УДК 681.518.54

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОЛЕБАНИЙ ШТАНГОВОЙ ГЛУБИННО-НАСОСНОЙ УСТАНОВКИ В ПРОЦЕССЕ ЗАПУСКА И В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

© Хашханов И. Г., 2003
ЗАО "Бурмашэкспорт", Россия

Розглянуто математичну модель процесу коливань штангової глибинно-насосної установки в процесі запуску та при виході її на стаціонарний режим роботи. Запропоновано систему рівнянь, що описують коливання установки в двох середовищах за умов наявності рухомої границі розділу фаз. Встановлено початкові та граничні умови задачі, які базуються на даних про параметри досліджуваної установки.

При изучении работы штанговой глубинно-насосной установки (ШГНУ) и анализе статистических данных об авариях можно сделать вывод о том, что большинство аварий происходит в начальный период функционирования объекта. Проблеме оценки технического состояния ШГНУ посвящен цикл исследований, при этом рассмотрены различные факторы, влияющие на возникновение и распространение дефектов ШНГУ, среди которых можно выделить конструкторские просчёты, человеческий фактор, технологические особенности и эксплуатационные факторы [1-3]. Экспериментальные исследования таких объектов сопряжены с целым рядом технических трудностей, так как невозможно оценить особенности пространственной конфигурации скважины, колонны труб и штанг установки, месторасположение зон контакта ШГНУ со стенками скважин, поэтому методы математического моделирования остаются одними из основных методов оценки технического состояния ШГНУ.

При построении математической модели процесса колебаний ШГНУ принимаются следующие гипотезы:

– закон изменения возбуждающей силы считается известным, он определяется технологическими режимами эксплуатации ШГНУ;

– учитывается сопротивление движению установки, коэффициент сопротивления рассматривается либо постоянным, либо зависящим от времени и координаты вдоль установки;

– в процессе запуска установки задача рассматривается в двух средах – жидкой и газообразной, моделируется движение границы раздела фаз, в которых осуществляется движение колонны.

Исходя из приведенных гипотез, необходими: найти решение задачи

$$\begin{cases} a^2 \dfrac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}, \\ a^2 \dfrac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} + \alpha \dfrac{\partial U_2}{\partial t}, \end{cases} \tag{1}$$

при наличии таких условий:

$$U_1(0,t) = F_1(t), \tag{2}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial t}(0,t) = V_1(t), \tag{3}$$

$$U_1(L - S(t), t) = U_2(L - S(t), t), \tag{4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_1}{\partial t}(L - S(t), t) = \dfrac{\partial U_2}{\partial t}(L - S(t), t), \\ U_2(L,t) = R_1(t), \\ \dfrac{\partial U_2}{\partial t}(L,t) = R_2(t), \end{cases} \tag{5}$$

где $U_1(x,t)$, $U_2(x,t)$ - перемещение точек колонны в направлении вдоль оси в газообразной и жидкой средах соответственно; $a^2 = E/\rho$, E - модуль Юнга, ρ - плотность материала ШГНУ; α - коэффициент трения между материалом ШГНУ и средой; $F_1(t)$ - известный режим колебаний верхней части ШГНУ; $V_1(t)$ - скорость движения верхней границы колоны; $S(t)$ - режим заполнения установки нефтью, который моделируется в виде закона изменения уровня жидкости во времени.

Для функции $S(t)$ можно записать следующее аналитическое представление:

$$S(t)=\begin{cases} S_i+\dfrac{Vt}{\pi R^2} \\ S_i \end{cases},$$

$$(2\cdot i-1)T\le t\le 2\cdot i\cdot T,$$
$$i=1,2,3...N, \qquad (6)$$
$$(2\cdot i-2)T\le t\le (2\cdot i-1)T.$$

где N – количество качаний колонны до полного заполнении установки жидкостью; S_i – уровень жидкости в установке в момент начала подъёма очередного объёма добываемой жидкости ($S_1=0$); $Vt/\pi R^2=h$ - величина изменения уровня жидкости на протяжении оного периода качания; $R_1(t)$ - закон перемещения нижней границы установки; $R_2(t)$ - закон изменения скорости нижней границы ШГНУ, V - объёмная скорость подачи жидкости насосом; R - радиус скважины (колонны насосных труб); T - период колебаний верхней части ШГНУ.

Закон изменения перемещения $R_1(t)$ и скорости $R_2(t)$ нижней границы ШГНУ определяются путём решения уравнения колебаний, которое может быть представлено в таком виде [4]:

$$\begin{aligned} &m(t)\cdot y''(t)+(-A+B\cdot y'^2)\cdot y'+ky=0,\\ &y_0(0)=y_0,\\ &y_0'(0)=y_0', \end{aligned} \qquad (7)$$

где $m(t)$ - масса погружного насоса и поднимаемой жидкости; $y(t)$ - закон перемещения насоса в среде с сопротивлением; $\lambda=(-A+B\cdot y'^2)$ - коэффициент демпфирования; A – постоянная составляющая коэффициента демпфирования; B – коэффициент, который характеризует степень влияния на коэффициент демпфирования квадрата скорости движения насоса в скважинной жидкости; k - коэффициент жесткости соединений. В процессе эксплуатации колонны её ось может приобретать спиралевидную конфигурацию. Это приводит к изменению параметров колонны, при моделировании указанный эффект воспроизводится путём изменения величин λ и k в уравнении (7). Аналитическая структура функции $m(t)$ может быть представлена в виде:

$$m(t)=\begin{cases} m_0 & (2\cdot i-2)T\le t\le (2\cdot i-1)T,\\ m_0+s(t)\cdot\pi R^2 & (2\cdot i-1)T\le t\le 2\cdot i\cdot T, \end{cases} \qquad (8)$$

где m_0 - масса погружного; $s(t)\cdot\pi R^2$ – масса поднимаемой жидкости. Такой вид функции $m(t)$ обусловлен режимом подъёма жидкости и обратного хода штанговой колонны. Знак λ будет определять характер колебаний: при $\lambda>0$ колебания будут иметь затухающий характер; при $\lambda<0$ колебания носят возбуждающийся характер. Величина

$$\lambda=(-A+B\cdot y'^2) \qquad (9)$$

позволяет моделировать ситуацию, которая характеризуется изменением колебаний. Записывая (7) в упрощенной форме

$$m\cdot\frac{d^2y}{dt^2}+\lambda\cdot\frac{dy}{dt}+ky=0, \qquad (10)$$

можно сделать некоторые выводы об частоте и характере колебаний ШГНУ в зависимости от значения коэффициентов, входящих в (10). Характеристическое уравнение для уравнения (10) записывается в виде:

$$m\cdot p^2+\lambda\cdot p+k=0, \qquad (11)$$

что позволяет записать значения p:

$$p=\frac{-\lambda\pm\sqrt{\lambda^2-4\cdot m\cdot k}}{2\cdot m}. \qquad (12)$$

Поскольку при изменении пространственной конфигурации оси ШГНУ возможен более частый контакт колонны штанг со стенами скважины (колонны труб), сопротивление движению ШГНУ увеличивается, а это означает, что, хотя колебания имеют затухающий характер по-прежнему, интенсивность затуханий увеличивается. Принимая во внимание, что коэффициент жесткости соединений имеет постоянное значение или слабо изменяется во времени, существенное влияние на процесс колебаний имеет величина m, в зависимости от значения m величина (12) может иметь либо действительное, либо комплексное значение. В случае, когда $\lambda^2-4\cdot m\cdot k>0$ процесс колебаний имеет затухающий характер вида:

$$y(t)=C_1\cdot e^{p_1\cdot t}+C_2\cdot e^{p_2\cdot t}, \qquad (13)$$

при $\lambda^2-4\cdot m\cdot k=0$:

$$y(t)=C_1\cdot e^{p_1\cdot t}+C_2\cdot t\cdot e^{p_1\cdot t}, \qquad (14)$$

а при $\lambda^2-4\cdot m\cdot k<0$:

$$y(t)=e^{-\frac{\lambda}{2\cdot m}}\cdot(C_1\sin(\omega_1 t)+C_2\cos(\omega_2 t)). \qquad (15)$$

Поскольку процесс, имеющий место при работе ШГНУ является периодическим, закон, описывающий колебания объекта, должен иметь периодический характер, что может быть лишь в том случае, когда знак λ изменяется во времени, а величина $\lambda^2 - 4 \cdot m \cdot k$ имеет либо отрицательный знак и тогда имеет место вариант формулы (15), либо периодичность колебаний в (13) и (14) достигается путём изменения знака λ. Связанные с моделью эффекты моделируются с использованием уравнения Ван-дер-Поля [4], к которому может быть сведено уравнение (7) при условии $m(t) = m_0 = const$. Рассматриваемый случай $m(t)$, описываемый соотношениями (8), позволяет получить более точную модель процесса колебаний ШГНУ.

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм решения задачи моделирования процесса колебаний ШГНУ:

задаются функции $F_1(t),\ V_1(t)$ - на основании анализа реальных режимов работы ШГНУ;

с целью получения неизвестных функций в (5) решается уравнение (7) с соответствующими начальными значениями и известными значениями коэффициентов $m(t)$, $\lambda = -A + B \cdot y'^2$, k. В качестве $R_1(t)$ выступает решение $y(t)$ уравнения (7), $R_2(t) = y'(t)$;

с использованием численных методов решается система (1) в двух областях с подвижной границей. В этом случае, когда имеет место условие

$$L - S(t) \le 0, \qquad (16)$$

процесс колебаний ШГНУ описываются с помощью только второго уравнения системы (1).

Таким образом, представленная математическая модель позволяет описать параметры ШГНУ в начале её эксплуатации и в процессе выхода её на стационарный режим работы; впервые сформулированы система (1) и граничные условия (5) для моделирования процесса колебаний нижней части установки используется уравнение (7) с переменными коэффициентами, в частности, используется формула (8) для описания особенностей работы установки. Величины (6) и (8) могут быть определены либо экспериментальным путём, либо рассчитаны на основании информации о технических характеристиках установок. Дальнейшая работа может быть связана с изучением параметров реальных ШГНУ с целью определения количественных характеристик предложенных моделей.

1. Вирновский А. С. Теория и практика глубинно-насосной добыче нефти. – М.: Недра, 1971. – 192 с. 2. Кадиров Н. Б. К вопросу исследования вынужденного колебательного движения колонны штанг при работе глубинного насоса // Изв. вузов, Нефть и газ. - №8, 1983, С. 25-31. 3. Замиховский Л. М., Калявин В. П. Техническая диагностика погружних электроустановок для добычи нефти. – Снятын: Прут – прней, 1999. – 234 с. 4. Э. Хайредгер, С. Нёрсетт, Г. Ваннер, Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи. – М.: Мир, 1990. – 512с.