

УДК 681.327.12

МОДЕЛЮВАННЯ АЛГОРИТМІВ РЕКОНСТРУКЦІ ЗОБРАЖЕННЯ В РЕНТГЕНІВСЬКІЙ ТОМОГРАФІЇ

© Чеховський С. А., Кабанова О. В., 2002

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Сформульовано критерії синтезу оптимальних алгоритмів реконструкції зображень в рентгенівській томографії. Проаналізовано ефективність деяких алгоритмів реконструкції на основі розробленої математичної моделі томографічного експерименту у вигляді тест-програми.

Рентгенівська реконструктивна томографія як метод інтроскопії базується на відновленні дійсних характеристик внутрішньої структури об'єкта за кінцевою (обмеженою) кількістю даних, одержаних у результаті томографічного експерименту. Ці дані за своєю суттю – лінійні інтеграли функції, що характеризує поглинальні властивості речовини об'єкта. Звідси випливає, що головною задачею рентгенівської томографії є якомога точніше відновлення функції за кінцевою (обмеженою) кількістю її лінійних інтегралів. При заданій кількості даних на роздільну здатність і точність відновлення впливає алгоритм реконструкції, причому чи не найсуттєвішим при виборі того чи іншого алгоритму постає можливість його застосування для вирішення конкретної задачі, тобто можливість відновити з достатньою якістю зображення в умовах певної скінченої кількості експериментальних даних. Щоб правильно вибрати певний алгоритм реконструкції, необхідно провести їх порівняльний аналіз і вже за його результатами зробити висновки про оптимальність застосування того чи іншого алгоритму в конкретній ситуації.

У рентгенівській томографії застосовують дві основні групи алгоритмів [1]: на основі перетворень та розкладання функції в ряд. Найпоширенішими алгоритмами першої групи є алгоритм зворотного проектування й алгоритм згортки, серед другої групи – алгоритми на основі Фур'є перетворення і група алгебраїчних алгоритмів реконструкції.

В [2] зроблено висновки, що кожна ітерація в алгебраїчних алгоритмах реконструкції вимагає приблизно 600 с машинного часу, що є за порядком близько до часу повної реконструкції згортковим алгоритмом, причому додаткові ітерації практично не впливають на якість реконструйованих зображень. Тому визначити критерії для таких алгоритмів та аналізувати їх недоцільно.

Одним із найпростіших є алгоритм сумування (зворотного проектування). Але, як показано в [3], при будь-якій реалізації вказаного алгоритму, чіткість реконструйованого зображення обмежена.

Тому обмежимося аналізом тільки двох най-

поширеніших алгоритмів реконструкції: алгоритму згортки і алгоритму на основі швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), які сьогодні знайшли чи не найбільше застосування і достатнє алгоритмічне та апаратне забезпечення.

Завдяки простоті своєї реалізації і високій точності обчислень згортковий алгоритм відновлення зображень знайшов найбільше застосування в реконструктивній томографії для паралельного пучка, зокрема, у медицині. Цей алгоритм представляє собою перетворення, в якому диференціювання і перетворення Гілберта замінені однією операцією згортки. Затрати машинного часу та об'єм пам'яті з використанням згорткового алгоритму дуже малі навіть при роботі на універсальних обчислювальних машинах, а якість реконструкції достатньо висока. Алгоритми на основі ШПФ характеризуються високою завадостійкістю.

Слід відмітити, що вказані алгоритми є найбільш прийнятними для технічної томографії. Причина полягає в тому, що в техніці кількість детекторів має бути мінімальною для забезпечення економічної доцільності застосування рентгенівської реконструктивної томографії, але час обробки і якість мають бути такими, щоб розрізнити навіть мікро- та нанонеоднорідності в об'єкті, причому за вихідними даними про кожний ракурс мають незалежно виконуватися операції обробки для іншого (попереднього) ракурсу. За таких умов і були вибрані для аналізу вищезгадані два алгоритми, які на нашу думку відповідають нижченаведеним критеріям.

Сформулюємо основні критерії порівняння алгоритмів реконструкції. Аналіз і висновки щодо оптимізації алгоритмів в томографії здійснюється на основі результатів реконструкції, тобто за якістю відновленого певними алгоритмами одного й того ж самого зображення і часом (швидкістю) цієї реконструкції. Звідси випливає необхідність оцінки якості відновленого зображення, тобто наявності певних кількісних величин, які б її характеризували.

Існує декілька методів порівняння якості реконструйованих зображень. Найбільш простим мето-

дом є візуальна оцінка. При такому порівнянні оцінюють, чи всі важливі деталі відтворені у процесі реконструкції і чи немає внесених спотворень. Недоліком подібної якісної оцінки є її суб'єктивність, оскільки спеціалісти часто розходяться в думці про те, яке з двох зображень точніше відтворює третє.

В ідеалі хотілося б мати один параметр, який би характеризував близькість реконструкції та оригінала. Але на практиці не тільки один параметр, але й набір із декількох параметрів не можуть описати всіх характерних відмінностей двох зображень [4]. Тому більшістю дослідниками застосовуються три головні оцінки - "міри" різниці між зображеннями [5]. Для визначення цих мір скористаємось такими основними термінами та визначеннями, які часто зустрічаються у літературі (наприклад, [2]).

Уся інформація в томографічному експерименті отримується у вигляді так званої проєкційної матриці, за значенням елементів якої оцінюють (реконструюють) оригінал. Сітка з n елементів ділить кадр зображення на n^2 рівних квадратів, кожний з яких називають елементом зображення (елізом). Дискретизоване зображення, або матриця зображення $n \times n$ - це зображення, елементи якого є сталими всередині елізу n -елементної сітки. Матриця зображення розміром $n \times n \in n \times n$ - дискретизоване зображення, таке, що інтеграл від вихідної функції зображення по будь-якому елізу, утвореному сіткою з n -елементів, дорівнює інтегралу від дискретизації по тому ж елізу.

Фантом складається з декількох елементарних об'єктів, які поміщують в певні місця кадру і які мають відповідну орієнтацію, розміри і густину.

Позначимо через $t_{u,v}$ і $r_{u,v}$ густини v -го елізу в u -тому рядку матриці тест-фантома і реконструкції відповідно, а \bar{t} - середнє значення густини в дискретизації тест-фантома. Припустимо, що обидві матриці зображень мають розмір $l \times l$, причому $[l/2]$ дорівнює найбільшому цілому числу, але не більше $l/2$. Тоді можемо записати такі три оцінки - "міри":

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^l \sum_{v=1}^l (t_{u,v} - r_{u,v})^2}{\sum_{u=1}^l \sum_{v=1}^l (t_{u,v} - \bar{t})^2}}, \quad (1)$$

$$r = \frac{\sum_{u=1}^l \sum_{v=1}^l |t_{u,v} - r_{u,v}|}{\sum_{u=1}^l \sum_{v=1}^l |t_{u,v}|}, \quad (2)$$

$$e = \max_{\substack{1 \leq i \leq [l/2] \\ 1 \leq j \leq [l/2]}} |T_{i,j} - R_{i,j}|, \quad (3)$$

$$\text{де } T_{i,j} = \frac{1}{4} \cdot (t_{2i,2j} + t_{2i+1,2j} + t_{2i,2j+1} + t_{2i+1,2j+1}), \quad (4)$$

$$R_{i,j} = \frac{1}{4} \cdot (r_{2i,2j} + r_{2i+1,2j} + r_{2i,2j+1} + r_{2i+1,2j+1}). \quad (5)$$

Наведені вище три міри відхилень виражають різні аспекти якості зображення. Перша з них (d - міра) є нормованою середньою квадратичною мірою відхилення. Велике відхилення в невеликій області веде до великого значення d . Відмітимо, що $d = 1$ тоді, коли реконструкція правильно відтворює зображення з рівномірно розподіленою середньою густиною. Друга міра (r - міра) є нормованою абсолютною середньою мірою відхилення. У протилежність d - мірі r - міра фіксує наявність великої кількості малих похибок. Очевидно, що $r = 1$ тоді, коли реконструкції мають густину, рівну нулю по всіх елізах. Третя міра (e - міра) характеризує екстремальні відхилення. Її значення дорівнює найбільшій різниці в густині між $[l/2] \times [l/2]$ - матрицями тест-фантома і реконструкції. При обчисленні e - міри використовується дискретизація з більшим кроком, ніж для реконструкції, так як розмір найменших деталей у фантомі дорівнює декільком елізам, і на практиці в основному використовують осереднені значення густини в цих елізах, що суттєво підвищує надійність оцінки.

Для проведення порівняльного аналізу розроблена математична модель томографічного експерименту, яка у вигляді тест-програми відтворює алгоритми реконструкції за моделлю - фантомом реального об'єкта. Скористаємось запропонованим Шеппом-Логаном [6] фантомом, зображення якого подане на рис. 1, особливістю якого є те, що деякі деталі зображення накладаються одне на одне, що краще моделює реальну структуру певного об'єкту.

Для моделювання результатів застосування різних алгоритмів необхідно мати так звані проєкційні дані, тобто дані, які в реальному експерименті визначаються детекторами. Ці дискретизовані дані і використовують будь-які алгоритми реконструкції. Реально тест - програма складається з двох частин: перша дозволяє отримати проєкційні дані, друга - реконструює зображення за цими даними вибраним алгоритмом реконструкції.

Щоб отримати проєкційні дані, програма представляє вихідне зображення (рис. 1) у вигляді дискретної функції - матриці (нулі і одиниці). Одиниця - це найбільше значення густини в певному елізі, нуль - найменше. Щоб отримати проєкцію даного зображення, використовується підпрограма, яка реалізує пряме перетворення Радона. Другий блок програми дає можливість вибрати один із двох вищевказаних алгоритмів, за яким буде відбуватися реконструкція, кількість датчиків і кількість ракурсів скануючої системи. При необхідності програмою передбачено можливість вибору різних методів інтеполяції.

Після реконструкції отримане зображення так само представляється у вигляді дискретизованої

функції, тобто матриці із значеннями щільності функції в кожному елізі. Така матриця є апроксимацією дискретизованого фантома. Матриці вихідного й реконструйованого зображення рівні за розміром - мають однакову кількість стовпчиків і рядків, - що дає можливість застосування формул (1-5) для визначення міри близькості між ними. Завдяки цьому також можливе порівняння значень отриманих густин в кожному пікселі по будь-якому стовпчику або рядку матриці. Дану інформацію можливо подати у вигляді графіку (наприклад, рис. 3). Неспівпадання або розходження значень щільності можна визначити кількісно.

Для порівняння якості двох алгоритмів реконструкції задавалися кількість детекторів і кількість положень скануючої системи (ракурсів).

При кількості детекторів 100 і 100 ракурсах при застосуванні алгоритму згортки і швидкого перетворення Фур'є отримуємо зображення, яке показано на рис. 2 і є однаковим для двох алгоритмів.



Рис. 1. Тест-фантом Шеппа-Логана

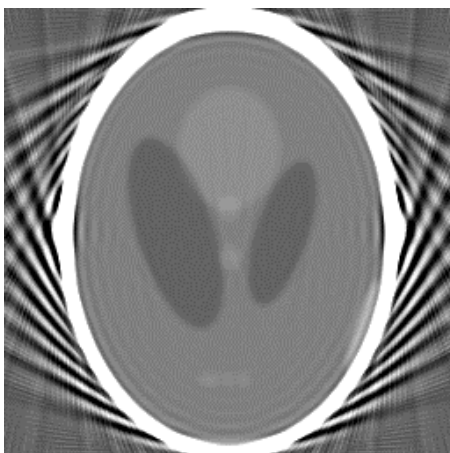


Рис. 2. Реконструйоване зображення за даними, отриманими від 100 детекторів і при 100 ракурсах

При порівнянні реконструйованого зображення із зрізцем були отримані такі значення мір від-

хильень: $d=0,4098680$; $r=0,572808$; $e=0,419994$ для згортки і $d=0,439264$; $r=0,622467$; $e=0,492438$ для ШПФ. Додаткове порівняння розподілу щільності по 140 рядку проекційної матриці відновленого згорткою зображення (пунктирна лінія) і тест-фантому (суцільна лінія) дало картину, яка показана на рис. 3.

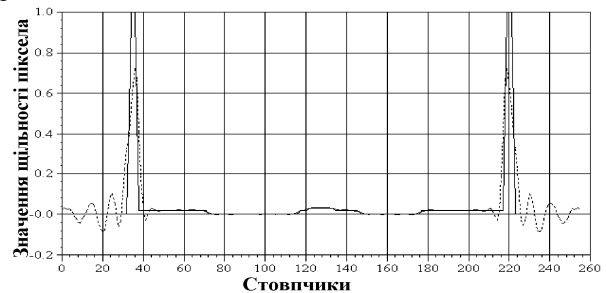


Рис. 3. Порівняння значень густин по 141-му рядку реконструйованого фантому

На графіку рис. 3 чітко видно коливання значень густин у реконструйованому зображенні при різкій зміні густини в самому об'єкті. Треба відзначити, що основну похибку у відновлене зображення вносить якраз різкий перехід від одного матеріалу об'єкта до іншого. При цьому неточно відображається величина найбільшої густини в об'єкті.

Дослідження реконструкції зображення для 100 детекторів і 200 ракурсів дозволили отримати результати, які приведені на рис. 4.

Як видно з рис. 3 і 4 кількість ракурсів, тобто поворотів скануючої системи, зовсім не впливає на значення і характер розподілу густин в реконструйованому зображенні. На практиці збільшення ракурсів для отримання проекційної матриці веде до ускладнення технічного виконання сканера, що призводить до суттєвого підвищення вартості томографічної установки при несуттєвому збільшенні якості реконструкції. При порівнянні реконструйованого зображення із зрізцем $d = 0,409325$; $r = 0,6567922$; $e = 0,420352$ для згортки і $d = 0,409674$; $r = 0,571949$; $e = 0,419236$ для ШПФ. Ці дані при порівнянні з попередніми значеннями r , d , e тільки підтверджують вищевказане.

При кількості детекторів 200 і 100 (200) ракурсів порівняння відновлених різними алгоритмами зображень між собою отримані такі результати: $d = 8,361326 \cdot 10^{-11}$; $r = 8,21094 \cdot 10^{-13}$; $e = 9,3132 \cdot 10^{-10}$ при 100 ракурсах і $d = 9,8324 \cdot 10^{-11}$; $r = 2,1298 \cdot 10^{-12}$; $e = 9,3132 \cdot 10^{-10}$ при 200 ракурсах (рис. 5). Звідси можна зробити висновок, що при відносно великій кількості датчиків і ракурсів якість зображення майже однакова.

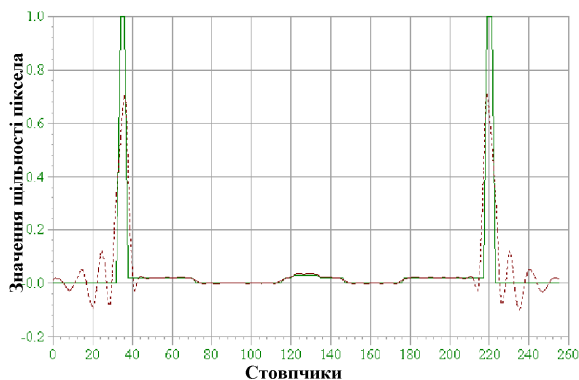


Рис. 4. Порівняння значень щільності по 141-му рядку реконструйованого згорткою зображення і тест-фантому за даними від 100 датчиків і при 200 ракурсах

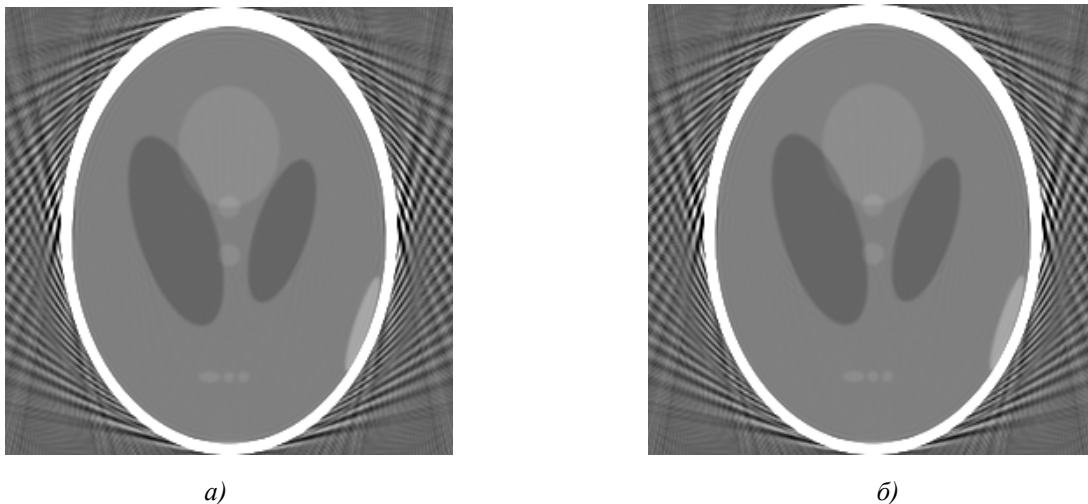


Рис. 5. Реконструйовані зображення при кількості детекторів 200 і 200 ракурсах із застосуванням алгоритму згортки (а) і швидкого перетворення Фур'є (б)

1. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. Пер. с англ. - М.: Мир, 1992. - 268 с. 2. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии. Пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 352 с. 3. Gordon R., Herman G. T. Three-dimensional reconstruction from projections: a review of algorithms // International Review of Cytology. - 1994. - Vol. 38. - P. 111-151. 4. Бограчев М. В., Пасечник В. И. Оценка

Таким чином, враховуючи результати порівняння двох алгоритмів реконструкції, можна зробити висновки щодо "оптимальності" певного алгоритму. Кожний алгоритм досягає поставленої мети – реконструює зображення – але з різними характеристиками процесу відновлення. Відмінність між ними можна виявити за критеріями оцінки алгоритмів.

При поставлених вимогах оптимальнішим є згортковий алгоритм. В медицині, де є необхідним застосування великої кількості давачів і ракурсів і якість зображення, реконструйованого різними алгоритмами реконструкції майже однакова, згортковий алгоритм став найпоширенішим завдяки швидкості обробки інформації. Враховуючи результати аналізу за критерієм "якість зображення" і за часом реконструкції цей алгоритм можна вважати оптимальним для застосування і в технічній томографії.

точности восстановления температуры в пассивной термоакустической томографии // Акустический журнал. - 1999. - Т. 45/6. - С. 11-13. 5. Herman G. T. Two direct methods for reconstructing pictures from their projections: a comparative study // Comput. Graphics Image Processing. - 1972. - № 1. - P. 123-144. 6. Shepp L. A., Logan B. F. The Fourier reconstruction of head section // IEEE Trans. Nucl. Sci. - 1986. - № 21. - P. 21-43.