

## МЕТОДИ І ЗАСОБИ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 620.179.17

### ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ СТРУКТУРИ ПОЛЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОЇ ПЛАСТИНИ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

© Карпаш О. М., 2003

Івано-Франківський національний університет нафти і газу

© Луценко Г. Г., Галаненко Д. В., 2003

Науково-виробниче підприємство "Ультракон-Сервіс", м. Київ

*Розроблено і обґрунтовано алгоритм розрахунку поля п'єзоелектричного перетворювача. На його основі створено комп'ютерні програми, які дозволяють обчислити і візуалізувати просторовий розподіл амплітуд ультразвукових коливань.*

При проектуванні автоматизованих систем для дефектоскопічного обстеження деталей та вузлів важливою є інформація про просторову структуру поля пружних хвиль, що їх випромінюють п'єзоелектричні перетворювачі. Детальна уява про структуру поля дозволяє уникнути пропусків дефектів і оптимізувати кількість та розташування п'єзодавачів в системі контролю. Загальноприйнятим є розподіл поля випромінювання перетворювача на ближню та дальню зони. Якщо поле в дальній зоні добре апроксимується простими формулами для діаграм спрямованості і є досить гладким у просторі, то просторовий розподіл амплітуд в ближній зоні є досить нерівномірним і не обчислюється за допомогою простих співвідношень. В той же час наявність зон з підвищеною або надто малою амплітудою ультразвуку створює передумови для пропусків дефектів. Ці обставини вказують на необхідність залучати до процесу проектування алгоритми розрахунку просторового розподілу амплітуди ультразвукових коливань.

Методи розрахунку полів п'єзоелектричних перетворювачів (ПЕП) у пружному середовищі (як для тональних, так і для імпульсних сигналів) обговорюються в багатьох публікаціях в науковій періодиці протягом останніх десятиріч [1 - 8]. Головне припущення, яке приймається в цитованих вище публікаціях, полягає в тому, що при розрахунках поля випромінювання п'єзоелектричної пластини її дію на пружне середовище можна апроксимувати системою напружень, прикладених зовні до поверхні середовища. Це припущення є вимушеним спрощенням надто складної тримірної

контактної задачі про сумісні коливання середовища і п'єзопластини, при розв'язку якої треба враховувати всі рухомі елементи конкретної конструкції ПЕП (демпфер, протектор тощо). Вказане припущення потребує обґрунтування. Якщо виходити з електромеханічних аналогій (в яких сила аналогічна електричній напрузі, а аналогом швидкості руху є струм), то прийняте припущення відповідає ситуації, коли внутрішній механічний опір перетворювача значно менший за опір пружного середовища. Альтернативне припущення відповідає ситуації, коли внутрішній опір є набагато більшим від опору середовища, і полягає в тому, щоб дію ПЕП апроксимувати швидкостями (або переміщеннями) часток на поверхні середовища. В цій роботі досліджуються просторові розподіли амплітуд, які відповідають обом альтернативним припущенням.

Мета даної роботи полягає у розробці і обґрунтуванні прийнятного алгоритму розрахунку і створення на його основі комп'ютерних програм, які би дозволили обчислити і візуалізувати просторовий розподіл амплітуд ультразвукових коливань. Головний прийом розрахунку, який пропонується в даній роботі (на відміну від цитованих робіт) полягає в наступному. Просторовий розподіл комплексних амплітуд коливань на площині, що знаходиться на фіксованій глибині, може бути обчислений як перетворення Фур'є відповідного двомірного просторового спектру, який в свою чергу досить легко обчислюється через двомірний просторовий спектр зовнішньої дії. Повторюючи обчислення для різних глибин з певним кроком,

отримаємо низку горизонтальних зрізів тримірного поля пружних хвиль. Аналогічний прийом було вже застосовано раніше [9,10] при вивченні двомірних задач випромінювання електромагнітоакустичного перетворювача. Ефективність прийому при належному виборі параметрів розрахунку обумовлена наявністю швидких стандартних процедур обчислення перетворення Фур'є (ШПФ).

Викладання матеріалу роботи складається з двох етапів. На першому з них розглянуто поле гармонійного сигналу, проведено порівняння двох зазначених вище варіантів апроксимації дії ПЕП на середовище і обрано один з них. На другому етапі розглядається поле пружних хвиль при імпульсному збудженні ПЕП.

Приведемо алгоритм розрахунку при апроксимації ПЕП сторонніми напруженнями.

Нехай збудження пружного напівпростору створюється нормальними напруженнями, які прикладені до його поверхні на ділянці, яку ми зазначимо як  $\Sigma$ .

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in \Sigma, \\ 0 & (x, y) \notin \Sigma, \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_{zx}|_{z=0} = \sigma_{zy}|_{z=0} = 0.$$

Геометрія задачі показана на рис. 1.

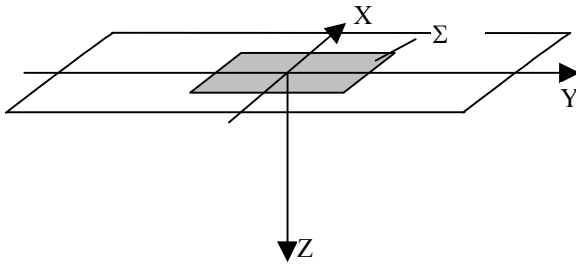


Рис. 1. Геометрія задачі збудження пружного напівпростору

Комплекснозначна функція  $f(x, y)$  задає амплітудно-фазовий розподіл механічних напружень на ділянці  $\Sigma$ . Їй відповідає двомірний просторовий спектр

$$S(\alpha, \beta) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{\Sigma} \int f(x, y) \exp(-i(\alpha x + \beta y)) dx dy. \quad (2)$$

Кожна гармоніка з цього спектру з

просторовими частотами  $\alpha, \beta$  створює в середовищі дві плоскі хвилі: безвихрову і соленоїдну. Вектори переміщень в кожній з них записуються так:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_l(\alpha, \beta) &= \mathbf{A}_l \exp(-\gamma_l z) \exp(i(\alpha x + \beta y)), \\ \gamma_l &= \sqrt{\kappa^2 - k_l^2}, \quad k_l = \omega/c_l, \\ \mathbf{u}_s(\alpha, \beta) &= \mathbf{A}_s \exp(-\gamma_s z) \exp(i(\alpha x + \beta y)), \\ \gamma_s &= \sqrt{\kappa^2 - k_s^2}, \quad k_s = \omega/c_s, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $c_l, c_s$  – швидкості компресійних хвиль і хвиль зсуву;  $\kappa^2 = \alpha^2 + \beta^2$ .

Проекції переміщень на осі координат пов'язані одна з одною завдяки співвідношенням  $\text{rot} \mathbf{u}_l = 0, \text{div} \mathbf{u}_s = 0$ , таким чином:

$$\begin{aligned} A_{lx} &= (-i\alpha/k_l)A_l, \quad A_{ly} = (-i\beta/k_l)A_l, \\ A_{lz} &= (\gamma_l/k_l)A_l, \\ A_{sx} &= (\alpha\gamma_s/\kappa k_s)A_s, \quad A_{sy} = (\beta\gamma_s/\kappa k_s)A_s, \\ A_{sz} &= (i\kappa/k_s)A_s. \end{aligned}$$

Значення невідомих амплітудних множників для обох компонент  $A_l, A_s$  знаходять за допомогою перетворених по Фур'є граничних умов (1) (тобто граничних умов, віднесених до однієї гармоніки просторового спектру). Щоб отримати потрібні формули, повернемо координати  $x, y$  на площині навколо вертикальної осі таким чином, щоб одна з них співпала з напрямком плоскої хвилі у горизонтальній площині. Тоді залежність від іншої горизонтальної координати зникає і граничні умови (1) для однієї гармоніки приймають такий вигляд:

$$\sigma_{zz} = \left( (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_{x'}}{\partial x'} \right)_{z=0} = S(\alpha, \beta), \quad (4)$$

$$\sigma_{zx'} = \mu \left( \frac{\partial u_{x'}}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x'} \right)_{z=0} = 0.$$

Після підстановки формул (3) з урахуванням повороту координат в рівняння (4) маємо систему рівнянь, за допомогою яких знаходимо:

$$A_l = \frac{\xi(k_s^2 - 2\kappa^2)}{D(\kappa)} S(\alpha, \beta) \equiv F_l(\kappa) S(\alpha, \beta),$$

де  $D = \xi(k_s^2 - 2\kappa^2)^2 - 4\kappa^2 \gamma_s \gamma_l$  – визначник Релея.

Отже поле компресійної компоненти

$\mathbf{u}_l : \{u_l, v_l, w_l\}$ , що представляє для нас найбільший інтерес, визначається за такою формулою:

$$\begin{cases} u_l \\ v_l \\ w_l \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha, \beta) \frac{1}{k_l} \begin{cases} -i\alpha \\ -i\beta \\ \gamma_l \end{cases} F_l(\kappa) \exp(-\gamma_l z) \times \\ \times \exp(i(\alpha x + \beta y)) d\alpha d\beta. \quad (5)$$

Але в компресійну компоненту входить не тільки подовжня хвиля (для генерації якої власне і призначено прямиий ПЕП), але й частина хвилі Релея. На перший погляд внеском хвилі Релея можна було б знехтувати, бо він швидко зменшується з глибиною, але наявність цієї хвилі відображається гострим (а для середовища без поглинання – нескінченним) піком в функції  $F_l(\kappa)$ , що утруднює практичні обчислення. Тому потрібно вилучити внесок хвилі Релея з формули для  $F_l(\kappa)$ . Розглядаючи  $F_l(\kappa)$  як мероморфну функцію комплексної змінної на площині  $\mathcal{K}$ , знайдемо головну (сингулярну) частину, що містить в собі полюс:

$$F_{pl} = \frac{\xi(k_s^2 - 2k_R^2)}{D'(k_R)} \left( \frac{1}{\kappa - k_R} - \frac{1}{\kappa + k_R} \right), \quad (6)$$

де

$$D'(k_R) = \left. \frac{dD}{d\kappa} \right|_{\kappa=k_R} = -8k_R \left( k_s^2 - 2k_R^2 - \gamma_{IR}\gamma_{sR} + \frac{1}{2}k_R \left( \frac{\gamma_{IR}}{\gamma_{sR}} + \frac{\gamma_{sR}}{\gamma_{IR}} \right) \right).$$

Регулярну частину знаходимо як:

$$\tilde{F}_l(\kappa) = F_l(\kappa) - F_{pl}(\kappa). \quad (7)$$

Замінюючи в формулі (5) функцію  $F_l(\kappa)$  її регулярною частиною  $\tilde{F}_l(\kappa)$  отримаємо формулу для розрахунку поля об'ємної повздовжньої хвилі, яку випромінює ПЕП.

Для кожної фіксованої глибини  $z$  формула (5) має вигляд зворотного перетворення Фур'є і може бути трактована таким чином. Добуток функцій, які передують експоненціальному множнику  $\exp(i(\alpha x + \beta y))$ , можна розглядати як двовірний спектр просторового розподілу переміщень на площині  $z = const$ . Цей спектр є результатом фільтрації спектральної функції джерела коливаний  $S(\alpha, \beta)$  за допомогою передаточної функції

просторового фільтру  $K(\alpha, \beta, z)$ , пропорційної  $F_l(\kappa) \exp(-\gamma_l z)$ . Таке трактування обумовлює алгоритм обчислень, який включає в себе: обчислення двовірного спектру джерела  $S(\alpha, \beta)$  за допомогою двовірної процедури ШПФ; обчислення передаточної функції просторового фільтру  $K(\alpha, \beta, z)$ ; обчислення просторового розподілу проєкцій вектора переміщень на площині  $z = const$  за допомогою процедури зворотного ШПФ і відповідного розподілу амплітуди коливаний на цій площині через проєкції; повторення процедури обчислень для різних горизонтів  $z$  з певним кроком.

Розглянемо альтернативну модель процесу випромінювання ПЕП, про яку мова йшла вище. Ця модель задається граничними умовами виду:

$$u_z|_{z=0} = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in \Sigma, \\ 0 & (x, y) \notin \Sigma, \end{cases} \quad \sigma_{zx}|_{z=0} = \sigma_{zy}|_{z=0} = 0. \quad (8)$$

Як зазначалось, ця модель тим ближче до реальності, чим більше внутрішній механічний опір ПЕП у порівнянні з механічним опором середовища. На відміну від реальної ситуації в цій моделі нормальні переміщення поза робочою поверхнею ПЕП стають рівними нулю (жорсткий екран). Значення цієї суттєвої розбіжності між моделлю і реальністю значно зменшується, якщо розмір робочої поверхні ПЕП більший за 2-3 довжини хвилі, що є типовим для ультразвукових ПЕП.

Підставляючи (3) в граничні умови (8), отримаємо систему рівнянь для спектральних амплітуд, після розв'язання якої знайдемо формули для проєкцій вектора переміщень в полі подовжніх хвиль у вигляді:

$$\begin{cases} u_l \\ v_l \\ w_l \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha, \beta) \frac{1}{k_s \gamma_l} \times \\ \times \begin{cases} i\alpha \\ i\beta \\ \gamma_l \end{cases} (k_s^2 - 2\kappa^2) \exp(-\gamma_l z) \exp(i(\alpha x + \beta y)) d\alpha d\beta. \quad (9)$$

Практичне обчислення в цьому випадку проводиться за тим же алгоритмом, який був описаний вище.

Наведені вище формули для векторного поля переміщень у подовжній хвилі для двох варіантів апроксимації ПЕП (за допомогою системи нормальних напружень або за допомогою системи

нормальних переміщень) були покладені в основу комп'ютерної програми, яка дозволяла візуалізувати горизонтальні і вертикальні розрізи об'ємного розподілу амплітуди переміщень. Для порівняння двох варіантів апроксимації були проведені розрахунки поля подовжніх хвиль для випромінювачів різних розмірів і форми. Як приклад наведемо результати одного з таких розрахунків для п'єзоелектричної пластини розмірами  $L_x = 3\text{мм}$ ,  $L_y = 30\text{мм}$  для частоти 2.5 МГц (хвильові розміри 1.25 і 12.5, відповідно). На

рис. 2 і рис.3 наведені розрізи вертикальними площинами вдовж меншого або більшого розмірів. Величини амплітуд коливань нормовані до максимальної величини. Отже ми досліджуємо близькість результатів за ознакою структури просторового розподілу (а не по величині амплітуди коливань). На приведених рис. 2 і рис. 3: зліва розташована картина розподілу, що відповідає апроксимації напруженнями, справа – апроксимації переміщеннями.

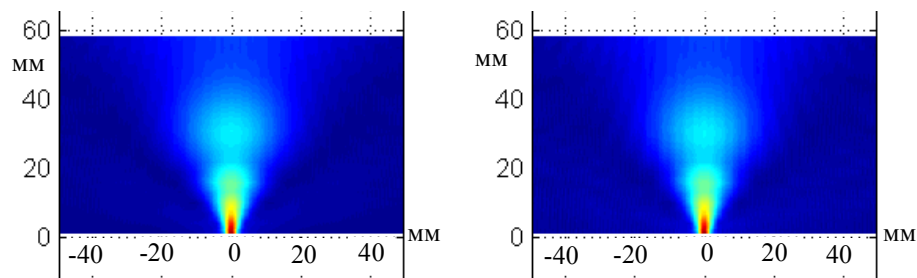


Рис. 2. Розподіл амплітуд в перерізі вертикальною площиною вздовж меншого розміру (частота 2.5 МГц, розміри 3×30 мм)

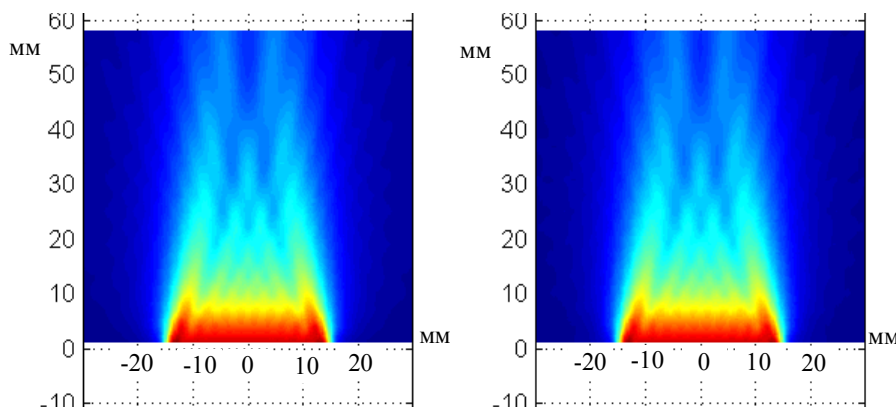


Рис. 3. Розподіл амплітуд в перерізі вертикальною площиною вздовж більшого розміру (частота 2.5 МГц, розміри 3×30 мм)

На рис. 4 наведена залежність від вертикальної координати, що проходить через геометричний

центр квадратної п'єзопластини розмірами 5×5 мм на частоті 2.5 МГц.

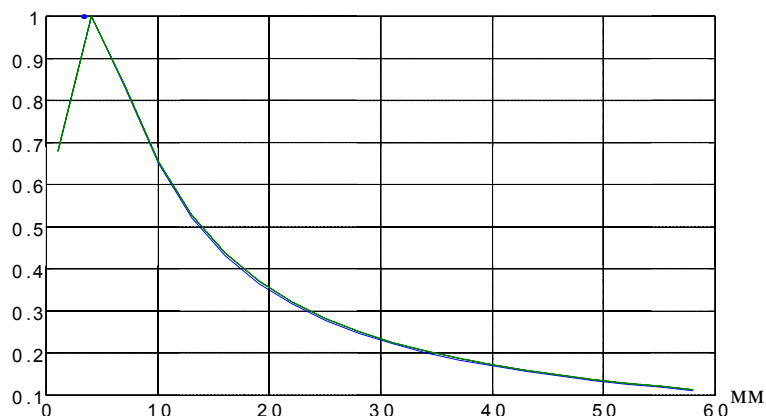


Рис. 4. Розподіл нормованої амплітуди вздовж поздовжньої осі

Наведені результати є досить типовими. Їх порівняння приводить до висновку, що обидва типи апроксимації дають дуже близькі результати щодо просторової структури поля ультразвукових хвиль. Можна сподіватись, що результати розрахунків по точній моделі (при вирішенні контактної задачі) займають проміжне місце між цими альтернативними варіантами. Отже результати, отримані в межах наближеної моделі, є достатньо близькими до точних. В подальших розрахунках ми будемо використовувати модель, в якій дія ПЕП на середовище апроксимується системою зовнішніх нормальних напружень.

При імпульсному збудженні ПЕП його дію на пружне середовище будемо апроксимувати напруженнями, які підкоряються формулам такого вигляду:

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = \begin{cases} s_0(t)f(x, y) & (x, y) \in \Sigma, \\ 0 & (x, y) \notin \Sigma, \end{cases} \quad (10)$$

$$\sigma_{zx}|_{z=0} = \sigma_{zy}|_{z=0} = 0.$$

Якщо задати нормальні напруження на ділянці  $\Sigma$  в формулі (1) рівними 1, то формулу (5) можна тлумачити як таку, що задає коефіцієнт передачі, який пов'язує комплексну амплітуду гармонійного напруження на поверхні (вхідний сигнал) з комплексними амплітудами проекцій вектора зміщення частки середовища в точці простору з координатами  $x, y, z$  (вихідний сигнал). Оскільки імпульсний сигнал  $s_0(t)$  складається з гармонік і характеризується спектром  $F_0(\omega)$ , то проекції вектора зміщення частки середовища в точці з координатами  $x, y, z$  як функції часу при імпульсному збудженні можна знайти як:

$$\begin{cases} u(t, x, y, z) \\ v(t, x, y, z) \\ w(t, x, y, z) \end{cases} = 2 \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} F_0(\omega) \begin{cases} K_u(\omega, x, y, z) \\ K_v(\omega, x, y, z) \\ K_w(\omega, x, y, z) \end{cases} \exp(-i\omega t) d\omega \right], \quad (11)$$

де коефіцієнти передачі  $K(\omega, x, y, z)$  з відповідними індексами обчислюються для кожної гармоніки спектру за допомогою запропонованого вище алгоритму, що базується на формулі (5). При програмній реалізації розрахунку формула (11) реалізується за допомогою процедури ШПФ. Відхилення частки середовища від стану спокою дорівнює довжині вектора з проекціями  $u, v, w$  і є функцією часу, яку ми можемо обчислити для різних точок простору. Оскільки нашою метою є дослідження просторової структури поля, то для створення просторової картини треба домовитись, як характеризувати сигнал в даній точці простору за допомогою одного числового параметру. Таким параметром, наприклад, може бути енергія сигналу або осереднена потужність. Оскільки оператор дефектоскопу (або алгоритм обробки сигналів в автоматизованій системі) реагує на перевищення сигналом певного порогу, то ми обрали за характеристику сигналу в даній точці простору максимальне відхилення частки від стану спокою.

Форми сигналів імпульсних дефектоскопів добре відомі. В залежності від ступеню демпфування ПЕП вони можуть бути "короткими" або "довгими" (в залежності від кількості періодів центральної частоти, які вміщуються на ефективній довжині імпульсу). Приклади сигналів, які використовувались при розрахунках, наведені на рис. 5.

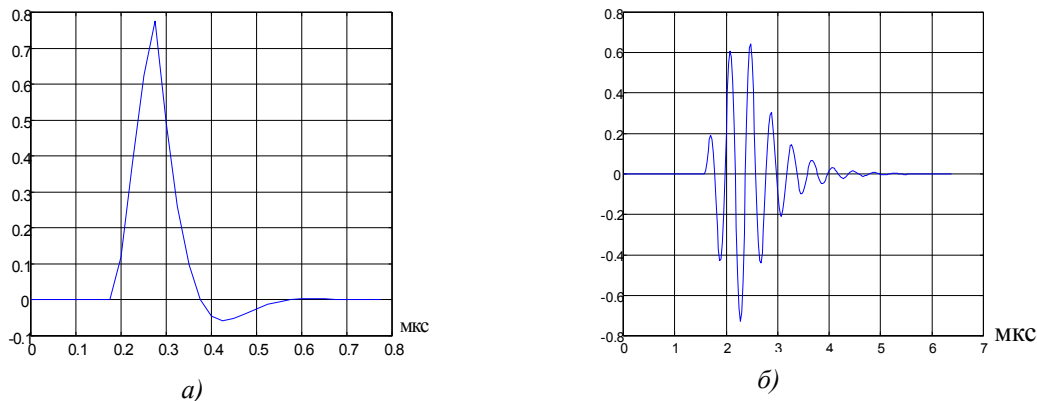


Рис. 5. “Короткий”(а) (1/2 періоду) і “довгий”(б) (4 періоди) імпульси

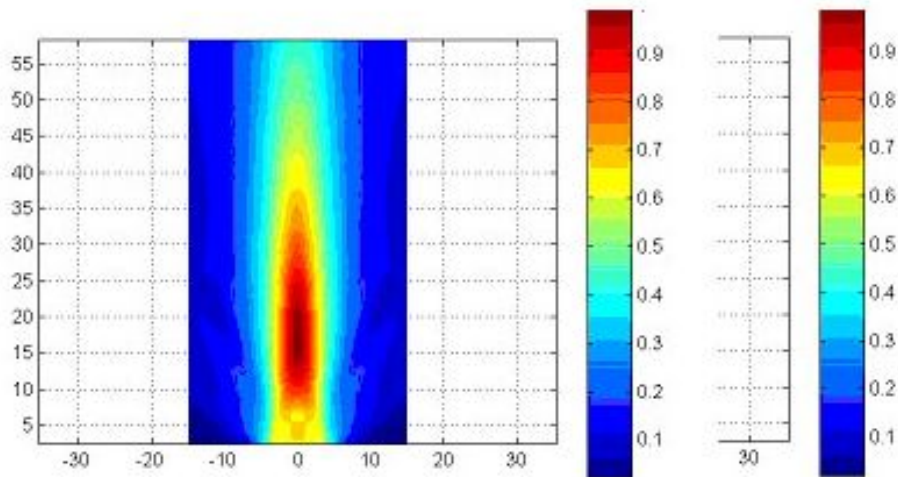


Рис. 6. Розподіл нормованих амплітуд в вертикальному розрізі поля квадратної пластини 10×10 мм (2.5 МГц). Зліва – “короткий”, справа – “довгий” імпульс. Розміри по осях в мм

Відмінності в структурі поля “короткого” і “довгого” імпульсів можна побачити, порівнюючи картини поля, зображені на рис. 6: при використанні “короткого” імпульсу збільшується довжина ближньої зони і зменшується провал на початку ближньої зони.

Більш наочно це підтверджується графіками залежності амплітуди від повздовжньої координати (рис. 7): для “довгого” імпульсу кінець ближньої зони (точка максимуму амплітуди) відповідає розрахунку за стандартною формулою, для “короткого” імпульсу він знаходиться на більшій відстані від пластини.

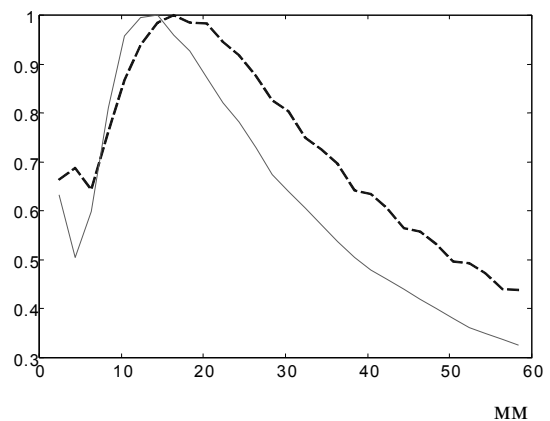


Рис. 7. Залежність амплітуди від повздовжньої координати (пунктир – “короткий” імпульс, суцільна лінія – “довгий”)

Відмінність полів “короткого” і “довгого” імпульсів залежить не тільки від самої довжини імпульсу але й від розмірів пластини: чим більше розміри пластини, тим більше ця відмінність. Цей висновок, що ілюструється графіками на рис. 8, добре коригує з відомим критерієм вузькосмуговості сигналу для акустичних антен, що працюють у рідині. Згаданий критерій базується на співвідношенні просторової довжини імпульсу  $c\tau$  (вираженої через довжину хвилі) і максимального розміру антени  $L$  ( $b = L/(n\lambda)$ ).

Для даного розміру пластини (20×20 мм) структура поля імпульсного сигналу мало відрізняється від структури поля тонального сигналу, якщо на довжині імпульсу міститься 4 – 7 періодів частоти заповнення (цьому відповідає  $b = 2 \div 1.2$ ).

Отже, розроблений алгоритм розрахунку поля пружних хвиль, що випромінюються прямим ПЕП, надає змогу наочно відобразити просторову структуру цього поля і може бути використаний при проектуванні систем дефектоскопічного контролю.

Структура полів пружних хвиль у ближній та проміжній зонах дифракції суттєво залежить від форми і розмірів п'єзoeлектричної пластини і може значно відрізнятися від тієї, яка відповідає пластині в формі круга.

При певних співвідношеннях між розмірами пластини і довжиною імпульсу з тональним заповненням структура поля мало відрізняється від тієї, яка відповідає тональному сигналу, що дозволяє спростити розрахунки.

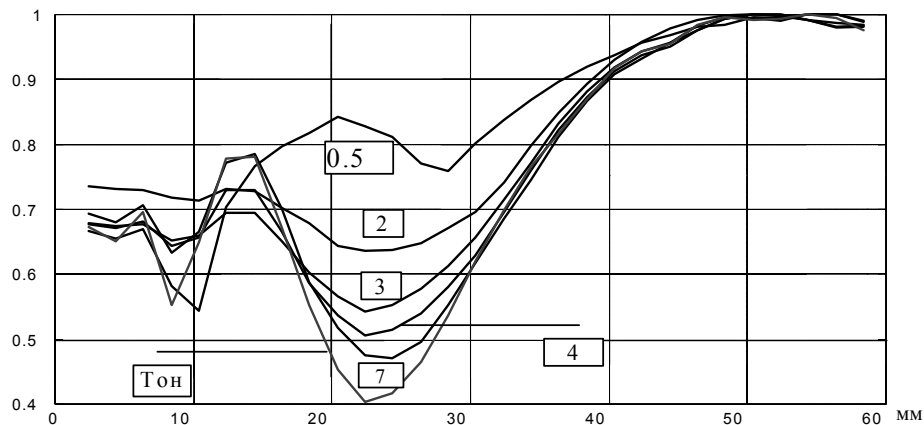


Рис. 8. Зміна амплітуди в дБ вздовж осі Z для імпульсів різної довжини (довжина в періодах центральної частоти вказана на кривих). Розміри пластини 20×20 мм

1. Stephanishen, P.R., *Transient Radiation From Pistons in an Infinite Planar Baffle*. *Journ. Acoust. Soc. Am.*—1971, 49—P. 1629 – 1638. 2. Bresse, L.F., Hutchins, D.A., *Transient Generation of Elastic Waves in Solids by a Disk-shaped Normal Force Source*. *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 1989, 86 – P. 810 – 817. 3. Schmerr, L.W., Jr., Sedov, A., *An Elastodynamic Model for Compressional and Shear Wave Transducers*. *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 1989, 86 – P. 1988 – 1999. 4. McNab, A., Cochran, A., Campbell, M.A., *The Calculation of Acoustic Fields in Solids for Transient Normal Surface Force Sources of Arbitrary Geometry and Apodization*. *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 1990, 87— P. 1455 – 1465. 5. Dielouah, H., Baboux, J.C., *Transient Ultrasonic Field Radiated by a Circular Transducer in a Solid Medium*. *Journ.*

*Acoust. Soc. Am.*, 1992, 92 – P. 2932 - 2941. 6. Lhemery, A., *A Model for the Transient Ultrasonic Field Radiated by an Arbitrary Loading in a Solid*. *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 1994, 96 – P. 3776-3786. 7. В. Н. Данилов. *К вопросу о моделировании действия прямых преобразователей при излучении упругим напряжением на контролируемой поверхности*. *Дефектоскопия*.— № 8.— 1998.— С. 20-27. 8. Луценко Г. Г. *К вопросу о наклонном излучении объемных сдвиговых волн электромагнитно-акустическим преобразователем*. *Дефектоскопия*.— №10.— 2001.— С. 36-47. 9. Галаненко В. Б., Луценко Г. Г. *Структура полей упругих волн, создаваемых электромагнитоакустическими излучателями в проводящем неферромагнитном*

**Методи та прилади контролю якості, № 10, 2002**

*полупространстве. Акустичний Вісник.– №4.– 2001.–С. 18-26.*