ нормальному закону розподілу.

Наведений підхід був реалізований в системі автоматизованої кількісної комплексної інтерпретації геофізичних даних GCIS [6] для забезпечення оцінки якості розв'язку обернених задач геофізики на основі оцінки відповід-



- а) графік залежності відхилення від координати вздовж профілю;
- б) експериментальна гістограма та відповідний теоретичний закон розподілу випадкової величини відхилення з статистичними характеристиками;

Mx - математичне очікування, Dx - дисперсія, χ^2 - величина статистики хі-квадрат, Ur - ступінь відповідності експериментальної гістограми нормальному закону розподілу в процентах

Рисунок 1 — Графіки відхилення між спостереженим і розрахованим гравітаційним полями та результати їх статистичного оцінювання на різних кроках ітераційного процесу розв'язку оберненої задачі гравіметрії

ності характеру поведінки розподілу відхилення між вимірним і розрахованим гравітаційними полями нормальному закону розподілу.

На рисунках 1 і 2 зображено результати розв'язування оберненої задачі гравіметрії по регіональному транскарпатському перетину, які ілюструють зміну величини відповідності розподілу величини відхилення між спостереженим та розрахованим гравітаційними полями в процесі ітеративного підбору параметрів геогустинної моделі середовища. Як бачимо на рисунку 2, вже на другому кроці ітераційного процесу відхилення між спостереженим та розрахованим гравітаційними полями може вважа-



Рисунок 2 — Залежність величини середньоквадратичної похибки та величини статистичної оцінки відповідності відхилення між спостереженим і розрахованим гравітаційними полями від номеру ітерації

тись як таке, що з імовірністю 95.8% являє собою розподіл випадкової величини підпорядкований нормальному закону, а на четвертій ітерації процес підбору повинен бути зупинений з відповідною оцінкою ймовірності >99%.

Таким чином, застосування методів статистичного оцінювання характеру розподілу залишкового відхилення між спостереженим та розрахованим геофізичними полями у розв'язуванні обернених задач геофізики дає змогу обґрунтовано припинити процес ітеративного коригування (підбору) параметрів моделі середовища згідно з гіпотезою про нормальний закон розподілу апріорних похибок у вхідних даних (2) і як наслідок відсутності в цьому залишковому геофізичному полі невинуватих (регулярних) компонент, які можуть бути компенсовані в результаті подальшого детермінованого підбору.

Література

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Изд. 2-е. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 288 с.

2. Кобрунов А.И. Теоретические основы решения обратных задач геофизики: Учебное пособие. – Ухта: УИИ, 1995. – 225 с.

3. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

4. Ефимов А.В., Золотарев Ю.Г., Терпигора В.М. Математический анализ (специальные разделы). Ч. II. Применение некоторых методов математического и функционального анализа: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 285 с.

5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

6. Петровский А.П., Кобрунов А.И., Суятин В.Н. Автоматизированная система GSIC-количественной комплексной интерпретации данных сейсмогравиметрии для персональных компьютеров // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 27-й сессии Международного семинара имени Д.Г. Успенского, Москва, 31 января - 4 февраля 2000 г. / Под ред. акад. В.Н. Страхова. – М.: ОИФЗ РАН, 2000. – С. 133-135.

11-а Міжнародна конференція з управління

АВТОМАТИКА - 2004

м. Київ
(27-30 вересня 2004 р.)

Оргкомітет конференції

01033, м. Київ, вул. Володимирська, 68,
Національний ун-т харчових технологій.

Проблематика конференції:

- Математичні проблеми управління, оптимізації та теорії ігор
- Управління та ідентифікація в умовах невизначеності
- Автоматичне управління в технічних системах
- Управління аерокосмічними та іншими рухомими об'єктами
- Управління в природних, соціальних та економічних системах.