УДК 681.5.033

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНОЇ ФУНКЦІЇ ВИХІДНОГО СИГНАЛУ ТИПОВОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА СИСТЕМ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

І. В. Маслов

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 48000
e-mail: doberman@omen.ru

Анализируются параметры оператора типичного преобразователя системы контроля с целью обеспечения наименьших потерь информации в условиях действия адитивных паразитных сигналов.

Parameters of the operator of the typical converter of the monitoring system are analyzed with the purpose of maintenance of the least losses of the information in conditions of action additive parasitic signals.

Системи контролю можна характеризувати з різних позицій [1]. Але поряд з важливістю загального підходу до аналізу метрологічних характеристик систем контролю технологічних параметрів промислових об'єктів як перетворювачів корисних інформаційних електричних сигналів з врахуванням дії завад і шумів більш складною і актуальною є задача ідентифікації, яка полягає в синтезі характеристик і параметрів оператора перетворювача

$$y(t)=G[x(t)]\ ,\ t\in T\ ,$$

при заданих імовірних характристиках процесів на вході $x(t)$ і виході $y(t)$ для забезпечення найменших втрат інформації в умовах дії паразитних сигналів природного (термодинамічні флуктуації) та штучного (імпульсні атмосферні і промислові завади, інтерференція сигналів в оптичних каналах зв'язку) походження.

При описі випадкових процесів ортонормованими поліномами Лежандра на основі квадратурної формули Гаусса [2]

$$y(t)=\lim_{m\to\infty} g(n)\ ,$$

де функція $g(n)$ залежить від нелінійності тракту перетворювача і спектральної щільності потужності сигналу завад $n(t)$ в смузі дії корисного сигналу; m – степінь інтерполяційного поліному.

Для типового нелінійного інерційного перетворювача системи, який складається з дискримінатора і інтегратора, наведені рівняння зводяться до вигляду

$$y(T)=\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{m}\lambda_i(u_i+\mu_i)^2\ , \qquad (1)$$

де λ_i, u_i та μ_i – незалежні гауссові випадкові змінні параметрів вхідного сигналу і перетворювача з нульовим середнім значенням і одиничною дисперсією.

В загальному вигляді знайти щільність імовірності $y(t)$ важко. Однак, при застосуванні сигнальної математичної моделі на основі квадратур Гаусса це можна зробити простіше ніж іншими методами.

Опишемо характеристичну функцію вихідного сигналу перетворювача формулою

$$M_y(\vartheta)=E\left[exp\{j\vartheta\, y(T)\}\right]=$$

$$=E\left[exp\left\{j\vartheta\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{2m}\lambda_i(u_i+\mu_i)^2\right\}\right]=$$

$$=\lim_{m\to\infty}\prod_{i=1}^{2m}E\left[exp\left\{j\vartheta\lambda_i(u_i+\mu_i)^2\right\}\right].$$

Застосувавши перетворення Фур'є для неперіодичної функції, отримуємо

$$M_y(\vartheta)=\lim_{m\to\infty}\prod_{i=1}^{2m}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\alpha^2/2}\cdot e^{j\vartheta\lambda_i(\alpha+\mu_i)^2}d\alpha=$$

$$=\lim_{m\to\infty}\prod_{i=1}^{2m}(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-1/2}\cdot e^{j\lambda_i\mu_i^2\vartheta/(1-j2\lambda_i\vartheta)}.$$

Якщо ряд (1) збігається і визначається N членами, то характеристична функція перетворювача $M_y(\vartheta)$ може бути знайдена наближено

$$M_y(\vartheta)=\prod_{i=1}^{N}(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-1/2}\cdot e^{j\lambda_i\mu_i^2\vartheta/(1-j2\lambda_i\vartheta)}.\ (2)$$

Введемо позначення

$$F_i=(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-1/2}\cdot e^{j\lambda_i\mu_i^2\vartheta/(1-j2\lambda_i\vartheta)}=$$

$$=e^{-\mu_i^2/2}\cdot(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-1/2}\cdot e^{-\mu_i^2/2(1-j2\lambda_i\vartheta)}=$$

$$=e^{-\mu_i^2/2}\cdot(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-1/2}\times$$

$$\sum_{k_{i1}=0}^{\infty}\frac{(\mu_i^2/2)^{k_{i1}}}{k_{i1}!}(1-j2\lambda_i\,\vartheta)^{-k_{i1}}$$

Позначивши найменше значення власної величини λ_i через λ_1, отримуємо

$$1 - j2\lambda_i\,\vartheta =$$
$$= \frac{\lambda_i}{\lambda_1}(1 - j2\lambda_1\,\vartheta)\cdot\left[1 - (1 - \lambda_1/\lambda_i)\cdot(1 - j2\lambda_1\vartheta)^{-1}\right].$$

Після підстановки останнього рівняння в попереднє маємо

$$F_i = e^{-\mu_i^2/2}\cdot\sum_{k_{i1}=0}^{\infty}\left[\frac{\left(\mu_i^2/2\right)^{k_{i1}}}{k_{i1}!}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_{i1}+\frac{1}{2}}\times\right.$$
$$\left.\times(1 - j2\lambda_1\,\vartheta)^{-\left(k_{i1}+\frac{1}{2}\right)}\left(1 - \frac{1-\lambda_1/\lambda_i}{1 - j2\lambda_1\,\vartheta}\right)^{-\left(k_{i1}+\frac{1}{2}\right)}\right]. \quad (3)$$

Розклавши елементарну функцію $(1-x)^{-k}$ при $|x|<1$ з від'ємним показником в біноміальний ряд [112]

$$(1-x)^{-k} = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n C_n^{-k} x^n,$$

де $C_n^{-k} = C_n^{n-k}$ – сполучення із n по $n-k$, запишемо (3) у вигляді

$$F_i = e^{-\mu_i^2/2}\times$$
$$\times\sum_{k_{i1}=0}^{\infty}\frac{\left(\mu_i^2/2\right)^{k_{i1}}}{k_{i1}!}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_{i1}+\frac{1}{2}}(1 - j2\lambda_1\,\vartheta)^{-\left(k_{i1}+\frac{1}{2}\right)}\times$$
$$\times\sum_{k_{i2}=0}^{\infty}(-1)^{k_{i2}} C_{k_{i2}}^{-k_{i1}-\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_{i2}}(1 - j2\lambda_1\,\vartheta)^{-k_{i2}}.$$

Об'єднавши члени $k_{i1} + k_{i2} = k_i$, приходимо до

$$F_i = e^{-\mu_i^2/2}\cdot\sum_{k_i=0}^{\infty}B_{k_i}(1 - j2\lambda_1\,\vartheta)^{-\left(k_1+\frac{1}{2}\right)}, \quad (4)$$

де
$$B_{k_i} = \sum_{\substack{k_{i1}+k_{i2}=k_i\\ k_{i1}=0,1,\dots,k_i\\ k_{i2}=0,1,\dots,k_i}}\left[\frac{\left(\mu_i^2/2\right)^{k_{i1}}}{k_{i1}!}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_{i1}+\frac{1}{2}}\times\right.$$
$$\left.\times\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_{i2}}(-1)^{k_{i2}} C_{k_{i2}}^{-k_{i1}-\frac{1}{2}}\right].$$

При $\mu_i = 0$ коефіцієнт B_{ki} дорівнює

$$B_{ki} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_i}\right)^{k_i}(-1)^{k_i} C_{k_i}^{-\frac{1}{2}}.$$

Після підстановки величини F_i із виразу (4) в (2) отримуємо наступне наближене рівняння для характеристичної функції вихідного сигналу перетворювача

$$M_y(\vartheta) = exp\left\{-\sum_{i=1}^{N}\mu_i^2\Big/2\right\}\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{\infty}B_k(1 - j2\lambda_1\vartheta)^{-\left(k+\frac{N}{2}\right)}\cdot exp\left\{\frac{\mu_1^2}{2(1 - j2\lambda_1\vartheta)}\right\},$$

де
$$B_k = \sum_{\substack{k_2+\dots+k_N=k;\\ k_2=0,1,\dots,k;\\ \dots\dots\dots\dots\\ k_N=0,1,\dots,k;}}\prod_{i=2}^{N}B_{ki}.$$

Звідси можна отримати вираз для щільності ймовірності функції $y(T)$

$$p_y(\alpha) = exp\left\{-\sum_{i=1}^{N}\mu_i^2\Big/2\right\}\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{\infty}C_k(2\lambda_1)^{-\left(k+\frac{N}{2}\right)}\cdot\left(\frac{4\lambda_1\alpha}{\mu_1^2}\right)^{\frac{2k-2+N}{4}}\times$$
$$\times exp\left\{-\frac{\alpha}{2\lambda_1}\right\}I_{\left(k-1+\frac{N}{2}\right)}\left(\sqrt{\frac{\mu_1^2\alpha}{\lambda_1}}\right),$$

де $I(\bullet)$ – є функція Бесселя першого роду. Графіки розподілу щільності імовірності вихідного сигналу типового нелінійного інерційного перетворювача при різних смугах його пропускання і співвідношеннях корисного сигналу до завад на його вході зображені на рис. 1. Вони відповідають загальному закону розподілу Релея.

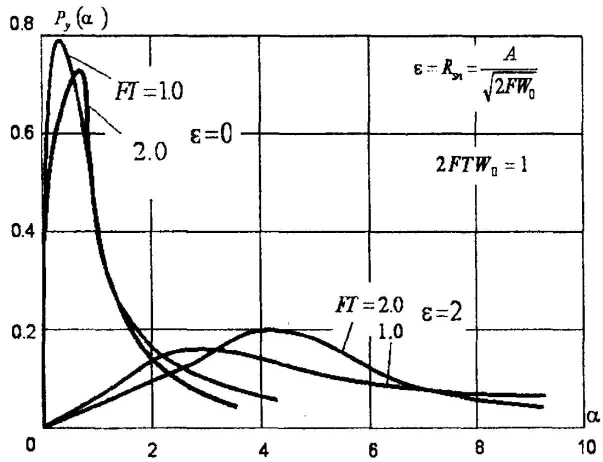

Рисунок 1 – Щільність імовірності вихідного сигналу нелінійного інерційного перетворювача

Теоретичний аналіз типового нелінійного перетворювача сигналів в системах контролю виконаний в присутності адитивних завад. Отримані аналітичні рівняння і побудовані графіки математичного моделювання характеристик і параметрів оператора перетворення можуть бути покладені в основу оптимізації пристроїв систем контролю.

Література

1. Маєвський С.М., Бабак В.П., Щербак Л.М. Основи побудови систем аналізу сигналів у неруйнівному контролі. – К.: Либідь, 1993. – 200 с.
2. Маслов І.В. Дослідження випадкових процесів в технічних засобах контролю та діагностики // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Методи і засоби технічної діагностики. – №37 (том 8). – Івано-Франківськ: ІФДТУНГ, 2000. – С. 59-67
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

УДК 622.691.24.519

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ГАЗОДИНАМІЧНОГО ПРОЦЕСУ В ПСГ ЗА УМОВ ПРУЖНОГО РЕЖИМУ ЗАКАЧКИ ГАЗУ

Р. Я. Шимко, В. Я. Грудз, Д. Ф. Тимків, Я. В. Грудз

ДК "Укртрансгаз", 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 48000
e-mail: doberman@omen.ru

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42157
e-mail: public@ifdtung.if.ua

Создана математическая модель газодинамических процесов, происходящих в продуктивном горизонте при создании подземного хранилища газа в водоносном пласте. Приводятся основные уравнения, краевая задача и алгоримт реализации модели.

The mathematical model of gas-dynamic process, occurring in producing horizon at created at creation of underground gas storage in water producing formation. The basic equations, boundary value and algoritm of realization of model are represented

При закачці газу в продуктивний горизонт в умовах пружного режиму важливе значення має процес формування газового простору і пов'язаний з ним процес переміщення газоводяного контакту (ГВК). Визначальними факторами впливу на вказані процеси є пластовий тиск та темп закачки газу, від яких залежить швидкість фільтрації газу і води в пористому середовищі.

Газогідродинамічна одномірна математична модель продуктивного горизонту будувалась при таких припущеннях:

- продуктивний горизонт являє собою циліндр з потужністю h, набагато меншою за радіус контура R, однорідний відносно параметрів пористого середовища;

- в геометричному центрі пласта розміщено укрупнену свердловину, через яку ведеться закачка газу з постійною масовою продуктивністю Q_m, а контур, підошва і дах ізольовані;

- контур ГВК в початковий момент часу має радіус y;

- фільтрація газу і води в пористому середовищі лінійна.

При вказаних припущеннях реалізація моделі має за мету встановити швидкість переміщення ГВК в процесі формування газоносного простору.

Математична модель представлена системою двох рівнянь в часткових похідних, записаних для порового простору, зайнятого газом і водою [1]

$$\frac{\partial P_в}{\partial t}=\kappa_в\frac{\partial^2 P_в}{\partial x^2}\ ; \qquad \frac{\partial P_г}{\partial t}=\kappa_г\frac{\partial^2 P_г}{\partial y^2}\ , \quad (1)$$

де: $P_в, P_г$ – тиски в водяній і газовій областях продуктивного горизонту;

$\kappa_в, \kappa_г$ – коефіцієнти п'єзопровідності у водному і газовому середовищах пласта відповідно;

x, y – просторові координати, причому $x+y=R$.

Вважається, що в початковий момент часу тиск по пласту розподілений рівномірно, тобто

$$t=0\ ,\ P_в(x\,,\,0)=P_г(y\,,\,0)=P_0\ . \quad (2)$$

Починаючи з певного моменту часу $t>0$, в центрі пласта проводиться закачка газу, а на контурі фільтрація води не спостерігається. Використавши рівняння Дарсі, одержимо граничні умови у вигляді

$$\begin{aligned}&\frac{\partial P_г}{\partial y}\Big|_{y=0}=-\frac{\nu_г}{k_г}\left(\frac{Q_m}{F}\right);\\&\frac{\partial P_г}{\partial y}\Big|_{x=0}=0\ .\end{aligned} \quad (3)$$

На рухомій межі ГВК спостерігається рівність лінійних швидкостей газової та рідкої фаз

$$\frac{k_г}{\nu_г}\frac{\partial P_г}{\partial y}\Big|_{y=l}=\frac{k_в}{\nu_в}\frac{\partial P_в}{\partial y}\Big|_{x=R-l}\ , \quad (4)$$