

Отримані математичні моделі вимірювальних гідродинамічних перетворювачів та розроблені алгоритми обробки їх вихідних сигналів можуть бути застосовані для вирішення задач контролю реологічних характеристик друкарських фарб і покривних сумішей.

1. Grön J., Molarius-Mäyränen S., Änäs P.-H. Improving the Process Runnability and FCO Quality by Optimizing the Coating Color Composition // TAPPI Proceedings 1997 Coating Conference. 2. Salminen P., Roper III J., Urscheler R., Chase D. Optimizing the Coating Formulation to Reduce Misting in High-Speed Film Coating // TAPPI Proceedings 1996 Metered Size Press Forum. 3. Hilden K. K., Mustonen I. UltraHigh Shear Viscometer application data sheet // August 1995, Vol. 1.2 4. Практика офсетного друку – Львів: Палітра друку, 2001. – 264 с. 5. Тюриков Д., Вассерман И., Лялина Э. О реологических свойствах печатных красок // Полиграфическое производство. – 1961. - № 1. – С. 27-29. 6. Canard P. Rheological Properties of Coating Colors at High Shear Rates and Their Behavior on Blade Coaters // Tappi Journal. – 1974. - Vol. 57. - № 11. 7. Анісімова С. Властивості

друкарських фарб і їх вплив на якість відбитків // Палітра друку. - 1988. - № 3. - С. 38-45. 8. Смольский Б. М., Шульман З. П., Гориславец В. М. Реодинамика и теплообмен нелинейно вязкопластичных материалов. – Минск: Наука и техника, 1970. – 448 с. 9. Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров. – М.: Химия, 1979. – 368 с. 10. Пістун Є. П., Крих Г. Б. Принципи побудови гідродинамічних вимірювальних перетворювачів на базі дросельних матриць // Методи та прилади контролю якості. - 2000. - № 5. - С. 56-59. 11. Крых А. Б. Гидродинамические измерительные системы физико-механических параметров неньютоновских жидкостей // Теплоэнергетические системы и устройства. Вісник Львів. політехн. ін-ту. – 1984. – № 208. - С. 36-38. 12. Крих Г. Б. Методика оброблення сигналів гідродинамічних вимірювальних перетворювачів реологічних параметрів неньютоновських рідин. // Теплоенергетика. Інженерія довілля. Автоматизація. Вісник ДУ “Львівська політехніка”. – 1999. - № 378. - С. 86-88. 13. Розум Т., Дорош А.. Реологічні характеристики фарб флексографічного друку // Поліграфія 2000. – 2000. - № 5. - С. 48-49.

УДК 622.243:681.513.6:519.216

ТОЧНІСТЬ МЕТОДУ ВИЯВЛЕННЯ МЕЖІ ПЛАСТІВ

© Горбійчук М. І., 2002

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Показано, що точність алгоритму виявлення межі пластів визначається двома величинами – часом затримки і дисперсією випадкової послідовності G_k в кожний дискретний момент часу. Наведена методика їх обчислення і показано їх вплив на процес знаходження межі пластів.

В роботі [1] запропонований метод виявлення зміни межі пластів, що розбурюються, в основі якого лежить спостереження за K_ϵ - показником. Цей показник визначається як швидкість зміни оцінки озброєння долота.

Оцінка озброєння долота ϵ – це відношення початкової швидкості буріння v_0 до її поточного значення v_t . При бурінні в однорідних породах K_ϵ залишається постійним, а після того, як долото перейшло в інший пласт, він стрибкоподібно змінює своє значення.

Оскільки на вимірюване значення K_ϵ - показника накладається значна перешкода, то момент зміни фізико-механічних властивостей порід маскується цією перешкодою. Тому для надійного визначення межі пластів був запропонований метод, в основі якого лежить наступне ітераційне співвідношення:

$$G_k = \sqrt{1 - \frac{1}{k} G_{k-1} + \frac{g_k - 1}{\sigma_k \sqrt{2k}}}, \quad (1)$$

де $g_k = \frac{1}{\sigma_{K_\epsilon}^2} (K_\epsilon - \bar{K}_\epsilon)^2$; $\sigma_{K_\epsilon}^2$ - дисперсія перешкоди,

яка підпорядковується нормальному закону розподілу; \bar{K}_ϵ - математичне сподівання випадкової величини.

Нехай k_0 – момент переходу долота із одного пласта в інший, які відрізняються своїми фізико-механічними властивостями. Тоді [1]

$$M[G_k] = 0, \quad 0 \leq k \leq k_0.$$

Після того, як долото перейшло в інший пласт,

$$M[G_k] = \frac{1}{(2k)^{1/2}} S_M (k - k_0), \quad (2)$$

де $S_M = \frac{\Delta K_\varepsilon^2}{\sigma_{K_\varepsilon}^{(1)2}} + \frac{\sigma_{K_\varepsilon}^{(2)2}}{\sigma_{K_\varepsilon}^{(1)2}} - 1$; $\Delta K_\varepsilon = K_\varepsilon^{(2)} - K_\varepsilon^{(1)}$; індекси “1” і “2” визначають значення відповідних величин для двох суміжних пластів, які мають різні фізико-механічні властивості.

Таким чином, до моменту часу k_0 значення G_k коливається біля середнього значення, а при $k > k_0$ послідовність G_k в середньому зростає з плином часу.

Для виявлення моменту переходу долотом межі пластів застосуємо процедуру порівняння на кожному кроці вимірювань (обчислень) значення G_k з деяким порогом Δ_e . За оцінку моменту k_0 зміни властивостей пласта береться значення k_1 , для якого виконується умова

$$|G_k| \geq \Delta_e. \quad (3)$$

Оскільки G_k - це випадкова величина, яка має певний закон розподілу, то задача визначення Δ_e зводиться до задачі попадання випадкового значення G_k у визначений момент часу $k < k_0$ на задану ділянку $[\Delta_{-e}, \Delta_e]$, методика визначення якої розроблена в [1].

Точність G-алгоритму виявлення межі пластів, що розбурнуються, будемо характеризувати часом затримки \mathcal{E} , який визначимо як різницю між двома моментами часу k_0 і k_1 :

$$\mathcal{E} = k_1 - k_0, \quad (4)$$

де k_1 - момент часу, коли в середньому зафіксовано перехід долота через межу пластів $k_1 = M[k_1]$; k_0 - момент часу, коли відбулася фактична зміна пластів.

Як впливає із формули (2), при $k = k_1$ ($k > k_0$)

$$M[G_k] = \frac{1}{(2k_1)^{1/2}} S_M \mathcal{E}. \quad (5)$$

Так як при $k = k_1$, а $M[G_k] = \Delta_e$, то

$$\Delta_e = \frac{1}{(2k_1)^{1/2}} S_M \mathcal{E}. \quad (6)$$

Оскільки $k_1 = k_0 + \mathcal{E}$, то $S_M^2 \mathcal{E}^2 - 2\Delta_e^2 \mathcal{E} - 2\Delta_e^2 k_0 = 0$. Розв'язком останнього рівняння буде таким:

$$\mathcal{E} = \left(\frac{\Delta_e}{S_M} \right)^2 \left(1 + \sqrt{1 + 2k_0 \left(\frac{S_M}{\Delta_e} \right)^2} \right). \quad (7)$$

Аналіз формули (7) показує, що час затримки \mathcal{E} визначається співвідношенням значень порогу Δ_e і величини S_M , а також значенням часу k_0 .

Графік залежності \mathcal{E} від часу k_0 показаний на рис. 1, із якого випливає, що збільшення часу k_0 приводить до зростання величини \mathcal{E} . Це означає, що величина часу затримки визначається вибором моменту спостережень k_0 , який і обумовлює значення величини \mathcal{E} . Очевидно, що мінімальне значення \mathcal{E} при певному значенні співвідношення Δ_e / S_M буде тоді, коли $k_0 = 0$ (див. (7)):

$$\mathcal{E}_0 = 2 \left(\frac{\Delta_e}{S_M} \right)^2. \quad (8)$$

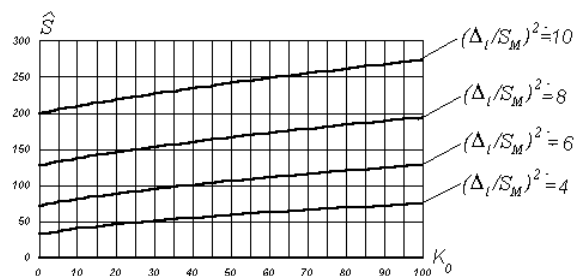


Рис. 1. Залежність часу затримки \mathcal{E} від моменту K_0 , при якому долото перейшло межу пластів

На рис. 2 показано як змінюється час затримки \mathcal{E} в залежності від співвідношення Δ_e / S_M при різних постійних значеннях часу k_0 . Видно, що збільшення величини Δ_e / S_M приводить до зростання часу затримки \mathcal{E} . При необмеженому зростанні співвідношення Δ_e / S_M час затримки \mathcal{E} , як це випливає із (7), буде визначатись величиною $\mathcal{E}_0 \approx \left(\frac{\Delta_e}{S_M} \right)^2$, тобто при великих значеннях Δ_e / S_M час затримки \mathcal{E} зростає в квадратичній залежності.

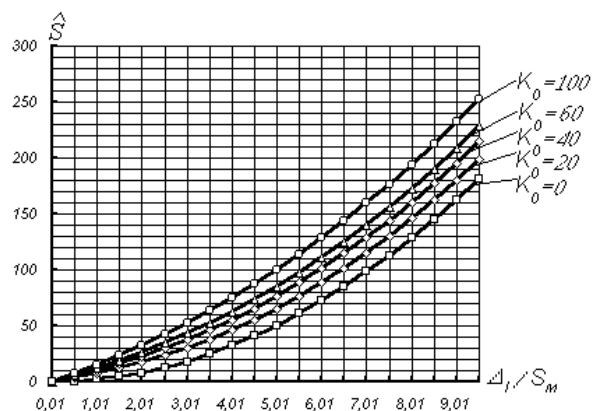


Рис. 2. Залежність часу затримки \mathcal{E} від співвідношення Δ_e / S_M

Збільшення Δ_e/S_M може відбутися з таких причин:

збільшення порогу Δ_e ;

зростання дисперсій $\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}$ і $\sigma_{K\varepsilon}^{(2)2}$, коли $\sigma_{K\varepsilon}^{(2)}/\sigma_{K\varepsilon}^{(1)} \rightarrow 1$;

зменшення різниці ΔK_ε .

При $\Delta_e/S_M \rightarrow 0$ час затримки \mathfrak{E} гранично наближається до нуля. Очевидно, що затримка \mathfrak{E} відсутня тільки тоді, коли $\sigma_{K\varepsilon}^{(1)} = \sigma_{K\varepsilon}^{(2)} = 0$.

Якість і ефективність G -алгоритму також характеризує дисперсія σ_G^2 випадкової послідовності G_k в кожний дискретний момент часу k , яку обчислюють за формулою:

$$\sigma_G^2 = M[G_k^2] - M^2[G_k]. \quad (9)$$

Математичне сподівання $M[G_k]$ випадкової послідовності G_k визначається за формулою (5).

Враховуючи те, що $G_k = \sum_{i=1}^k (g_i - 1) / \sigma_{K\varepsilon}^2 \sqrt{2k}$, можемо записати, що

$$M[G_k^2] = M\left[\frac{1}{2k} \left(\sum_{i=1}^k (g_i - 1)\right)^2\right]. \quad (10)$$

Введемо позначення $g_i - 1 = \zeta_i$, а суму $\sum_{i=1}^k \zeta_i$ розіб'ємо на дві складові:

$$\sum_{i=1}^k \zeta_i = \sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i + \sum_{j=1}^S \zeta_j. \quad (11)$$

Тоді

$$M[G_k^2] = M\left[\frac{1}{2k} \left(\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i + \sum_{j=1}^S \zeta_j\right)^2\right],$$

або

$$M[G_k^2] = \frac{1}{2k} M\left[\left(\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i\right)^2 + 2 \sum_{j=1}^S \zeta_j \sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i + \left(\sum_{j=1}^S \zeta_j\right)^2\right].$$

Оскільки величини ζ_i і ζ_j є статистично незалежними, то

$$M\left[\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i \sum_{j=1}^S \zeta_j\right] = \sum_{i=1}^{k_0} M[\zeta_i] \sum_{j=1}^S M[\zeta_j].$$

Враховуючи те, що для $k < k_0$ $M[\zeta_i] = M[g_i - 1] = 0$, маємо, що

$$M[G_k^2] = \frac{1}{2k} \left(M\left[\left(\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i\right)^2\right] + M\left[\left(\sum_{j=1}^S \zeta_j\right)^2\right] \right). \quad (12)$$

Обчислимо

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i\right)^2 &= \zeta_1^2 + \zeta_2^2 + \dots + \zeta_{k_0}^2 + \\ &2(\zeta_1\zeta_2 + \dots + \zeta_r\zeta_s + \dots + \zeta_{k_0-1}\zeta_{k_0}). \end{aligned}$$

Так як величини ζ_r і ζ_s статистично незалежні, то

$$M\left[\left(\sum_{i=1}^{k_0} \zeta_i\right)^2\right] = k_0 a_2 + k_0(k_0 - 1) a_1^2, \quad (13)$$

де $a_1 = M[\zeta_i]$, $a_2 = M[\zeta_i^2]$ – початкові моменти відповідно першого і другого порядків.

Аналогічно знаходимо, що

$$M\left[\left(\sum_{j=1}^S \zeta_j\right)^2\right] = S a_2 + S(S - 1) a_1^2. \quad (14)$$

Для моментів часу $k < k_0$

$$a_1 = M[\zeta_1] = M[g_i - 1] = 0, \quad (15)$$

$$a_2 = M[\zeta_i^2] = M[(g_i - 1)^2] = M[g_i^2] - 2M[g_i] + 1. \quad (16)$$

Якщо врахувати, що $g_i = \frac{1}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} \Delta K_\varepsilon^{(1)2}$ і прийняти гіпотезу про нормальність розподілу величини $\Delta K_\varepsilon^{(1)} = K_\varepsilon^{(1)} - \mathfrak{K}_\varepsilon^{(1)}$, то $M[g_i^2] = 3$, а $M[g_i] = 1$. Отже $a_2 = 2$.

Для значень $k > k_0$ будемо мати: $a_1 = M[g_i - 1] = M[g_i] - 1$.

Враховуючи значення g_i , знаходимо, що

$$M[g_i] = \frac{1}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} M\left[\left(\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon + \Delta K_\varepsilon^{(2)}\right)^2\right] = \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^2}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} + d_{K\varepsilon}^2,$$

де $d_{K\varepsilon} = \frac{\sigma_{K\varepsilon}^{(2)}}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)}}$, $\sigma_{K\varepsilon}^{(2)2} = M[\Delta K_\varepsilon^{(2)2}]$ – дисперсія випадкової послідовності $\Delta K_\varepsilon^{(2)}$.

Із останнього результату випливає, що

$$a_1 = \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^2}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} + d_{K\varepsilon}^2 - 1. \quad (17)$$

Тепер обчислимо a_2 , використавши співвідношення (16). Для цього обчислимо

$$\begin{aligned} M[g_i^2] &= \frac{1}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)4}} \left(\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon + \Delta K_\varepsilon^{(2)}\right)^4 = \\ &= \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^4}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)4}} + 6 \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^2}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} d_{K\varepsilon}^2 + 3d_{K\varepsilon}^4. \end{aligned}$$

Якщо врахувати $M[g_i]$ для $k > k_0$, то

$$a_2 = \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^4}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)4}} + 2 \frac{\Delta \mathfrak{K}_\varepsilon^2}{\sigma_{K\varepsilon}^{(1)2}} (3d_{K\varepsilon}^2 - 1) + 3d_{K\varepsilon}^4 - 2d_{K\varepsilon}^2 + 1. \quad (18)$$

Підставляючи значення a_1 і a_2 для $k < k_0$ в (12), знаходимо, що

$$\sigma_G^2 = \frac{1}{2k} (2k_0 + S a_2 + S(S-1)a_1^2) - M^2[G_k].$$

Порівнюючи між собою співвідношення для S_M і (17), приходимо до висновку, що $S_M = a_1$.

Тому $M[G_k] = \frac{S a_1}{(2k)^{1/2}}$ і

$$\sigma_G^2 = \frac{1}{2k} (2k_0 + S(a_2 - a_1^2)). \quad (19)$$

Для моменту часу $k = k_1$, коли функція $M[G_k]$ перетинає поріг Δ_ϵ і $S = \mathcal{E}$, має місце співвідношення

$$\mathcal{E}_G^2 = \frac{1}{2(k_0 + \mathcal{E})} (2k_0 + \mathcal{E}(a_2 - a_1^2)). \quad (20)$$

Якщо в формулі (20) \mathcal{E} прийме нульове значення (немає затримки), то $\mathcal{E}_G^2 = 1$. Це очікуваний результат. Оскільки G_k - нормалізована послідовність, яка має нормальний закон розподілу до моменту переходу долотом межі пластів, то її параметри $m_G = 0$ і $\mathcal{E}_G^2 = 1$. Тому для характеристики ефективності алгоритму доцільно розглядати не абсолютне значення \mathcal{E}_G^2 , а її приріст відносно $\mathcal{E}_G^2 = 1$, тобто $\Delta\sigma_G^2 = \mathcal{E}_G^2 - 1$.

Беручи до уваги значення \mathcal{E}_G^2 , яке обчислюється за формулою (20), отримуємо, що $\Delta\sigma_G^2 = \frac{a_2 - a_1^2 - 2}{2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{k_0 + \mathcal{E}}$. Введемо таке позначення $a_G = (a_2 - a_1^2 - 2)/2$. Тепер останню формулу

подамо у такому вигляді: $\Delta\sigma_G^2 = a_G \cdot \frac{\mathcal{E}}{k_0 + \mathcal{E}}$. Оскільки $k_2 = 2$, то $a_G = (\Delta a_2 - a_1^2)/2$, де $\Delta a_2 = a_2 - k_2$. Якщо врахувати значення a_1 і a_2 , то

$$a_G = d_{K_\epsilon}^2 \left(d_{K_\epsilon}^2 + 2 \frac{\Delta k_\epsilon^2}{\sigma_{K_\epsilon}^2(1)^2} \right) - 1.$$

Графік залежності $\Delta\sigma_G^2$ від часу затримки \mathcal{E} показаний на рис. 3, із якого випливає, що величина $\Delta\sigma_G^2$ монотонно зростає до значення a_G .

Значення a_G залежить в основному від співвідношення дисперсії шумів d_{K_ϵ} до і після переходу долотом межі пластів.

В тому випадку, коли дисперсії шумів однакові $d_{K_\epsilon} = 1$ і

$$\tilde{a}_G = 2 \frac{\Delta k_\epsilon^2}{\sigma_{K_\epsilon}^2(1)^2}.$$

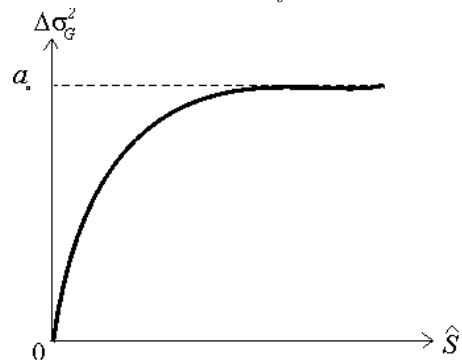


Рис. 3. Залежність дисперсії $\Delta\sigma_G^2$ від часу затримки \mathcal{E}

При $d_{K_\epsilon} > 1$ верхня межа $\Delta\sigma_G^2$ буде лежати вище значення \tilde{a}_G , а при $d_{K_\epsilon} < 1$ - нижче \tilde{a}_G .

Таким чином, ефективність алгоритму виявлення моменту переходу долотом межі пластів залежить в основному від співвідношення шумів d_{K_ϵ} . При $d_{K_\epsilon} < 1$ ефективність алгоритму зростає, а при $d_{K_\epsilon} > 1$ - зменшується.

І. Горбійчук М. І. Методика і алгоритми визначення меж пластів гірських порід у процесі проводки глибоких свердловин // Методи та прилади контролю якості. - 1999. - № 3. - С. 28-30.