Дослідження та методи аналізу

УДК 622.276
DOI: 10.31471/1993-9973-2018-3(68)-19-26

ОСОБЛИВОСТІ ТЕЧІЇ РОЗЧИНУ ПОЛІМЕРУ В ТРІЩИНУВАТО-ПОРИСТОМУ КОЛЕКТОРІ

А. В. Погребняк, І. В. Перкун, В. Г. Погребняк

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. +38 050 1351545, e-mail: pogrebnyak.av@gmail.com, perkuniv@gmail.com, vgpogrebnyak@gmail.com

Наведено результати чисельного моделювання течії простої і в'язкопружньої (розчину полімеру) рідин крізь тріщину з використанням розчинів полімерів для підвищення нафтовилучення з пласта. Встановлені особливості поведінки в'язкопружної рідини при течії з повздовжнім градієнтом швидкості і прояву при цьому ефектів пружних деформацій мають визначальне значення в розумінні механізму «аномально» високого підвищення нафтовилучення з пластів шляхом використання водополімерного заводнення тріщинувато-пористих колекторів. Розуміння природи збільшення нафтовилучення з пластів при використанні розчинів полімерів дозволить розробити рекомендації щодо вибору режимів водополімерного заводнення тріщинувато-пористих колекторів.

Ключові слова: розчин полімеру, ефекти пружних деформацій, гідродинамічне поле, градієнт швидкості, тріщина, колектор, нафтовилучення.

Приведены результаты численного моделирования течения простой и вязкоупругой (раствора полимера) жидкостей сквозь трещину при использовании растворов полимеров для повышения нефтеотдачи пластов. Установленные закономерности поведения вязкоупругой (раствора полимера) жидкости при течении с продольным градиентом скорости и проявляющиеся при этом эффекты упругих деформаций имеют определяющее значение в понимании механизма «аномально» высокой нефтевытесняющей способности водно-полимерного раствора. Понимание природы увеличения нефтеотдачи пластов с применением растворов полимеров позволит разработать рекомендации по выбору режимов воднополимерного заводнения трещино-поровых коллекторов.

Ключевые слова: раствор полимера, эффекты упругих деформаций, гидродинамическое поле, градиент скорости, трещина, коллектор, нефтеотдача.

This article presents the results of numerical flow simulation of simple and viscoelastic (polymer solution) fluids through a crack by using polymer solutions for enhanced oil recovery from the reservoir. The determined regularities of viscoelastic (polymer solution) liquid behavior with longitudinal velocity gradient and manifested in this case elastic deformations effects have a decisive meaning in the understanding of the mechanism "anomalously" high oil recovery ability from the reservoir by using water-polymer flooding of the porous-fractured reservoir. Understanding the nature of increased oil recovery with the use of polymer solutions will lead to the development of recommendations on the choice of regimes of water-polymer flooding of the porous-fractured reservoir.

Keywords: polymer solution, elastic deformation effects, hydrodynamic field, velocity gradient, crack, reservoir, oil recovery.

Вступ

Одна із основних проблем, яку необхідно вирішувати під час розробляння технології підвищення нафтовилучення з пластів шляхом використання розчинів полімерів, – визначення оптимального режиму течії в тріщинувато-пористому колекторі. Технологічні показники при використанні розчинів полімерів для підвищення нафтовилучення з пласта розраховують, виходячи з умови задоволення нерівності

$$\dot{\varepsilon}\theta_c \geq D_{екр}\,, \qquad (1)$$

де θ_c – час релаксації полімерного розчину,

$\dot{\varepsilon}$ – повздовжній градієнт швидкості.

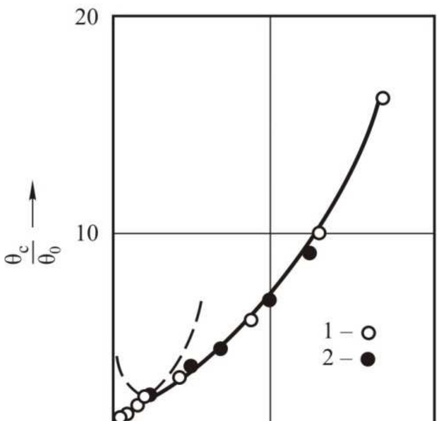
Вираз (1) є критерієм переходу макромолекулярного клубка з гідродинамічно непроникного "сегментального гелю", де значна частина сегментів заекранована, в протічний "сегментальний розчин", в якому вже всі сегменти гідродинамічно взаємодіють з розчинником. При виконанні наведеної нерівності в розчинах полімерів (поліетиленоксиду, поліакриламіду та ін.) при течії з повздовжнім градієнтом швидкості формуються динамічні надмолекулярні структури [1-3]. Вираз (1) слід трактувати як число Дебори, тому що зворотна величина повздовжнього градієнта швидкості це не що інше, як часовий масштаб течії [4]. Таким чином, розрахунок зводиться до визначення часу релаксації (характерного часу полімерного розчину) і повздовжнього градієнту швидкості, який реалізується під час течії полімерного розчину в трищинувато-пористому колекторі.

Характерний час релаксації, наприклад, для водного розчину поліетиленоксиду (ПЕО) (в'язкопружної рідини) визначається з отриманого нами наступного виразу

$$\theta_c = \begin{cases} \theta_0 e^k & \text{при} \, k < 1 \\ \theta_0 \dfrac{e^{k^{2/3}}}{k^{1/3}} & \text{при} \, k > 1 \end{cases}, \qquad (2)$$

де $[\eta]_0$ – характеристична в'язкість,

C – концентрація полімеру в розчині, а $[\eta]_0 \cdot C = k$. Залежність $\dfrac{\theta_c}{\theta_0}$ від $[\eta]_0 \cdot C$ для ПЕО 2-х молекулярних мас у воді відображена на рис. 1.



$M_{ПЕО}$: $1 - 4 \cdot 10^6$, $2 - 2{,}5 \cdot 10^6$

Рисунок 1 – Залежність $\dfrac{\theta_c}{\theta_0}$ від концентрації ПЕО у розчині

Суцільною лінією показаний хід залежності, отриманої за виразом (2). Видно, що експериментальні точки для відповідних концентраційних областей задовільно лягають на розрахункову криву. Таким чином, підставляючи відомі молекулярні характеристики полімеру до виразу (2), можна обчислити час релаксації розчинів полімерів. Вплив температури у цьому виразі враховується температурною залежністю θ_0 і k.

Слід зазначити, що на сьогодні в літературі відсутні аналітичні вирази, за допомогою яких можна було б розрахувати повздовжній градієнт швидкості при втіканні розчину полімеру в тріщину. Для визначення повздовжнього градієнта швидкості у вхідній області тріщини під час течії розчину полімеру в тріщинувато-пористому колекторі необхідно провести аналіз особливостей течії розчинів полімерів крізь тріщину в нафтовому колекторі з урахуванням їх в'язкопружних властивостей.

Постановка задачі

Відомо, що розчини полімерів володіють в'язкопружними властивостями. Тому, для оцінки деформаційних характеристик (функцій течії, розподілів повздовжнього градієнта швидкості і нормального напруження) потоку, що призводять до прояву аномальних (у порівнянні з поведінкою ньютонівської рідини) ефектів, можна вибрати добре знану максвеллівську модель в'язкопружної рідини [5-10] з використанням оператора Яумана [11]. Вибір цієї моделі був обумовлений тим, що згідно з Лоджем [10] дослідження непрямолінійних, несталих, з точки зору Лагранжа, течій в'язкопружних рідин не додає якої-небудь нової інформації до вже отриманої при вивченні однорідних або квазіоднорідних зсувних деформацій. На його думку, "... єдина причина детальних розрахунків різних типів непрямолінійних течій – переконатися у їх практичній реалізації". Це твердження Лоджа можна інтерпретувати таким чином, що для опису збіжних потоків (у вхідній області тріщини) не слід придумувати нові рівняння реологічного стану – досить скористатися отриманими при вивченні куеттівської течії або, принаймні, визначити, чи не можуть вони пояснити особливості збіжної течії в тріщінувато-пористому колекторі (у вхідній області тріщини).

Алгоритм числового розв'язання завдання

Усталені течії нестискуваних середовищ описуються такими рівняннями:

– рівнянням нерозривності

$$\mathcal{V}^i_{,i} = 0, \qquad (3)$$

– рівнянням руху Коші

$$\rho \mathcal{V}^k \mathcal{V}^i_{,k} = -g^{ik} P_{,k} + T^{ij}_{,k}, \qquad (4)$$

де g^{ik} – метричний тензор, а $T^{ij}_{,k}$ визначається при коваріантному диференціюванні T^{ij}:

$$T^{ij}_{,k} = \frac{\partial T^{ij}}{\partial x^k} + \left\{ \begin{matrix} i \\ k \;\; m \end{matrix} \right\} T^{mj} + \left\{ \begin{matrix} i \\ k \;\; m \end{matrix} \right\} T^{im},$$

де $\left\{ \begin{matrix} i \\ k \;\; m \end{matrix} \right\}$ є трикомпонентним символом Кристоффеля і виражається залежністю:

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

$$\left\{ \begin{matrix} i \\ k \quad m \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{i\ell} \left(\frac{\partial g_{k\ell}}{\partial x^m} + \frac{\partial g_{m\ell}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{km}}{\partial x^\ell} \right).$$

Позначивши час релаксації через θ_c, а в'язкість через η_c, запишемо структурне рівняння реології моделі рідини Максвелла :

$$T^{ij} + \theta_c \frac{D_j T^{ij}}{Dt} = 2\eta_c D^{ij}, \qquad (5)$$

де $\frac{D_j}{Dt}$ – похідна Яумана, яка описується рівнянням

$$\frac{D_j T^{ij}}{Dt} = \frac{\partial T^{ij}}{\partial t} + \mathcal{V}^k T^{ij}_{,k} - W^i_k T^{kj} - T^{ik} W^j_k,$$

у якому

$$D_{km} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{V}_{k,m} + \mathcal{V}_{m,k} \right),$$

$$W_{km} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{V}_{k,m} - \mathcal{V}_{m,k} \right).$$

Розглянемо випадок, коли нестискувана рідина рухається між двома паралельними площинами і витікає крізь тріщину, довжина якої значно перевищує її ширину. Течія плоска і стаціонарна. На рис. 2 показана форма тріщини у тріщинувато-пористому колекторі і декартові координати.

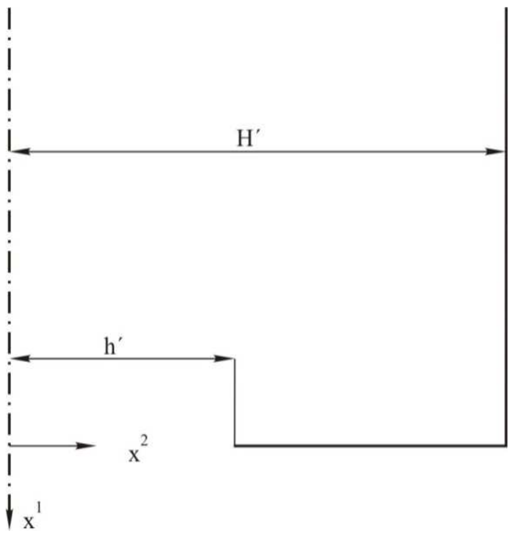


Рисунок 2 – Форма тріщини та декартові координати

Компоненти метричного тензора в декартових координатах мають вигляд:

$$g_{11} = g_{22} = 1,$$

$$g_{12} = g_{21} = 0.$$

Трикомпонентний символ Кристоффеля $\left\{ \begin{matrix} i \\ k \quad m \end{matrix} \right\}$ дорівнює нулю, оскільки компоненти метричного тензора g_{ik} не залежать від координат.

Виразимо у безрозмірному вигляді і введемо в рівняння (3), (4) і (5) такі величини:

$$x_1^* = \frac{x^1}{H'}, \qquad x_2^* = \frac{x^2}{H'},$$

$$V_1^* = \frac{\mathcal{V}^1}{\bar{u}}, \qquad V_2^* = \frac{\mathcal{V}^2}{\bar{u}},$$

$$T_{11}^* = \frac{H'}{\eta_c \bar{u}} T^{11}, \qquad T_{22}^* = \frac{H'}{\eta_c \bar{u}} T^{22},$$

$$T_{12}^* = \frac{H'}{\eta_c \bar{u}} T^{12}, \qquad T_{21}^* = \frac{H'}{\eta_c \bar{u}} T^{21}, \qquad (6)$$

$$P^* = \frac{H'}{\eta_c \bar{u}} P,$$

де $\bar{u}$ – середня швидкість течії;

$2H'$ – ширина тріщини.

З урахуванням перетворень (3), (4), (5) приводяться до вигляду

$$\frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_2^*} = 0, \qquad (7)$$

$$\mathrm{Re}\left(\mathcal{V}_1^* \frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_1^*} + \mathcal{V}_2^* \frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*} \right) = \qquad (8,а)$$

$$= -\frac{\partial P^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial T_{11}^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial T_{12}^*}{\partial x_2^*},$$

$$\mathrm{Re}\left(\mathcal{V}_1^* \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_1^*} + \mathcal{V}_2^* \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_2^*} \right) = , \qquad (8,б)$$

$$= -\frac{\partial P^*}{\partial x_2^*} + \frac{\partial T_{21}^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial T_{22}^*}{\partial x_2^*},$$

$$T_{11}^* + We\left\{ \mathcal{V}_1^* \frac{\partial T_{11}^*}{\partial x_1^*} + \mathcal{V}_2^* \frac{\partial T_{11}^*}{\partial x_2^*} - \right. \qquad (9,а)$$

$$\left. -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*} - \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_1^*} \right)\left(T_{12}^* + T_{21}^* \right) \right\} = 2\frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_1^*},$$

$$T_{22}^* + We\left\{ \mathcal{V}_1^* \frac{\partial T_{22}^*}{\partial x_1^*} + \mathcal{V}_2^* \frac{\partial T_{22}^*}{\partial x_2^*} + \right. \qquad (9,б)$$

$$\left. +\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*} - \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_1^*} \right)\left(T_{12}^* + T_{21}^* \right) \right\} = 2\frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_2^*},$$

$$T_{12}^* + We\left\{ \mathcal{V}_1^* \frac{\partial T_{12}^*}{\partial x_1^*} + \mathcal{V}_2^* \frac{\partial T_{12}^*}{\partial x_2^*} + \right. \qquad (9,в)$$

$$\left. +\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*} - \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_1^*} \right)\left(T_{11}^* - T_{22}^* \right) \right\} = \frac{\partial \mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*} + \frac{\partial \mathcal{V}_2^*}{\partial x_1^*},$$

$$T_{21}^{*}+We\left\{\mathcal{V}_{1}^{*}\frac{\partial T_{21}^{*}}{\partial x_{1}^{*}}+\mathcal{V}_{2}^{*}\frac{\partial T_{21}^{*}}{\partial x_{2}^{*}}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\mathcal{V}_{1}^{*}}{\partial x_{2}^{*}}-\frac{\partial\mathcal{V}_{2}^{*}}{\partial x_{1}^{*}}\right)\left(T_{11}^{*}-T_{22}^{*}\right)\right\}=\frac{\partial\mathcal{V}_{1}^{*}}{\partial x_{2}^{*}}+\frac{\partial\mathcal{V}_{2}^{*}}{\partial x_{1}^{*}}, \qquad (9,г)$$

де $\mathrm{Re}=\dfrac{\rho\,\bar{u}\,H'}{\eta_c}$ – число Рейнольдса;

$We=\dfrac{\theta_c\,\bar{u}}{H'}$ – число Вейсенберга.

Якщо обмежитися течією, за якої інерційними членами можна нехтувати, то ліва частина рівнянь (8) стане рівною нулю. Застосовуючи рівняння нерозривності (7), введемо функцію течії:

$$\mathcal{V}_1^*=\frac{\partial\psi}{\partial x_2^*},\quad \mathcal{V}_2^*=-\frac{\partial\psi}{\partial x_1^*}. \qquad (10)$$

Вважаючи пуазейлівським профіль швидкості на вході в тріщину, а швидкість на поверхні твердої стінки (умова прилипання) рівною нулю і вважаючи, що у витеклому потоці швидкість постійна, граничні умови набудуть такого вигляду:

$$x_1^*=-\infty,\quad \mathcal{V}_1^*=\frac{3}{2}\left(1-x_2^{*2}\right),\quad \mathcal{V}_2^*=0, \qquad (11,а)$$

$$x_1^*=0,\quad 0\le x_2^*\le h^*,\quad \mathcal{V}_1^*=\mathcal{V}_0^*,\quad \mathcal{V}_2^*=0, \qquad (11,б)$$

$$x_1^*=0,\quad h^*\le x_2^*\le 1,\quad \mathcal{V}_1^*=\mathcal{V}_2^*=0, \qquad (11,в)$$

$$x_2^*=0,\quad \frac{\partial\mathcal{V}_1^*}{\partial x_2^*}=\mathcal{V}_2^*=0, \qquad (11,г)$$

$$x_2^*=1,\quad \mathcal{V}_1^*=\mathcal{V}_2^*=0, \qquad (11,д)$$

де $\mathcal{V}_0^*=const$ визначається витратною швидкістю;

h^* – безрозмірна величина, рівна $\dfrac{h'}{H'}$;

$2h'$ – ширина тріщини.

Для визначення полів течії і напруження необхідно розв'язати рівняння (7), (8) і (9) відповідно до граничних умов (11). Розв'язати такі загальні рівняння неможливо, тому обмежимося лише повільними течіями. У цьому випадку можна нехтувати не лише інерційними членами, але і вважати число Вейсенберга меншим одиниці.

Слід нагадати, що число Вейсенберга характеризує міру прояву неньютонівського ефекту при зсувній течії. У даному завданні реалізується складна течія, коли наявні і зсувний, і повздовжні градієнти швидкості. Із зростанням швидкості витікання крізь тріщину, як було показано в роботі [12], частка повздовжньої течії зростає, а зсувної – зменшується. Тому доцільно скористатись не числом We, а числом Дебори, яке характеризує прояв неньютонівських властивостей при течії з розтягом [13]. Проте для стаціонарних течій відношення $\dfrac{De}{We}=\mathrm{Re}^{0,75}$ [13,14], а це означає, що обидва критерії і, We і De взаємозалежні в межах геометрично подібних полів течії.

Тому для тих обмежень, які накладені на дану течію, можна записати швидкості, напруження і функції течії у вигляді розкладання за числом We:

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_i^* &= \mathcal{V}_i^{(0)}+We\mathcal{V}_i^{(1)}+We^2\mathcal{V}_i^{(2)}+\ldots,\\
P^* &= P^{(0)}+WeP^{(1)}+We^2P^{(2)}+\ldots,\\
T_{ij}^* &= T_{ij}^{(0)}+WeT_{ij}^{(1)}+We^2T_{ij}^{(2)}+\ldots,\\
\psi^* &= \psi^{(0)}+We\psi^{(1)}+We^2\psi^{(2)}+\ldots .
\end{aligned} \qquad (12)$$

Підставивши (12) у рівняння (7), (8), (9) і граничні умови (11), проведемо впорядкування відносно числа Вейсенберга.

Запишемо члени рівнянь, що не містять число Вейсенберга:

$$\frac{\partial\mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial\mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_2^*}=0, \qquad (13,а)$$

$$\frac{\partial T_{11}^{(0)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial T_{12}^{(0)}}{\partial x_2^*}=\frac{\partial P^{(0)}}{\partial x_1^*}, \qquad (13,б)$$

$$\frac{\partial T_{21}^{(0)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial T_{22}^{(0)}}{\partial x_2^*}=\frac{\partial P^{(0)}}{\partial x_2^*}, \qquad (13,в)$$

$$T_{11}^{(0)}=2\frac{\partial\mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_1^*},\quad T_{22}^{(0)}=2\frac{\partial\mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_2^*}, \qquad (13,г)$$

$$T_{12}^{(0)}=\frac{\partial\mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial\mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}, \qquad (13,д)$$

$$T_{21}^{(0)}=\frac{\partial\mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial\mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}, \qquad (13,ж)$$

$$\mathcal{V}_1^{(0)}=\frac{\partial\psi^{(0)}}{\partial x_2^*},\quad \mathcal{V}_2^{(0)}=-\frac{\partial\psi^{(0)}}{\partial x_1^*}. \qquad (13,з)$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned}
&x_1^*=-\infty, && \mathcal{V}_1^{(0)}=\frac{3}{2}\left(1-x_2^{*2}\right), && \mathcal{V}_2^{(0)}=0,\\
&x_1^*=0, && 0\le x_2^*\le h^*, && \mathcal{V}_1^{(0)}=\mathcal{V}_0^*,\quad \mathcal{V}_2^{(0)}=0,\\
&x_1^*=0, && h^*\le x_2^*\le 1, && \mathcal{V}_1^{(0)}=\mathcal{V}_2^{(0)}=0,\\
&x_2^*=0, && \frac{\partial\mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}=\mathcal{V}_2^{(0)}=0,\\
&x_2^*=1, && \mathcal{V}_1^{(0)}=\mathcal{V}_2^{(0)}=0.
\end{aligned} \qquad (14)$$

Враховуючи рівняння (13), виразивши $\dfrac{\partial P^{(0)}}{\partial x_1^*}$, $\dfrac{\partial P^{(0)}}{\partial x_2^*}$ через $\psi^{(0)}$ і її похідні та виключивши $P^{(0)}$, одержимо:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^{*2}}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^{*2}}\right)\psi^{(0)}=0. \qquad (15)$$

Для граничних умов (14) розв'язок рівняння (15)

$$\psi^{(0)}=\psi^{(0)}\left(x_1^*,x_2^*\right)$$

описує течію ньютонівської рідини.

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

Підставивши рівняння (12) у рівняння (9) та згрупувавши члени, що містять число Вейсенберга, у першій степені, одержимо:

$$T_{11}^{(1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{12}^{(0)}+T_{21}^{(0)}\right)+ \tag{16,а}$$

$$+2\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(1)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{11}^{(0)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{11}^{(0)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{22}^{(1)}=2\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(1)}}{\partial x_2^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{12}^{(0)}+T_{21}^{(0)}\right)- \tag{16,б}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{22}^{(0)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{22}^{(0)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{12}^{(1)}=\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(1)}}{\partial x_2^*}+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(1)}}{\partial x_1^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{11}^{(0)}-T_{22}^{(0)}\right)- \tag{16,в}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{12}^{(0)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{12}^{(0)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{21}^{(1)}=\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(1)}}{\partial x_2^*}+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(1)}}{\partial x_1^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{11}^{(0)}-T_{22}^{(0)}\right)- \tag{16,г}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{21}^{(0)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{21}^{(0)}}{\partial x_2^*},$$

де $\mathcal{V}_i^{(0)}, T_{ij}^{(0)}$ – складові швидкості і напружень членів рівняння, які містять число Вейсенберга в нульовій степені та є відомими.

Перетворюючи аналогічним чином рівняння нерозривності, рівняння руху та граничні умови, одержимо:

$$\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(1)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(1)}}{\partial x_2^*}=0, \tag{17,а}$$

$$\frac{\partial T_{11}^{(1)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^*}=\frac{\partial P^{(1)}}{\partial x_1^*}, \tag{17,б}$$

$$\frac{\partial T_{21}^{(1)}}{\partial x_1^*}+\frac{\partial T_{22}^{(1)}}{\partial x_2^*}=\frac{\partial P^{(1)}}{\partial x_2^*}. \tag{17,в}$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} &x_1^*=-\infty, && \mathcal{V}_1^{(1)}=\mathcal{V}_2^{(1)}=0,\\ &x_1^*=0, && \mathcal{V}_1^{(1)}=\mathcal{V}_2^{(1)}=0,\\ &x_2^*=1, && \mathcal{V}_1^{(1)}=\mathcal{V}_2^{(1)}=0,\\ &x_2^*=0, && \mathcal{V}_1^{(1)}=\mathcal{V}_2^{(1)}=0. \end{aligned} \tag{18}$$

Функція течії (10) набуває такого вигляду:

$$\mathcal{V}_1^{(1)}=\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_2^*},\qquad \mathcal{V}_2^{(1)}=-\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_1^*}. \tag{19}$$

Враховуючи (19) і виключаючи з рівняння (17) $P^{(1)}$, одержимо рівняння:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^{*2}}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^{*2}}\right)^2\psi^{(1)}=0. \tag{20}$$

Розв'язок рівняння (20) з граничними умовами (18) має вигляд $\psi^{(1)}=0$, тобто члени рівняння, що містять число Вейсенберга в першій степені, не впливають на розподіл швидкості. Проте, як видно з рівняння (16), напруження $T_{11}^{(1)}, T_{22}^{(1)}, T_{12}^{(1)}, T_{21}^{(1)}$ відображають вплив пружності членів рівняння, що містять число Вейсенберга в першій степені.

Підставляючи рівняння (12) у рівняння (19), враховуючи, що $\mathcal{V}_1^{(1)}=\mathcal{V}_2^{(1)}=0$, та згрупувавши члени, які містять число Вейсенберга у другій степені, одержимо:

$$T_{11}^{(2)}=2\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(2)}}{\partial x_1^*}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{12}^{(1)}+T_{21}^{(1)}\right)- \tag{21,а}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{11}^{(1)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{11}^{(1)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{22}^{(2)}=2\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(2)}}{\partial x_2^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{12}^{(1)}+T_{21}^{(1)}\right)- \tag{21,б}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{22}^{(1)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{22}^{(1)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{12}^{(2)}=\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(2)}}{\partial x_2^*}+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(2)}}{\partial x_1^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{11}^{(1)}-T_{22}^{(1)}\right)- \tag{21,в}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^*},$$

$$T_{21}^{(2)}=\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(2)}}{\partial x_2^*}+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(2)}}{\partial x_1^*}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\right)\left(T_{11}^{(1)}-T_{22}^{(1)}\right)- . \tag{21,г}$$

$$-\mathcal{V}_1^{(0)}\frac{\partial T_{21}^{(1)}}{\partial x_1^*}-\mathcal{V}_2^{(0)}\frac{\partial T_{21}^{(1)}}{\partial x_2^*}.$$

Рівняння нерозривності, рівняння руху, граничні умови і функція течії мають такий самий вигляд, як і рівняння (17), (18) і (19) після заміни в останніх індексу (1) на (2).

Відтак, виключаючи $P^{(2)}$, одержимо:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^{*2}}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^{*2}}\right)^2\psi^{(2)}=\frac{\partial^2 \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*\partial x_1^*}\left(\frac{\partial A}{\partial x_1^*}+\frac{\partial A}{\partial x_2^*}\right)+\\
&+\frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*}\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^{*2}}+2\frac{\partial^2 T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^*\partial x_1^*}\right)+\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x_2^{*2}}-2\frac{\partial^2 T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^*\partial x_2^*}\right)-\\
&-C\frac{\partial^2 B}{\partial x_1^*\partial x_2^*}-\frac{B}{2}\left(2\frac{\partial^2 C}{\partial x_1^*\partial x_2^*}-\frac{\partial^2 A}{\partial x_2^{*2}}+\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^{*2}}\right)-\\
&-\frac{\partial B}{\partial x_1^*}\left(\frac{\partial C}{\partial x_2^*}+\frac{\partial A}{\partial x_1^*}\right)+\frac{\partial B}{\partial x_2^*}\left(\frac{\partial A}{\partial x_2^*}-\frac{\partial C}{\partial x_1^*}\right)+\frac{\partial^2 \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^{*2}}\cdot\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^*}+\\
&+\frac{\partial^2 \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_2^{*2}}\cdot\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^*}-\frac{\partial^2 \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_1^{*2}}\cdot\frac{\partial T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^*}-\frac{\partial^2 \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^{*2}}\cdot\frac{\partial T_{21}^{(1)}}{\partial x_2^*}+\\
&+2\frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_2^{*2}}\left(\frac{\partial^2 T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^{*2}}+\frac{\partial^2 T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^{*2}}\right)+\frac{A}{2}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial x_2^{*2}}-\frac{\partial^2 B}{\partial x_1^{*2}}\right)+\\
&+\mathcal{V}_1^{(0)}\left(\frac{\partial^3 T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^{*2}\partial x_1^*}-\frac{\partial^3 T_{12}^{(1)}}{\partial x_1^{*3}}+\frac{\partial^3 A}{\partial x_1^{*2}\partial x_2^*}\right)+\\
&+\mathcal{V}_2^{(0)}\left(\frac{\partial^3 T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^{*3}}-\frac{\partial^3 T_{12}^{(1)}}{\partial x_2^{*2}\partial x_2^*}+\frac{\partial^3 A}{\partial x_2^{*2}\partial x_1^*}\right).
\end{aligned} \tag{22}$$

Тут

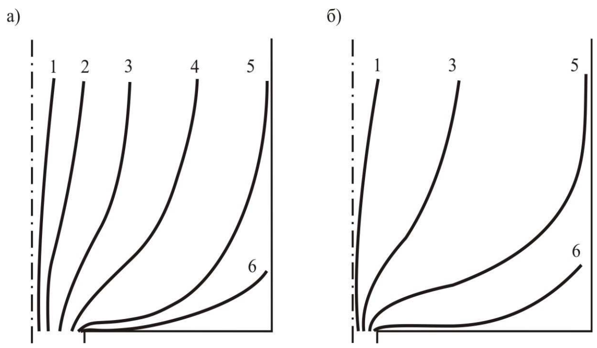
$$A = T_{11}^{(1)} - T_{22}^{(1)}; \quad B = \frac{\partial \mathcal{V}_1^{(0)}}{\partial x_2^*} - \frac{\partial \mathcal{V}_2^{(0)}}{\partial x_1^*}; \quad C = T_{12}^{(1)} + T_{21}^{(1)} \cdot$$

Оскільки права частина рівняння (22) відома, то, розв’язавши рівняння (22), що включає граничні умови, визначимо члени, що містять число Вейсенберга в другій степені, які характеризують розподіл швидкостей і напружень.

Результати та їх аналіз

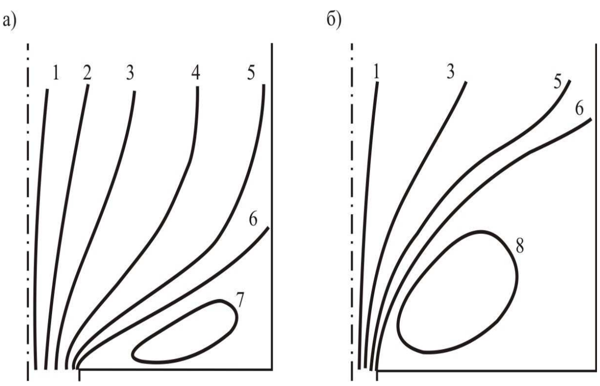
Реалізація задачі була здійснена числовим методом [15, 16]. Слід зазначити, що права частина рівняння (22) (на відміну від роботи [11]) містить похідні більш високого порядку.

На рис. 3 і 4 показана функція течії при витіканні крізь тріщину ньютонівської (We=0) і в’язкопружної (We=0,1) рідин. Видно, що зі зменшенням коефіцієнта стискування каналу вплив входу в тріщину на функцію течії зростає. Циркуляційна зона (рис. 3,б), що виникає при течії в тріщину в’язкопружної рідини, від правого кута каналу доходить до тріщини і займає область трикутної форми, а лінії течії утворюють вхідний струмінь. Отже, зменшення коефіцієнта стискування каналу (і збільшення We) призводить до виникнення вхідного затопленого струменя.



We = 0, Ψ: 1 – 0,125, 2 – 0,375, 3 – 0,625, 4 – 0,875, 5 – 0,9715, 6 – 1,0;
а) h′/H′ – 0,2; б) h′/H′ – 0,07

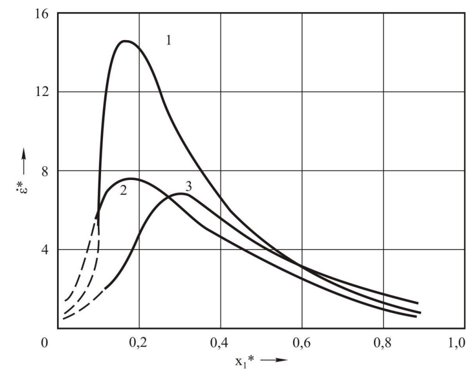
Рисунок 3 – Функція течії при протіканні крізь тріщину ньютоновської рідини



We = 0,1, Ψ: 1 – 0,125, 2 – 0,375, 3 – 0,625, 4 – 0,875, 5 – 0,9715, 6 – 1,0, 7 – 1,01, 8 – 1,1;
а) h′/H′ – 0,2; б) h′/H′ – 0,07

Рисунок 4 – Функція течії при протіканні крізь тріщину в’язкопружної рідини

На рис. 5 показаний розподіл безрозмірного повздовжнього градієнта швидкості на осі потоку при впаданні в тріщину ньютонівської (криві 1 і 2) і в’язкопружної (крива 3) рідин. Видно, що максимального значення градієнт швидкості при течії ньютонівської рідини досягає на відстані $3h'$ і (x_1^*=1,5) від тріщини для коефіцієнтів стискування 0,2 і 0,07 відповідно. Поява у рідини, що тече, в’язкопружних властивостей зміщує максимум на кривій $\dot{\varepsilon}^* = f(x_1^*)$ в область великих x^1 і знижує величину $\dot{\varepsilon}^*_{max}$. Зіставляючи експериментальні дані з результатами розрахунку, бачимо, що розраховані лінії течії і розподіл градієнта швидкості відповідають експериментально отриманим в області відносно малих швидкостей.



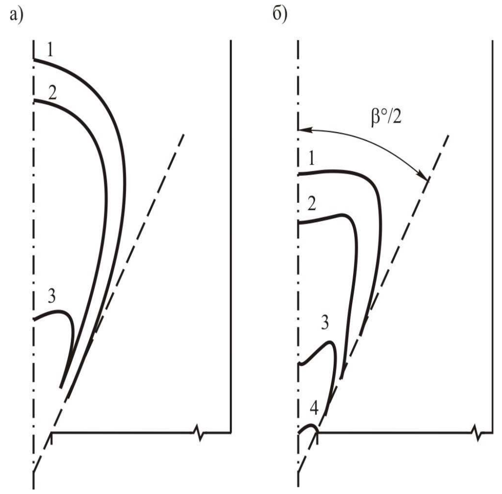
1: h′/H′ = 0,07, We = 0; 2: h′/H′ = 0,2, We = 0;
3: h′/H′ = 0,2, We = 0,1

Рисунок 5 – Розподіл безрозмірного повздовжнього градієнта швидкості на осі потоку рідини, що втікає у тріщину

Розподіл безрозмірного нормального напруження для коефіцієнта стискування каналу 0,07 і числа Вейсенберга 0,1 наведено на рис. 6,а. Ці результати досить добре відображають експериментальні дані з розподілу ізохром у вхідній області щілини (рис. 5,б і [17]). Оскільки в досліджуваній системі (полістиролбромоформ) полімер і розчинник мали рівні показники заломлення, то отримані лінії рівних значень двопроменезаломлення (ізохроми) усередині затопленого вхідного струменя пропорційні першій різниці нормальних напружень.

Таким чином, розраховані лінії течії, поля швидкостей і їх градієнтів, а також розподіл напружень при витіканні крізь тріщину в тріщинувато-пористому колекторі ньютонівської і в’язкопружної рідин, принаймні, якісно узгоджуються з наявними експериментальними даними, якщо обмежитися відносно малими швидкостями, тобто тими режимами течії, коли в’язкопружні властивості тільки починають проявлятися.

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online



Кутова напівширина потоку (β°/2) – 30°;
а) We = 0,1, h′/H′ = 0,07;
T^* : 1 – 5, 2 – 7, 3 – 45;
б) Δn: 1 – 10^{-4}, 2 – $7 \cdot 10^{-4}$, 3 – $15 \cdot 10^{-4}$,
4 – $62 \cdot 10^{-4}$

Рисунок 6 – Розподіл безрозмірних нормальних напруг (а) і ізохром (б) у вхідній області тріщини

Отримані результати вказують на те, що чисельний метод аналізу збіжної течії в'язкопружної рідини Максвелла, можна використати для розрахунку повздовжніх градієнтів швидкості, що реалізовуються у вхідній області тріщин під час течії розчинів полімерів у тріщинувато-пористих колекторах. Слід, проте, відмітити, що в загальному випадку необхідно враховувати вплив кута входу в тріщину, що можна зробити, розглянувши завдання в прямонахилених або криволінійних координатах. При цьому аналіз течії в'язкопружної рідини в тріщенувато-пористому колекторі різко ускладнюється.

ВИСНОВКИ

1. Проведений чисельний аналіз витікання крізь щілину в'язкопружної рідини має визначальне значення, насамперед, стосовно підтвердження запропонованої в роботах [18] інтерпретації експериментальних даних, що характеризують особливості збіжної течії водних розчинів ПЕО у вхідній області отвору чи тріщини.

2. Результати розрахунку підтверджують отримані з експериментального вирішення цього питання уявлення про деформаційно-напружений стан макромолекул ПЕО (елементів рідини) при течії розчину ПЕО у вхідній області щілини в нафтовому колекторі і підтверджують можливість використання чисельного методу аналізу збіжної течії розчину полімеру для розрахунку повздовжніх градієнтів швидкості, що реалізуються у вхідній області щілини, а також можуть служити додатковим підтвердженням запропонованого в роботі [19] механізму підвищення нафтовилучення з пластів шляхом використанням розчинів полімерів.

Література

1 Pogrebnyak V. G. Dymamic structurization in solutions of Hydrodynamically activepolemers // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 1992. – Vol. 63. – No 2. – Pp. 763–765.

2 Pogrebnyak V. G. Polymer Macromolecules as a Tool for Studying Wall–Adjacent Turbulence Flow / V. G. Pogrebnyak // Proceedings of the 2nd International Symposium on Seawater Drag Reduction / ASERC, Korea – Busan, 2005. – Pp. 79–90.

3 De Gennes P. G. Coil–stretch transition of dilute flexible polymers under ultrahigh velocity gradients / de P. G. Gennes // J. Chem. Phys. – 1974. – Vol. 60, No 12. – Pp. 5030–5042.

4 Астарита Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Маруччи. – М.: Мир, 1978. – 309 с.

5 Войткунский Я. И. Уравнения движения жидкости с учетом ее релаксационных свойств / Войткунский Я. И., Амфилохиев В. В., Павловский В. А. // Сб. науч. тр. / Ленингр. кораблестр. ин-т. – Л., 1970. – № 69.– С. 19–25.

6 Виноградов Г. В. Реология полимеров / Виноградов Г. В., Малкин А. Я. – М.: Химия, 1977. – 438 с.

7 Ферри, Дж. Д. Вязкоупругие свойства полимеров / Ферри Джон Д.; пер. с англ. под ред. [и с предисл.] Гуля В. Е. – М.: Иностр. лит., 1963. – 535 с.

8 Мидлман, С. Течение полимеров / Мидлман С.; пер. с англ. Панова Ю. Н.; под ред. Малкина А. Я. – М.: Мир, 1971. – 259 с.

9 Кристенсен, Р. Введение в теорию вязкоупругости / Кристенсен Р.; пер. с англ. Рейтмана М. И.; под ред. Г. С. Шапиро. – М.: Мир, 1974. – 338 с.

10 Лодж, А. С. Эластичные жидкости. Введение в реологию конечнодеформируемых полимеров / Лодж А. С.; пер. с англ. Б. М. Берковского и З. П. Шульмана. – М.: Наука, 1969. – 463 с.

11 Накамура К. Медленное истечение вязкоупругой жидкости по коническому каналу через щель / Накамура К. и [и др.] // Сэнкъи кикай гаккай си. – 1978. – Т. 31, № 8. – С. 49–55; переклад № Б-31876 / С. К. Завьялов. – М.: Всесоюз. центр перекладу. науково-техн. літер. і докумен., 1979 – 18 с.

12 Pogrebnyak A.V. Degradation of Polymer Solutions in a Hydrodynamic Field with a Longitudinal Velocity Gradient / A.V. Pogrebnyak, I.V, Perkun, V.G. Pogrebnyak // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2017. – Vol. 90. – No 5. – Pp. 1219–1224

13 Астарита, Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Маруччи. – М.: Мир, 1978. – 309 с.

14 Хинце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория / Хинце И. О.; пер. с англ. Яковлевского О. В.; под ред. Г. Н. Абрамовича. – М.: Физ.-мат. гос. изд-во, 1963. – 680 с.

15 Коллатц Л. Задачи на собственные значения с техническими приложениями: пер. со 2–го нем. изд. / Лотар Коллатц ; под общ. ред. В. В. Никольского. – М.: Наука, 1968. – 503 с. – (Физико–математическая школа инженера).

16 Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: практ. рук. / Шуп Т.; пер. с англ. Хохрякова В. А.; под ред. Миносцева В. Б.. – М.: Мир, 1981. – 235 с.

17 Бресткин, Ю. В. Разворачивание макромолекул при сходящемся течении / Ю. В. Бресткин, Д. Х. Амрибахшов, А. А. Холмуминов, С. Я. Френкель // Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1988. – № 6. – С. 80–84.

18 Pogrebnyak A. The Elastic Deformations and Anomalously High Cutting Ability of a Polymer Solution Jet / A. Pogrebnyak, V. Pogrebnyak // Вісник ТНТУ. – Тернопіль: ТНТУ ім. Івана Пулюя , 2017. – № 1(85).– P. 89–94.

19 Pogrebnyak V.G. Displacement of Oil from Porous Bed by the Oscillating Flow of Polymer Solution / I. V. Perkun, A. V. Pogrebnyak // American Journal of Science, Engineering and Technology. –2016. – Vol. 1 – No 2. – P. 53–57.

Стаття надійшла до редакційної колегії
01.11.18
Рекомендована до друку
професором ***Кондратом О.Р.***
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)
д-р фіз.-мат. наук ***Холмуміновим А.А.***
(Інститут Хімії та фізики полімерів АН РУз,
м. Ташкент)

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online