

Дослідження та методи аналізу

УДК 681:519.7

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДВОСТУПЕНЕВОЇ СЕПАРАЦІЙНОЇ УСТАНОВКИ ЯК ОБ'ЄКТ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

М. І. Горбійчук, Д. Д. Поварчук

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 504521,
e-mail: gorb@nung.edu.ua, povarchukdima007@gmail.com

На основі попередньо розробленої авторами математичної моделі процесу двоступеневої сепарації для двох горизонтально розміщених сепараторів побудовано спрощену лінеаризовану математичну модель окремо для першого та другого ступенів сепарації. Проведене дослідження є справедливим для малих відхилень вхідних величин від деяких базових значень. Дане спрощення дало змогу визначити матричні передавальні функції об'єкта керування та побудувати структурні схеми як першої, так і другої ступенів сепарації. Отримані результати будуть використані для синтезу автоматичної системи керування процесом сепарації нафти та при створенні математичної моделі в програмному продукті MatLab.

Ключові слова: нафта, сепарація, математична модель, лінеаризація, матричні передавальні функції, структурні схеми.

По предварительно разработанной авторами математической модели процесса двухступенчатой сепарации для двух горизонтально расположенных сепараторов построена упрощенная линейризованная математическая модель отдельно для первой и второй степеней сепарации. Проведенное исследование справедливо для малых отклонений входных величин от некоторых базовых значений. Данное упрощение позволило определить матричные передаточные функции объекта управления и построить структурные схемы как первой, так и второй степеней сепарации. Полученные результаты будут использованы для синтеза автоматической системы управления процессом сепарации нефти и при создании математической модели в программном продукте MatLab.

Ключевые слова: нефть, сепарация, математическая модель, линейризация, матричные передаточные функции, структурные схемы.

A simplified, linearized mathematical model for the first and second degree of separation has been developed on the basis of the mathematical model developed by the authors of the two-stage separation process for two horizontally located separators. The conducted research is valid for small deviations of input values from some basic values. This simplification made it possible to define matrix process transfer functions and to construct structural schemes of both the first and second stages of separation. The obtained results will be used for the synthesis of the automatic control system of oil separation process and for the setting up a mathematical model in the MatLab software product.

Keywords: oil, separation, mathematical model, linearization, matrix transfer functions, structural schemes

Вступ

Для забезпечення ефективного протікання процесу сепарації сепараційні системи оснащені засобами автоматизації, завданням яких є стабілізація рівня рідини і тиску газу в сепараторах першої і другої ступенів. Оскільки регулятори тиску і рівня працюють за принципом зворотного від'ємного зв'язку, то це забезпечує невелике відхилення регульованих величин від

їх заданих значень, що і є підставою для спрощення, тобто лінеаризації математичних моделей процесу сепарації.

В даній статті верхнім індексом «0» позначено усталені значення величин, які входять в математичні моделі процесу сепарації, а їх відхилення від усталених значень позначимо грецькою буквою « Δ » перед відповідною величиною.

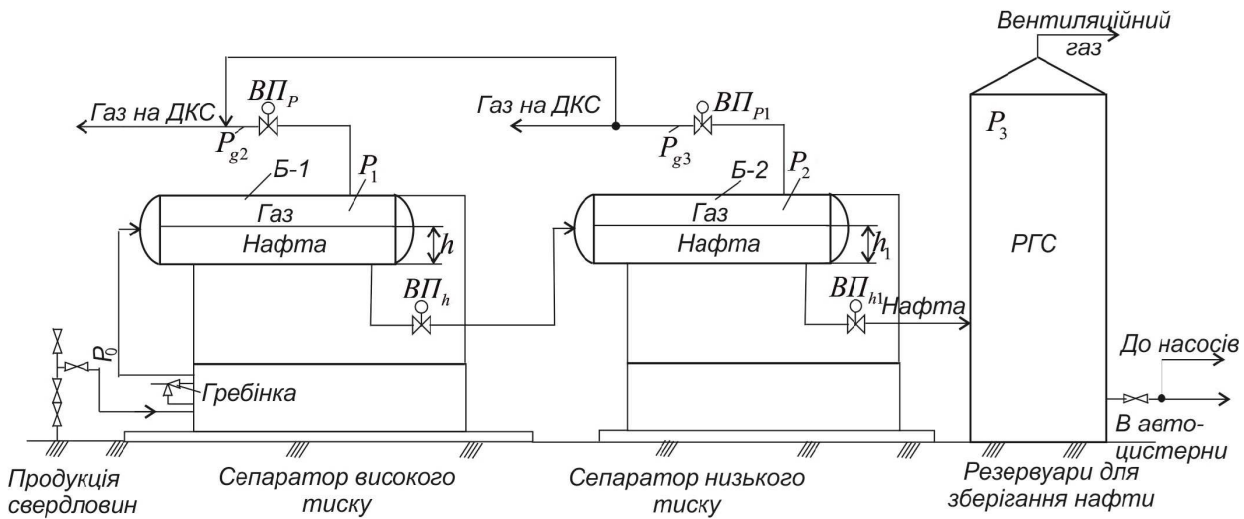


Рисунок 1 – Технологічна схема двоступеневої сепарації

Основою лінеаризації є формула Тейлора, за допомогою якої нелінійна функція розкладається в нескінченний степеневий ряд за приростами аргументів з подальшим утриманням лінійних членів розкладу.

Аналіз публікацій та висвітлення невирішених раніше проблем

Режим роботи першої ступені суттєво впливає на ефективність роботи наступної. Тому актуальною науковою задачею є створення математичної моделі двостадійної сепараційної установки як об'єкта автоматичного керування. У сепараційних установках процес сепарації здійснюється у кілька стадій (найчастіше у дві) [11]. Однією із перших математичних моделей, яка описує процес сепарації в термінах «вхід-вихід» і яка придатна для синтезу автоматичних систем керування, була модель, що запропонована у роботі [8]. Переважна більшість робіт, в яких висвітлюються питання математичного моделювання процесів сепарації, орієнтовані на вибір геометричних розмірів сепараторів [2, 3], їхньої продуктивності [4] і ефективності роботи сепараторів [4, 5]. У роботі [4] проаналізовано фактори, які впливають на ефективність роботи сепаратора. Тут наведені такі важливі показники, як газовий фактор і коефіцієнт розчинності газу.

Для розрахунку пропускної здатності сепараторів використовують теорію руху частинок газу в гравітаційному полі [4, 6]. У роботі [7] зроблений детальний аналіз впливу технологічних факторів на ефективність процесу сепарації.

Серед пізніших робіт слід відмітити роботу [9], де на основі моделі низькотемпературної сепарації запропоновано підхід до побудови регулятора нелінійним об'єктом із затримкою. У роботі [10] запропоновано математичні моделі сепаратора, кожна із яких описує зміни тиску і рівня в сепараторі в залежності від технологічних параметрів. При цьому врахована взаємодія рівня рідини і тиску в сепараторі.

Ціль та задачі дослідження

Метою роботи є обґрунтування доцільності розроблення математичної моделі установки двоступеневої сепарації як такої і в подальшому дослідження даної моделі в математичній лабораторії MatLab шляхом створення імітаційної моделі.

Для досягнення поставленої мети сформульовано такі завдання:

1. Здійснити аналіз математичних моделей існуючих сепараційних установок.
2. Спростити отриману математичну модель для першої та другої ступеней сепарації шляхом проведення лінеаризації.
3. Сформулювати висновки на основі проведених досліджень.

Виклад основного матеріалу

На рисунку 1 показана технологічна схема установки двоступеневої сепарації для двох горизонтально розміщених сепараторів.

Спрощення будемо здійснювати при таких допущеннях: λ - коефіцієнт опору тертю; l_f - сумарна довжина ділянок; D_f - діаметр вхідного трубопроводу першої ступені сепарації; x - частка газу в нафтогазовій суміші; r_g, r_n, r_{g1} і r_{n1} - показники ефективності першої і другої ступенів сепарації; T_0 і T_1 - температура газу у першій і другій ступенів сепараційної системи; тиск газу P_{g2} , який приймаємо рівним тиску газу в лінії високого тиску (рис. 1); ρ_n - густина нафти. Коефіцієнти стисливості газу z_0 і z будемо обчислювати відповідно при значеннях $P_1^{(0)}, T_0, P_2^{(0)}$ і T_1 . При прийнятих допущеннях постійними будуть також величини ξ_f, θ_g і густина газу ρ_f .

Лінеаризуємо математичну модель першого ступеня сепарації. Для цього запишемо її у векторній формі

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \bar{f}(\bar{X}, \bar{U}, V), \quad (1)$$

де $\bar{X} = \begin{bmatrix} P_1 \\ h \end{bmatrix}$ - вектор станів об'єкта (сепаратора);

$\bar{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$ - вектор командних сигналів;

$V = P_2$;

$$\bar{f}(\bar{X}, \bar{U}, V) = \begin{bmatrix} f_1(\bar{X}, \bar{U}, V) \\ f_2(\bar{X}, \bar{U}, V) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-v_p(h)} \left(\left(\frac{\varepsilon_g}{\theta_g} + \frac{P_1}{M_0} \varepsilon_n \right) \xi_f \sqrt{\rho_f(P_0 - P_1)} - \frac{\alpha_g(U_1)}{\theta_g} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_{g2}^2)}{\bar{z}T_1}} - \frac{P_1}{M_0} \alpha_n(U_2) \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)} \right) \\ \frac{1}{q_p(h)M_0} \left(\varepsilon_n \xi_f \sqrt{\rho_f(P_0 - P_1)} - \alpha_n(U_2) \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)} \right) \end{bmatrix}$$

Математичну модель сепаратора, яка подана у векторній формі (1), розкладемо у ряд Тейлора [13], обмежившись лише лінійними членами розкладу. Оскільки

$$\frac{d(\Delta\bar{X})}{dt} = J_{fX}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) \Delta\bar{X} + \quad (2)$$

$$+ J_{fU}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) \Delta\bar{U} + J_{fV}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) \Delta V,$$

де $J_{fX}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$, $J_{fU}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$, $J_{fV}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$ - матриці Якобі, які обчислюються за такими формулами:

$$J_{fX}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_1} & \frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial h} \\ \frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_1} & \frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial h} \end{bmatrix}_{\substack{\bar{X}=\bar{X}^{(0)} \\ \bar{U}=\bar{U}^{(0)} \\ V=V^{(0)}}}, \quad (3)$$

$$J_{fU}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_2} \\ \frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_1} & \frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_2} \end{bmatrix}_{\substack{\bar{X}=\bar{X}^{(0)} \\ \bar{U}=\bar{U}^{(0)} \\ V=V^{(0)}}}, \quad (4)$$

$$J_{fV}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_2} \\ \frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_2} \end{bmatrix}_{\substack{\bar{X}=\bar{X}^{(0)} \\ \bar{U}=\bar{U}^{(0)} \\ V=V^{(0)}}}. \quad (5)$$

З урахування значень $f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)$ і $f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)$, отримаємо

$$\frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_1} = \frac{1}{(1-v_p(h))} \times \left(\frac{\varepsilon_n \xi_f \sqrt{\rho_f(P_0 - P_1)} - \xi_f \left(\frac{\varepsilon_g}{\theta_g} + \frac{P_1}{\rho_n} \varepsilon_n \right) \frac{\rho_f}{2\sqrt{\rho_f(P_0 - P_1)}} - \frac{P_1 \alpha_g(U_1)}{\theta_g \sqrt{\bar{z}T_1(P_1^2 - P_2^2)}} - \alpha_n(U_2) \times \right. \quad (6)$$

$$\left. \times \left(\sqrt{\frac{P_1 + \rho_n gh - P_2}{\rho_n}} + \frac{P_1}{2\sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}} \right) \right),$$

$$\frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_1} = -\frac{1}{2q_p(h)V_0} \times \left(\frac{\sqrt{\rho_f}}{\rho_n} \cdot \frac{\varepsilon_n \xi_f}{\sqrt{(P_0 - P_1)}} + \frac{\alpha_n(U_2)}{\sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial h} = -\frac{1}{1-v_p(h)} \times \quad (8)$$

$$\times \left(\frac{\alpha_n(U_2) P_1 \rho_n g}{2V_0 \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}} - q_p(h) \cdot f_1(\bar{X}, \bar{U}, V) \right),$$

$$\frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial h} = -\frac{1}{q_p(h)} \times \quad (9)$$

$$\times \left(\frac{\alpha_n(U_2) g \rho_n}{2V_0 \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}} + q'_p(h) \cdot f_2(\bar{X}, \bar{U}, V) \right),$$

де $q'_p(h) = \frac{\partial q_p(h)}{\partial h}$.

Знайдемо тепер матрицю $J_{fU}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$. Маємо

$$\frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_1} = -\frac{A_g(U_1)}{\theta_g(1-v_p(h))} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_{g2}^2)}{\bar{z}T_1}}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_2} = -\frac{P_1 A_n(U_2) \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}}{(1-v_p(h))M_0}, \quad (11)$$

де $A_g(U_1) = \frac{\partial \alpha_g(U_1)}{\partial U_1}$, $A_n(U_2) = \frac{\partial \alpha_n(U_2)}{\partial U_2}$.

Тепер обчислимо:

$$\frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_1} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial U_2} = -\frac{A_n(U_2)}{q_p(h)M_0} \sqrt{\frac{P_1 + \rho_n gh - P_2}{\rho_n}}. \quad (13)$$

Аналогічно обчислюємо елементи матриці $J_{fV}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$. Отже,

$$\frac{\partial f_1(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_2} = \frac{\alpha_n(U_2)P_1}{2V_0(1-v_p(h))\sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial f_2(\bar{X}, \bar{U}, V)}{\partial P_2} = \frac{\alpha_n(U_2)}{2q_p(h)V_0\sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n gh - P_2)}}. \quad (15)$$

Таким чином, лінеаризовану математичну модель першої ступені сепарації запишемо у такому вигляді:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t) + \Omega v(t), \quad (16)$$

$$\bar{y}(t) = \bar{x}(t), \quad (17)$$

де $\bar{x} = \Delta\bar{X}$, $\bar{u} = \Delta\bar{U}$, $v = \Delta V$,
 $A = J_{fX}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$, $B = J_{fU}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$,
 $\Omega = J_{fV}(\bar{X}^{(0)}, \bar{U}^{(0)}, V^{(0)})$.

Елементи матриць A , B і Ω слід обчислити за формулами (6) – (17), в яких відповідні фізичні величини необхідно замінити на їх усталені значення.

Рівняння (17) називають рівнянням замикання воно визначає функціональний зв'язок між виходами об'єкта $\bar{y}(t)$ і його змінними стану $\bar{x}(t)$.

Оскільки лінеаризована математична модель першої ступені сепаратора (16) записана у відхиленнях, то початкові умови будуть нульовими.

Рівняння (16) і (17) перетворимо за Лапласом з врахуванням нульових початкових умов

$$p\bar{x}(p) = A\bar{x}(p) + B\bar{u}(p) + \Omega v(p), \quad (18)$$

$$\bar{y}(p) = \bar{x}(p). \quad (19)$$

Із рівняння (18) знайдемо, що

$$\bar{x}(p) = (Ip - A)^{-1}(B\bar{u}(p) + \Omega v(p)),$$

де I - одинична матриця.

Підставляючи значення $\bar{x}(p)$ в (19), отримуємо

$$\bar{y}(p) = (Ip - A)^{-1}B\bar{u}(p) + (Ip - A)^{-1}\Omega v(p).$$

Нехай $\bar{y}_1(p) = (Ip - A)^{-1}B\bar{u}(p)$ і $\bar{y}_2(p) = (Ip - A)^{-1}\Omega v(p)$. За визначенням $W_1(p) = (Ip - A)^{-1}B$ і $W_2(p) = (Ip - A)^{-1}\Omega$ матричні передавальні функції за входами $\bar{u}(p)$ і $v(p)$.

Таким чином, вектор-вихідна величина є суперпозицією двох вектор-величин

$$\bar{y}(p) = \bar{y}_1(p) + \bar{y}_2(p). \quad (20)$$

Обчислимо матричні передавальні функції

$$W_1(p) = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} p - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & p - a_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} b_{11}(p - a_{22}) & b_{12}(p - a_{22}) + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} + b_{22}(p - a_{11}) \end{bmatrix},$$

де $\Delta(p) = p^2 - (a_{11} + a_{22})p + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$.

Отриманий результат дає змогу знайти передавальні функції сепаратора по відношенню до командних сигналів u_1 і u_2

$$w_{11}(p) = \frac{b_{11}p - a_{22}b_{11}}{\Delta(p)},$$

$$w_{12}(p) = \frac{b_{12}p + a_{12}b_{22} - a_{22}b_{12}}{\Delta(p)},$$

$$w_{21}(p) = \frac{a_{21}b_{11}}{\Delta(p)},$$

$$w_{22}(p) = \frac{b_{22}p + a_{21}b_{12} - a_{11}b_{22}}{\Delta(p)}.$$

Тепер знайдемо матричну передавальну функцію $W_2(p)$, яка зумовлена дією на об'єкт збурення $v(t)$. Маємо

$$W_2(p) = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} p - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & p - a_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} \omega_1(p - a_{22}) + a_{12}\omega_2 \\ a_{21}\omega_1 + \omega_2(p - a_{11}) \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці $W_2(p)$ - передавальні функції об'єкта відносно збурення $v(t)$

$$w_1(p) = \frac{\omega_1 p + a_{12}\omega_2 - a_{22}\omega_1}{\Delta(p)},$$

$$w_2(p) = \frac{\omega_2 p + a_{21}\omega_1 - a_{11}\omega_2}{\Delta(p)}.$$

Структурна схема сепаратора як об'єкта автоматичного керування для першого ступеню, яка отримана на підставі лінеаризованої математичної моделі, зображена на рис. 2.

Аналіз отриманих результатів свідчить, що, крім прямих каналів передачі сигналів з входу на вихід об'єкта, існують перехресні зв'язки передачі сигналів, які зумовлені передавальними функціями $w_{12}(p)$ і $w_{21}(p)$. Наявність таких зв'язків значно ускладнює синтез системи автоматичного керування сепаратором першої ступені.

Тепер лінеаризуємо математичну модель другої ступені сепарації, яка подана диференціальними рівняннями [13]. Лінеаризацію будемо здійснювати за таких допущень: температуру

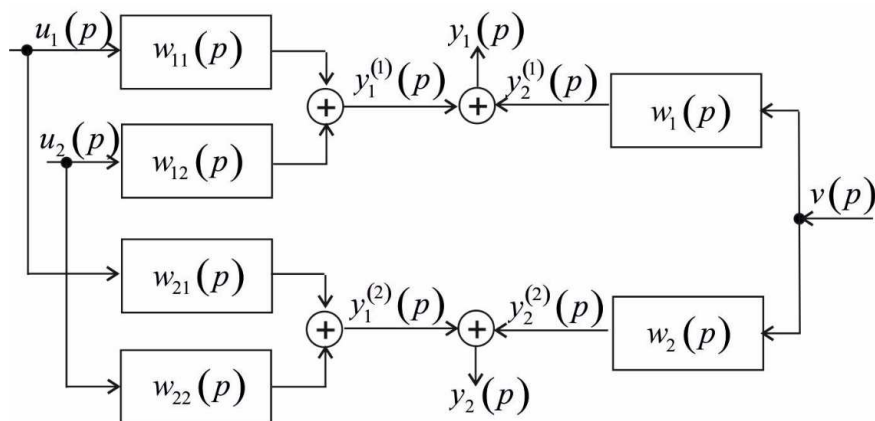


Рисунок 2 – Структурна схема сепаратора першої ступені як об'єкта автоматичного керування

T_2 у сепараторі другої ступені, густину нафти ρ_n і тиски P_3 та P_{g3} будемо вважати сталими величинами.

Систему рівнянь диференціальних рівнянь [13] подамо у векторній формі

$$\frac{d\bar{X}_s}{dt} = \bar{\varphi}(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s), \quad (21)$$

$$\bar{Y}_s = \bar{X}_s, \quad (22)$$

де

$$\bar{\varphi}(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s) = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{1 - v_{p1}(h_1)} \left(\left(\frac{\varepsilon_{g1}}{\theta_{g1}} + \frac{P_2}{M_{01}} \right) \alpha_n(U_2) \times \right. \\ \quad \times \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n g h - P_2)} - \\ \quad - \frac{P_2}{M_{01}} \alpha_{n1}(U_{s2}) \sqrt{\rho_n(P_2 + \rho_n g h_1 - P_3)} - \\ \quad \left. - \frac{1}{\theta_{g1}} \alpha_{g1}(U_{s1}) \sqrt{\frac{(P_2^2 - P_{g3}^2)}{T_2}} \right) \\ \\ \frac{1}{q_{p1}(h_1) M_{01}} \left(\alpha_n(U_2) \sqrt{\rho_n(P_1 + \rho_n g h - P_2)} - \right. \\ \quad \left. - \alpha_{n1}(U_{s2}) \sqrt{\rho_n(P_2 + \rho_n g h_1 - P_3)} \right) \end{array} \right] \quad (23)$$

$\bar{X}_s = \begin{bmatrix} P_2 \\ h_1 \end{bmatrix}$ - вектор змінних стану об'єкта

(сепаратора другої ступені);

$\bar{U}_s = \begin{bmatrix} U_{s1} \\ U_{s2} \end{bmatrix}$ - вектор командних сигналів;

$\bar{V}_s = \begin{bmatrix} U_2 \\ P_1 \\ h \end{bmatrix}$ - вектор збурень.

За аналогією з рівнянням (2) запишемо лінеаризовану математичну модель сепаратора другої ступені

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta\bar{X}_s)}{dt} = & J_{fX}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) \Delta\bar{X}_s + \\ & + J_{fU}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) \Delta\bar{U}_s + \\ & + J_{fV}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) \Delta\bar{V}_s, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\Delta\bar{Y}_s = \Delta\bar{X}_s. \quad (25)$$

Матриці Якобі, які входять у лінеаризовану модель (24), обчислюються так само, як і матриці (3) – (5). Отже,

$$J_{fX}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) = \quad (26)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_2} & \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h_1} \\ \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_2} & \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h_1} \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\bar{X}_s = \bar{X}_s^{(0)} \\ \bar{U}_s = \bar{U}_s^{(0)} \\ \bar{V}_s = \bar{V}_s^{(0)}}}$$

$$J_{fU}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) = \quad (27)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s1}} & \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s2}} \\ \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s1}} & \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s2}} \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\bar{X}_s = \bar{X}_s^{(0)} \\ \bar{U}_s = \bar{U}_s^{(0)} \\ \bar{V}_s = \bar{V}_s^{(0)}}}$$

$$J_{fV}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)}) = \quad (28)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_2} & \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_1} & \frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h} \\ \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_2} & \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_1} & \frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h} \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\bar{X}_s = \bar{X}_s^{(0)} \\ \bar{U}_s = \bar{U}_s^{(0)} \\ \bar{V}_s = \bar{V}_s^{(0)}}}$$

Враховуючи те, що $\varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)$ і $\varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)$ є компонентами вектор-функції $\bar{\varphi}$, які задані співвідношенням (23), знайдемо елементи матриць Якобі (26) – (27). Для матриці $J_{fX}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$ будемо мати:

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_2} = \frac{1}{1 - v_{p1}(h_1)} \times$$

$$\times \left\{ \alpha_h(U_2) \left(\frac{1}{V_{01}} \cdot \sqrt{\frac{P_1 + \rho_h gh - P_2}{\rho_h}} - \left(\frac{\rho_h \varepsilon_{g1}}{\theta_{g1}} + \frac{P_2}{V_{01}} \right) \frac{0,5P_2}{\sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}} \right) - \frac{\alpha_{h1}(U_{s2})}{M_{01}} \left(\sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)} + \frac{0,5P_2 \rho_h}{\sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}} \right) - \frac{P_2 \alpha_{g1}(U_{s1})}{\theta_{g1} \sqrt{T_2(P_2^2 - P_{g3}^2)}} \right\},$$

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h_1} = \frac{1}{1 - v_{p1}(h_1)} \times$$

$$\times \left(q_{p1}(h_1) \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s) - \frac{0,5P_2 \alpha_{h1}(U_{s2}) \rho_h g}{V_{01} \sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_2} = -\frac{1}{2q_{p1}(h_1)V_{01}} \times$$

$$\times \left(\frac{\alpha_h(U_2)}{\sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}} + \frac{\alpha_{h1}(U_{s2})}{\sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h_1} = -\frac{\rho_h g \alpha_{h1}(U_{s2})}{2q_{p1}(h_1)V_{01} \sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}}.$$

Тепер знайдемо елементи матриці $J_{fU}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$. Обчислимо

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s1}} = -\frac{A_{g1}(U_{s1})}{\theta_{g1}(1 - v_{p1}(h_1))} \sqrt{\frac{P_2^2 - P_{g3}^2}{T_2}},$$

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s2}} = -\frac{P_2 A_{h1}(U_{s2}) \sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}}{M_{01}(1 - v_{p1}(h_1))},$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s1}} = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_{s2}} = -\frac{A_{h1}(U_{s2}) \sqrt{\rho_h(P_2 + \rho_h gh_1 - P_3)}}{q_{p1}(h_1)M_{01}},$$

де

$$A_{g1}(U_{s1}) = \frac{\partial \alpha_{g1}(U_{s1})}{\partial U_{s1}}, \quad A_{h1}(U_{s2}) = \frac{\partial \alpha_{h1}(U_{s2})}{\partial U_{s2}}.$$

І, зрештою, знаходимо елементи матриці $J_{fV}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_2} = \frac{A_h(U_2)}{1 - v_{p1}(h_1)} \left(\frac{\varepsilon_{g1}}{\theta_{g1}} + \frac{P_2}{M_{01}} \right) \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)},$$

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_1} = \left(\frac{\varepsilon_{g1} \rho_h}{\theta_{g1}} + \frac{P_2}{V_{01}} \right) \frac{0,5 \alpha_h(U_2)}{(1 - v_{p1}(h_1)) \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}},$$

$$\frac{\partial \varphi_1(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h} = \left(\frac{\varepsilon_{g1}}{\theta_{g1}} + \frac{P_2}{M_{01}} \right) \frac{0,5 \alpha_h(U_2) \rho_h^2 g}{(1 - v_{p1}(h_1)) \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}},$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial U_2} = \frac{A_h(U_2) \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}}{q_{p1}(h_1)M_{01}},$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial P_1} = \frac{0,5 \alpha_h(U_2)}{q_{p1}(h_1)V_{01} \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}},$$

$$\frac{\partial \varphi_2(\bar{X}_s, \bar{U}_s, \bar{V}_s)}{\partial h} = \frac{0,5 \alpha_h(U_2) \rho_h}{q_{p1}(h_1)V_{01} \sqrt{\rho_h(P_1 + \rho_h gh - P_2)}}.$$

Елементи матриць (26) – (28) необхідно обчислити при ustalених значеннях відповідних величин, які входять до формули, що визначають елементи матриць

$J_{fX}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$, $J_{fU}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$ і $J_{fV}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$. Якщо ввести позначення

$A_s = J_{fX}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$, $B_s = J_{fU}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$

і $\Omega_s = J_{fV}^{(s)}(\bar{X}_s^{(0)}, \bar{U}_s^{(0)}, \bar{V}_s^{(0)})$, то отримаємо лінеаризовану математичну модель другої ступені сепаратора з нульовими початковими умовами

$$\frac{d\bar{x}_s(t)}{dt} = A_s \bar{x}_s(t) + B_s \bar{u}_s(t) + \Omega_s \bar{v}_s(t), \quad (29)$$

$$\bar{y}_s(t) = \bar{x}_s(t), \quad (30)$$

де

$$\bar{x}_s(t) = \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2(t) \\ \Delta h_1(t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{u}_s(t) = \begin{bmatrix} u_{s1}(t) \\ u_{s2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_{s1}(t) \\ \Delta U_{s2}(t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{v}_s(t) = \begin{bmatrix} v_{s1}(t) \\ v_{s2}(t) \\ v_{s3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_2(t) \\ \Delta P_1(t) \\ \Delta h(t) \end{bmatrix}.$$

Перетворивши рівняння (29) за Лапласом при нульових початкових умовах, отримаємо математичну модель сепаратора другої ступені, яка виражена через матричні передавальні функції відносно величин $\bar{u}_s(p)$ і $\bar{v}_s(p)$

$$\bar{y}_s(p) = W_{s1}(p)\bar{u}_s(p) + W_{s2}(p)\bar{v}_s(p), \quad (31)$$

де

$$W_{s1}(p) = (Ip - A_s)^{-1} B_s, \quad W_{s2}(p) = (Ip - A_s)^{-1} \Omega_s.$$

Таким чином, вихід другої ступені сепаратора є сумою двох величин. Одна з них зумовлена дією командних сигналів, а друга – дією збурень. У відповідності з (31)

$$\bar{y}_s(p) = \bar{y}_{s1}(p) + \bar{y}_{s2}(p). \quad (32)$$

Очевидно, що

$$\bar{y}_{s1}(p) = W_{s1}(p)\bar{u}_s(p), \quad (33)$$

$$\bar{y}_{s2}(p) = W_{s2}(p)\bar{v}_s(p). \quad (34)$$

Знайдемо матричну передавальну функцію $W_{s1}(p)$ з врахуванням значень матриць A_s і B_s . Маємо

$$W_{s1}(p) = \frac{1}{\Delta_s(p)} \begin{bmatrix} p - a_{22}^{(s)} & a_{12}^{(s)} \\ a_{21}^{(s)} & p - a_{11}^{(s)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11}^{(s)} & b_{12}^{(s)} \\ 0 & b_{22}^{(s)} \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{\Delta_s(p)} \begin{bmatrix} b_{11}^{(s)}(p - a_{22}^{(s)}) & b_{12}^{(s)}(p - a_{22}^{(s)}) + a_{12}^{(s)}b_{22}^{(s)} \\ a_{21}^{(s)}b_{11}^{(s)} & a_{21}^{(s)}b_{12}^{(s)} + b_{22}^{(s)}(p - a_{11}^{(s)}) \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$W_{s2}(p) = \frac{1}{\Delta_s(p)} \begin{bmatrix} p - a_{22}^{(s)} & a_{12}^{(s)} \\ a_{21}^{(s)} & p - a_{11}^{(s)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{\Delta_s(p)} \begin{bmatrix} \omega_{11}(p - a_{22}^{(s)}) + a_{12}^{(s)}\omega_{21} & \omega_{12}(p - a_{22}^{(s)}) + a_{12}^{(s)}\omega_{22} & \omega_{13}(p - a_{22}^{(s)}) + a_{12}^{(s)}\omega_{23} \\ a_{21}^{(s)}\omega_{11} + \omega_{21}(p - a_{11}^{(s)}) & a_{21}^{(s)}\omega_{12} + \omega_{22}(p - a_{11}^{(s)}) & a_{21}^{(s)}\omega_{13} + \omega_{23}(p - a_{11}^{(s)}) \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Рисунок 3 – Матрична передавальна функція

де $\Delta_s(p) = p^2 - (a_{11}^{(s)} + a_{22}^{(s)})p + a_{11}^{(s)}a_{22}^{(s)} - a_{12}^{(s)}a_{21}^{(s)}$.

Динамічні властивості сепаратора другої ступені по відношенню до командних сигналів будуть визначатись такими передавальними функціями:

$$w_{11}^{(s1)}(p) = \frac{b_{11}^{(s)}p - a_{22}^{(s)}b_{11}^{(s)}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{12}^{(s1)}(p) = \frac{b_{12}^{(s)}p + a_{12}^{(s)}b_{22}^{(s)} - a_{22}^{(s)}b_{12}^{(s)}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{21}^{(s1)}(p) = \frac{a_{21}^{(s)}b_{11}^{(s)}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{22}^{(s1)}(p) = \frac{b_{22}^{(s)}p + a_{21}^{(s)}b_{12}^{(s)} - a_{11}^{(s)}b_{22}^{(s)}}{\Delta_s(p)}.$$

Дія на процес сепарації збурень буде характеризуватись матричною передавальною функцією (рис. 3).

Отримана матрична передавальна функція дає змогу отримати функції передачі збурень за окремими каналами

$$w_{11}^{(s2)}(p) = \frac{\omega_{11}p + a_{12}^{(s)}\omega_{21} - a_{22}^{(s)}\omega_{11}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{12}^{(s2)}(p) = \frac{\omega_{12}p + a_{12}^{(s)}\omega_{22} - a_{22}^{(s)}\omega_{12}}{\Delta_s(p)},$$

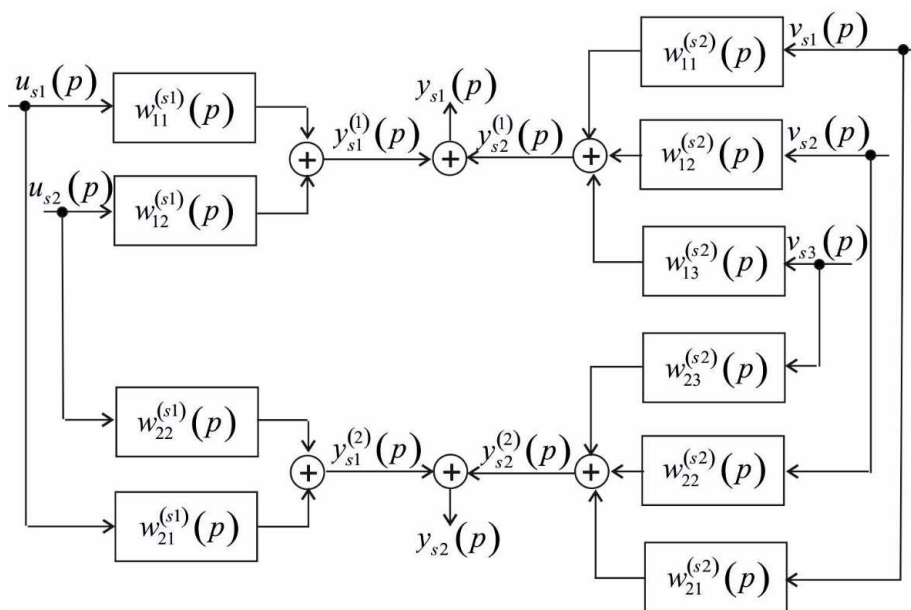


Рисунок 4 – Структурна схема другої ступені сепарації

$$w_{13}^{(s2)}(p) = \frac{\omega_{13} p + a_{12}^{(s)} \omega_{23} - a_{22}^{(s)} \omega_{13}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{21}^{(s2)}(p) = \frac{p \omega_{21} + a_{21}^{(s)} \omega_{11} - a_{11}^{(s)} \omega_{21}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{22}^{(s2)}(p) = \frac{p \omega_{22} + a_{21}^{(s)} \omega_{12} - a_{11}^{(s)} \omega_{22}}{\Delta_s(p)},$$

$$w_{23}^{(s2)}(p) = \frac{p \omega_{23} + a_{21}^{(s)} \omega_{13} - a_{11}^{(s)} \omega_{23}}{\Delta_s(p)}.$$

Виходячи із структури рівнянь (31) – (34), отримуємо структурну схему динамічних властивостей другої ступені сепарації при малих відхиленнях регульованих величин (рис. 4).

Аналіз структурної схеми системи підготовки нафти (рис. 4) свідчить, що зміна режимних параметрів першої ступені сепарації ΔP_1 і Δh , а також зміна командного сигналу ΔU_2 виконавчого пристрою $ВП_h$ (рис. 1), значною мірою впливають на процес сепарації як другої ступені, так і на процес сепарації загалом. Вплив другої ступені сепарації на першу відбувається через зміну тиску ΔP_2 .

Висновки

На основі математичної моделі двоступеневого процесу сепарації [13], отримана спрощена (лінеаризована) математична модель для двох горизонтально розміщених сепараторів. Таке спрощення дало змогу нелінійні функції, які входять у математичну модель, розкласти в ряд Тейлора із врахуванням тільки лінійних членів ряду. Практичною цінністю є визначені матричні передавальні функції об'єкта та побудовані структурні схеми для кожного горизонтально розміщеного сепаратора окремо.

Під час проведення досліджень встановлено, що двоступенева установка сепарації нафти володіє перехресними зв'язками між вхідними і вихідними величинами, що ускладнює процес керування таким об'єктом. Для покращення процесу підготовки нафти необхідно враховувати не тільки перехресні зв'язки, які характерні як для першої, так і для другої ступені сепарації, але й взаємодію і взаємозв'язок першої і другої ступенів сепарації, що проявляється через зміну відповідних технологічних параметрів.

Особливості спрощеної математичної моделі двоступеневої сепарації необхідно буде врахувати при подальших дослідженнях та при побудові імітаційної моделі в математичній лабораторії MatLab.

Література

1 Лазута И. В. Технологические процессы, оборудование и автоматизация нефтегазодобычи: уч. пособие / И. В. Лазута, Р. Ю. Сухарев. – Омск: СИБАДИ, 2015. – 160 с.

2 Каспарьянц К. С. Процессы и аппараты для объектов промышленной подготовки нефти и газа: монография / К. С. Каспарьянц, В. И. Кузин, Л. Г. Григорян. – М.: Недра, 1977. – 254 с.

3 Ланчаков Г. А. Технологические процессы подготовки природного газа и методы расчета оборудования: монография / Г. А. Ланчаков, А. Н. Кульков, Г. К. Зиберт. – М.: Недра, 2000. – 279 с.

4 Лутошкин Г. С. Сбор и подготовка нефти, газа и воды: учебник для вузов / Г. С. Лутошкин. – М.: Альянс, 2005. – 320 с.

5 Ляпощенко О. О. Гідродинаміка інерційно-фільтруючих сепараційних пристроїв очищення природного газу: дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08 / Ляпощенко Олександр Олександрович. – Суми, 2006. – 135 с.

6 Мильштейн Л. М. Нефтегазопромысловая сепарационная техника: справочное пособие / Л. М. Мильштейн, С. И. Бойко, Е. П. Запорожец; под ред. Л. М. Мильштейна. – М.: Недра, 1992. – 236 с.

7 Персиянцев М. Н. Совершенствование процессов сепарации нефти от газа в промышленных условиях / М. Н. Персиянцев. – М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 1999. – 283 с.

8 Горбійчук М. І. Моделювання об'єктів і систем керування в нафтогазовій промисловості: навчальний посібник / М. І. Горбійчук. – Івано-Франківськ: Факел, 1999. Ч. II. – 1999. – 226 с.

9 Кулінченко Г. В. Формування підходу до побудови регулятора процесу низькотемпературної сепарації природного газу / Г. В. Кулінченко, А. В. Павлов, П. В. Леонтьев // Вісник Вінницького політехнічного інституту. Автоматика та інформаційно-вимірювальна техніка. – 2015. – №6. – С. 9 – 17.

10 Тугов В. В. Разработка математического обеспечения оптимального проектирования и автоматического управления технологического процесса дегазации нефти: дис. канд. техн. наук: 05.13.06 / Тугов Виталий Валерьевич. – Оренбург, 2002. – 208 с.

11 Devold H. Oil and gas production handbook. An introduction to oil and gas production / H. Devold - ABB ATPA Oil and Gas, 2006. – 84 p.

12 Горбійчук М. І. Розроблення математичної моделі установки двостадійної сепарації / М. І. Горбійчук, Д. Д. Поварчук, Н. Т. Лазорів, Т. В. Гуменюк // http://sis-journal.com/wp-content/uploads/2017/09/SIS-journal_9.pdf

13 Справочник по теории автоматического управления / [Александров А. Г, Артемьев В. М, Белоглазов И. Н. и др.]; под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 25.10.17

Рекомендована до друку професором **Олійником А.П.** (ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ) професором **Мещеряковим Л.І.** (ДВНЗ «Національний гірничий університет», м. Дніпро)