

ПРОГНОЗУВАННЯ ПОТОЧНИХ І НАКОПИЧЕНИХ ВИДОБУТКІВ ВУГЛЕВОДНІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

В. С. Бойко*, Б. М. Міщук

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42195,
e-mail: public@nung.edu.ua

З плином часу будь-яка свердловина, як би ефективно її не експлуатували і раціонально не використовували пластову енергію, припиняє фонтанувати, відтак, виникає необхідність переходити на механізовані способи експлуатації і в обох випадках прогнозувати зміну параметрів роботи свердловини, а саме зміну дебіту.

Сьогодні для прогнозування дебіту використовують, в основному, логарифмічну залежність, яка не завжди точно може описати характер зміни кількості видобутої нафти.

У практиці проектування розробки “нових” нафтових і газових родовищ чільне місце зайняли чисельні методи на основі комп’ютерних геолого-промислових моделей. Ці методи забезпечують отримання прийнятних (на сьогоднішній день) і найбільш достовірних технологічних показників розробки вуглеводневого покладу, але за умов наявності повної та із задовільною точністю інформації, що уможливує побудову вірогідної оцифрованої геологічної моделі цього покладу. Таку модель слід поступово уточнювати на момент складання наступного проектного документу.

По “старих” розроблювальних родовищах у свій час не було отримано багато інформації із задовільною точністю, та й не було потреби у визначенні ряду параметрів для аналітичного проектування, а тому побудувати сучасну геологічну модель для них практично неможливо й економічно збитково, тобто вдається тільки наближено встановити реальну картину виробленості запасів нафти й оцінити перспективні показники розробки покладу.

Але, в обох випадках, як по “нових”, так і по “старих” родовищах виникає потреба у довивченні покладів на завершальній стадії розробки та оцінці характеру поведінки їх у майбутньому.

Звідси впливає важливість питання прогнозування дебітів свердловин і в цілому показників розробки покладів на пізній стадії як по “нових”, так і по “старих” родовищах за фактичними статистичними даними розробки родовищ, а вивчивши історію (ретроспективу), можна без великих витрат часу і праці сформулювати висновки про подальший розвиток основних технологічних показників розробки (перспективу). При цьому автоматично враховуються особливості реалізованої на даному об’єкті системи та технології розробки.

Ключові слова: прогнозування дебіту, поточний дебіт, накопичений дебіт, імовірно-статистичні моделі, показники розробки, характер роботи свердловин, закон падіння дебіту

С течіем времени любая скважина, как бы эффективно ее не эксплуатировали и рационально не использовали пластовую энергию, прекращает фонтанировать, следовательно, возникает необходимость переходить на механизированные способы эксплуатации и в обоих случаях прогнозировать изменение параметров работы скважины, а именно изменение дебита.

Сегодня для прогнозирования дебита используют, в основном, логарифмическую зависимость, которая не всегда точно может описать характер изменения количества добытой нефти.

В практике проектирования разработки “новых” нефтяных и газовых месторождений достойное место заняли численные методы на основе компьютерных геолого-промышленных моделей. Эти методы обеспечивают получение приемлемых (на сегодняшний день) и наиболее достоверных технологических показателей разработки залежи углеводородного, но при условии наличия полной и с удовлетворительной точностью информации, что делает возможным построение вероятной оцифрованной геологической модели залежи. Такую модель следует постепенно уточнять на момент составления следующего проектного документа.

По “старым” разрабатываемых месторождениях в свое время не было получено много информации с удовлетворительной точностью, да и не было необходимости в определении ряда параметров для аналитического проектирования, а потому построить современную геологическую модель для них практически невозможно и экономически убыточно, то есть удастся только приближенно установить реальную картину выработанности запасов нефти и оценить перспективные показатели разработки залежи.

Но, в обоих случаях, как по “новым”, так и “старым” месторождениям возникает потребность в доизучении залежей на завершающей стадии разработки и оценке характера их поведения в будущем.

Отсюда вытекает важность вопроса прогнозирования дебитов скважин и в целом показателей разработки залежей на поздней стадии как по “новым”, так и “старым” месторождениям по фактическим статистическим данным разработки месторождений, а изучив историю (ретроспективу), можно без больших затрат времени и труда сформулировать выводы о дальнейшем развитии основных технологических показателей разработки (перспективу). При этом автоматически учитываются особенности реализованной на данном объекте системы и технологии разработки.

Ключевые слова: прогнозирование дебита, текущий дебит, накопленный дебит, вероятностно-статистические модели, показатели разработки, характер работы скважин, закон падения дебита

In the course of time any well, no matter how efficiently it was exploited and how rationally formation energy was used, stops blowing-out (flowing). Consequently, there appears a need to switch to artificial lift well operation methods and in both cases there is a need to predict the change of the parameters of the well operation, namely the change of flow rate.

Nowadays, to predict the flowrate, the logarithmic dependence is mainly used, but it does not always describe accurately the nature of the change in the amount of produced oil. In the design of the development of “new” oil and gas fields the numerical methods based on computer geological and industrial models took a prominent place. These methods provide an acceptable (for now) and the most reliable technological parameters of the development of hydrocarbon accumulation but on condition of the availability of complete and satisfactory accurate information. This gives the opportunity to build a probable digitized geological model of the reservoir. Such a model should be gradually clarified for the time of drafting the next design document.

There wasn't a lot of information with satisfactory accuracy about the “old” developed accumulations and it was not necessary to specify the set of parameters for analytical design. Therefore, it is almost impossible and economically unprofitable to build a modern geological model for them. It is only possible to get approximately the real overview of the depletion of oil reserves and to evaluate promising parameters of the development of deposits.

But, for both “new” and “old” fields there is a need to explore deposits additionally at the final stages of development and to evaluate the nature of their behavior in future.

It proves the importance of predicting the well flow rate and, overall, the fields development parameters at a mature production stage concerning both “new” and “old” fields according to the actual statistics of field development. Having studied the history (retrospective), it is possible to conclude about the further development of the basic production data (perspective) without great time and labour input. Automatically the characteristics of the system implemented in the prospect and development technologies are taken into account.

Key words: prediction of flow rate, current flow rate, accumulated flow rate, probabilistic and statistical models, development parameters, character of wells performance, the rule of production rate decline.

Вступ

При видобуванні нафти і газу статистична інформація є корисною для побудови різних нескладних стохастичних моделей. Такі моделі уможливають фахівцям оперативного аналізувати тенденції в зміні технологічних параметрів експлуатаційних об'єктів (покладів, родовищ, свердловин), прогнозувати поточні дебіти нафтових чи газових свердловин та накопичені відбори по свердловинах (у т.ч. покладах, родовищах, видобувних підприємствах, нафтогазопромислових регіонах і т.д.), уточнювати уявлення про поточні можливості свердловин та покладів планувати необхідні ремонтно-інтенсифікаційні заходи, вирішувати питання про привабливість вкладання інвестицій, оцінювати рівень паливної забезпеченості та паливно-енергетичної незалежності країни тощо. А це актуалізує дану проблему.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій

Відомі різні підходи і моделі для прогнозування поточних дебітів свердловин і накопичених видобутків, критичний аналіз деяких із них для формулювання довгострокового і короткострокового прогнозування виконано в недавніх роботах [1, 2, 3]. За першим феноменологічним підходом [1], який розглядає «феномени» (від грец. φαινόμενον — «явище») в цілому макроскопічно, без розгляду причин чи механізму їх появи, використовується відносно простий математичний апарат. Для прогнозування видобутку нафти в часі за статистичними даними підбирали серед відомих у математиці формул різного вигляду (степеневі, експоненти, поліноми тощо) [2].

Найбільш широко використовуються логістичні s-подібні криві росту, характерні для еволюційних процесів із насичення, зокрема:

- для прогнозування технологічних показників розробки нафтових покладів (родовищ) чи видобутків у межах нафтогазовидобувних

підприємств (регіони, країн) і дебітів свердловин [3]:

$$q(t) = ae^{-bt}; \quad (1)$$

$$q(t) = a(1+ct)^{-1/c}; \quad (2)$$

$$q(t) = a(d+ft)^{-c}; \quad (3)$$

$$Q(t) = a + be^{ct}; \quad (4)$$

$$Q(t) = A \exp(a + be^{ct}); \quad (5)$$

$$Q(t) = A \left[a + be^{ct} \right]^{-1}; \quad (6)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = aQ(t) \left[1 - \frac{Q(t)}{A} \right]; \quad (7)$$

- для прогнозування, у першу чергу, моменту досягнення максимального видобутку, як в окремих країнах або в нафтогазоносних басейнах, так і у світі в цілому (модель Хабберта) [1]:

$$Q(t) = A \left\{ 1 + \exp[b(t-t_m)] \right\}^{-1}, \quad (8)$$

де $q(t)$ – поточний дебіт на певну дату (добу, місяць, рік), t ;

$Q(t)$ – накопичений видобуток на момент часу t ;

a, b, c, d, f, A – сталі коефіцієнти (константи), які визначаються шляхом відповідного оброблення фактичних даних, причому A – кінцеві запаси Q_3 , котрі вважаються апріорі відомим (обмежені запаси нафти) або можуть бути визначеними;

t_m – дата максимального видобутку.

Величини $q(t)$ і $Q(t)$ пов'язані між собою залежностями:

$$q(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad \text{і} \quad Q(t) = \int_0^t q(t) dt. \quad (9)$$

Принагідно додамо, що зміну поточного дебіту свердловини $q(t)$ в часі t характеризують залежно від номінального моменту падіння дебіту (або від'ємним тангенсом кута нахилу лінії залежить від часу t):

$$D = -\frac{d \ln q}{dt} = -\frac{dq/dt}{q}, \quad (10)$$

Виокремлюють три види кривих (закони) падіння дебіту:

1) закон логарифмічного падіння дебіту (або інакше, закон однакового процентного падіння дебіту)

$$q(t) = q_0 e^{-Dt}; \quad (11)$$

2) закон гармонічного падіння дебіту

$$q(t) = q_0 \frac{1}{1+b \cdot t}; \quad (12)$$

3) закон гіперболічного падіння дебіту

$$q(t) = q_0 \frac{1}{(1+nbt)^{1/n}}, \quad (13)$$

де n – постійна величина;

b – постійна величина, котра визначається за початковими умовами $b = D_{\text{поч}} / q_0^n$.

Ці закони виведено за умов, що номінальний темп падіння дебіту D є відповідно постійним, пропорційним поточному дебіту і степеневій функції (із показником n) поточного дебіту.

Проаналізуємо ці записані залежності. Формули (1), (2) і (3) описують випадки відповідно логарифмічного, гармонічного ($a = 1, c = 1$) і гіперболічного ($0 \leq c \leq 1$) падіння дебіту, причому $a = q_0, b = D$ в логарифмічному законі, $a = q_0, d = 1, f = b, c = 1$ в гармонічному законі і $a = q_0, c = n, f = b$ в гіперболічному законі.

Залежності (4), (5) і (6) можуть бути подані в узагальненому вигляді так:

$$y = a + be^{ct}, \quad (14)$$

де відповідно $y = Q(t)$ для (4), $y = \ln(Q(t)/A)$ для (5) і $y = A/Q(t)$ для (6), тобто зводяться до вигляду залежності (4).

Залежність (5) є кривою Гомперца за $a = 0$, а (6) – кривою Перла (Перла-Ріда) за $a = 1$, причому в обох випадках A – верхня межа змінної-накопиченого видобутку нафти $Q(t)$ при $t \rightarrow \infty$, тобто рівна видобувним запасам нафти Q_3 .

Із рівняння Перла, точніше із рівняння (6), за $a = 1, b = 1$ із заміною b на c , як окремий випадок отримуємо рівняння Хабберента (без урахуванням t_m).

Відомо також екстраполяційні методи прогнозування основних показників розробки покладів, суть яких полягає в підборі певного виду регресійної залежності між фактичними накопиченими відборами нафти і рідини при водонапірному режимі (характеристики витіснення) або відборів від тривалості часу (характеристики виснаження) при природних режимах розробки (розчиненого газу чи гравітаційному).

Що стосується характеристик витіснення, то вони аналогічні розглянутим вище. За результатами аналізу застосовності відомих характеристик витіснення встановлено, що із відомих способів найбільш прийнятними є способи С.Н. Назарова та Н.В. Сіпачова і Г.С. Камбарова із співавторами, а також А.А. Казакова, але їх застосування можливе, починаючи з обводненості 53-56 % та 76 % для об'єктів з відносно малою в'язкістю нафти (до 5 мПа·с) і 76-78 % та 83 % для об'єктів з високою в'язкістю нафти (5-35 мПа·с).

Складнішими є моделі китайських авторів:
- модель Уенча для річного видобутку нафти

$$q(t) = a \cdot t^b \cdot \exp\left(-\frac{t}{c}\right)$$

і для кінцевих видобувних запасів:

$$Q_3 = a \cdot c^{b+1} \cdot (b+1),$$

- модель HCZ для річного видобутку нафти:

$$q(t) = a \cdot Q_3 \cdot \exp\left[-\frac{a}{b} \cdot \exp(-b \cdot t) - b \cdot t\right]$$

і для накопиченого видобутку нафти:

$$Q(t) = Q_3 \cdot \exp\left[-\frac{a}{b} \cdot \exp(-b \cdot t)\right],$$

де a, b, c – коефіцієнти.

Прогнозування, виконане за цими моделями, порівнювався з результатами, що дає модель Хабберта. Ці три моделі дали суттєво різні результати. Але, не зважаючи на критичне ставлення до моделі Хабберта, автори використовували її для прогнозування майбутнього попиту на нафту в Китаї.

Ряд інших методів проаналізовано в роботі [1], яка реалізується в потужних державах та корпоративних системах прогнозування. Визначальними факторами є попит і ціна на нафту та подальший їх вплив на потік інвестицій і, відповідно, рівні видобутку, хоч обмеженість запасів, як правило, ігнорується, а розрахунки базуються на геологічних ресурсах із великим ступенем доведеності [1].

За іншим підходом інтегрують з урахуванням регіональних особливостей, зокрема пропонується для країн, які не є членами ОПЕК, застосовувати криві Хабберта, а для прогнозування видобутку ОПЕК обов'язково враховувати ціни і світовий попит на нафту [1]. Ці два останні підходи не є предметом даного дослідження.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Невирішеним питанням є створення багатопараметричної моделі прогнозування видобутку нафти.

Формування цілей статті. Метою є створення багатопараметричної моделі прогнозування видобутку нафти за статистичними даними на основі положень теорії ймовірностей.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

При процесі проектування розробки “нових” нафтових і газових родовищ гідне місце

зайняли чисельні методи на основі комп'ютерних геолого-промислових моделей [4]. Ці методи забезпечують отримання прийнятних (на сьогоднішній день) і найбільш достовірних технологічних показників розробки вуглеводневого покладу, але за умов наявності повної та із задовільною точністю інформації, що уможливує побудову вірогідної оцифрованої геологічної моделі цього покладу. Таку модель слід поступово уточнювати на момент складання наступного проектного документу [6]. Тому, обов'язково, виконується адаптація моделі за результатами попередніх спостережень про досліджуваний об'єкт із переходом до нової досконалішої моделі, а відтак ведемо мову про постійно діючу геолого-промислову модель конкретного покладу, на основі якої проєктант і промисловий працівник може приймати обґрунтовані інженерні рішення щодо проєктування робіт із оптимізації процесу розробки [6].

По “старих” розроблювальних родовищах у свій час не було отримано багато інформації із задовільною точністю, та й не було потреби у визначенні ряду параметрів для аналітичного проєктування [3], а тому побудувати сучасну геологічну модель для них практично неможливо й економічно збитково, тобто вдається тільки наближено встановити реальну картину виробленості запасів нафти й оцінити перспективні показники розробки покладу.

Але, в обох випадках (як по “нових”, так і по “старих” родовищах) виникає потреба у довивченні покладів на завершальній стадії розробки та оцінці характеру поведінки їх у майбутньому.

Звідси випливає актуальність питання прогнозування дебітів свердловин і в цілому показників розробки покладів на пізній стадії як по “нових”, так і по “старих” родовищах за фактичними статистичними даними розробки родовищ, а, вивчивши історію (ретроспективу), можна без великих витрат часу і праці сформулювати висновки про подальший розвиток основних технологічних показників розробки (перспективу). При цьому автоматично враховуються особливості реалізованої на даному об'єкті системи та технології розробки.

Статистичні залежності зміни дебіту однієї свердловини (групи свердловин, покладу, родовища) в часі за даними фактичної експлуатації її будували в графічному вигляді ще на початках розвитку нафтової промисловості, а пізніше стосовно періоду зменшення дебіту підбирали серед відомих у математиці формули, або виводили, виходячи із різних фізичних (теоретичних) міркувань, математичні залежності

– характеристики виснаження чи, інакше, криві (закони) експлуатації, перші криві експлуатації, криві падіння видобутку (продуктивності), хронологічні криві (Лейбензон Л. С., Чарноцький С. М., Белл К. Г., Ларкі Ч. С.). Найбільш поширеними є закони логарифмічного, гармонічного і гіперболічного падіння дебіту, для яких номінальний темп падіння дебіту пропорційний поточному дебіту і степеневій функції поточного дебіту (або від'ємний тангенс кута нахилу лінії залежності \ln від часу t , де $q(t)$ – поточний дебіт) є відповідно постійним.

Аналіз великої кількості фактичних кривих падіння дебіту показав [7], що більшість кривих відноситься до гіперболічного виду із показником степеня n у межах від 0 до 0,7, причому найчастіше від 0 до 0,4, а це можна пов'язувати з тим, що закон падіння, на відміну від названих двох інших, є складнішим і характеризується двома параметрами. Криві із гармонічним падінням дебіту ($n = 1$) зустрічаються рідко. Звідси випливає, що ні один із цих законів не є універсальним і в кожному випадку доводиться багаторазово підбирати.

Звичайно, ставиться задача визначити одне із двох невідомих [7] або залишковий час експлуатації, або залишкові запаси нафти, а тому як незалежну змінну вибирають час експлуатації або накопичений відбір нафти, які відкладають по осі абсцис. При цьому, залежна змінна повинна мати відому кінцеву точку, а кінцеву точку кривої визначають за відомими або передбачуваними експлуатаційними витратами як економічно рентабельний дебіт. Для визначення невідомої величини залежність падіння дебіту екстраполюють до кінцевої точки.

Дебіти свердловин (нафтових, газових, нагнітальних, водозабірних) змінюються в часі з різних причин, це зокрема:

а) зміна вибійного тиску, газового фактора (особливо в умовах наявності в покладі режиму розчиненого газу), обводненості продукції, загазування частини пор колектора чи заповнення водою, енергетичне виснаження покладу, тобто зміна пластових умов;

б) зміна коефіцієнта продуктивності або ступеня досконалості (якості) свердловини внаслідок зміни фізичних умов на її вибої або в привибійній зоні, наприклад кольматації парафіном привибійної зони нафтового пласта та відкладання парафіну у стовбурі, утворення газових гідратів у привибійній зоні й у стовбурі газової свердловини, накопичення рідини (води, газоконденсату) на вибоях нафтової і газової свердловин, що може викликати корозію обладнання [8], кольматація привибійної зони

механічними домішками, відкладання солей або асфальтенів із видобуваної рідини, накопичення сипкого піску, алевроиту чи глини (утворення піщано-глинистих корків), утворення каверн у привибійній зоні, тобто внаслідок пошкодження привибійної зони;

в) зниження продуктивності (подавання) або ефективності роботи експлуатаційного обладнання, яке забезпечує піднімання видобуваної продукції (нафти, води, газу, газоконденсату) на поверхню.

Якщо нас цікавить прогнозування накопиченого видобутку нафти і визначення залишкових видобувних запасів нафти, то крива падіння дебіту повинна відображати тільки зміну пластових умов, значить, необхідно правильно відрегулювати експлуатаційне обладнання (газліфтні клапани, насоси, труби та ін.) і забезпечити якісний стан привибійної зони. В інших випадках вдається визначити тільки ті запаси, які можуть бути видобуті при існуючих та здебільшого неефективних умовах привибійної зони і стану обладнання, а крива падіння дебіту відобразить усі названі причини зміни дебіту, що, зрештою, не так просто виділити. Але часто не вдається адекватно описати характер роботи свердловини наведеними формулами.

Тут подається виведення, на основі положень теорії ймовірностей, універсальної залежності (закону) падіння дебіту свердловини в часі, щоб урахувати одночасно усі названі причини зміни дебіту.

Припустимо, що частина поперечного перерізу газонафтового потоку на певній відстані ξ від свердловини і в певний момент часу t , відповідно до названих вище причин, порушується (наприклад, загазована як за режиму розчиненого газу чи закольматована парафіном тією чи іншою мірою), тоді загальна витрата газонафтового потоку до свердловини

$$q(t) = q_0 P(t) + q_1 Q(t), \quad (15)$$

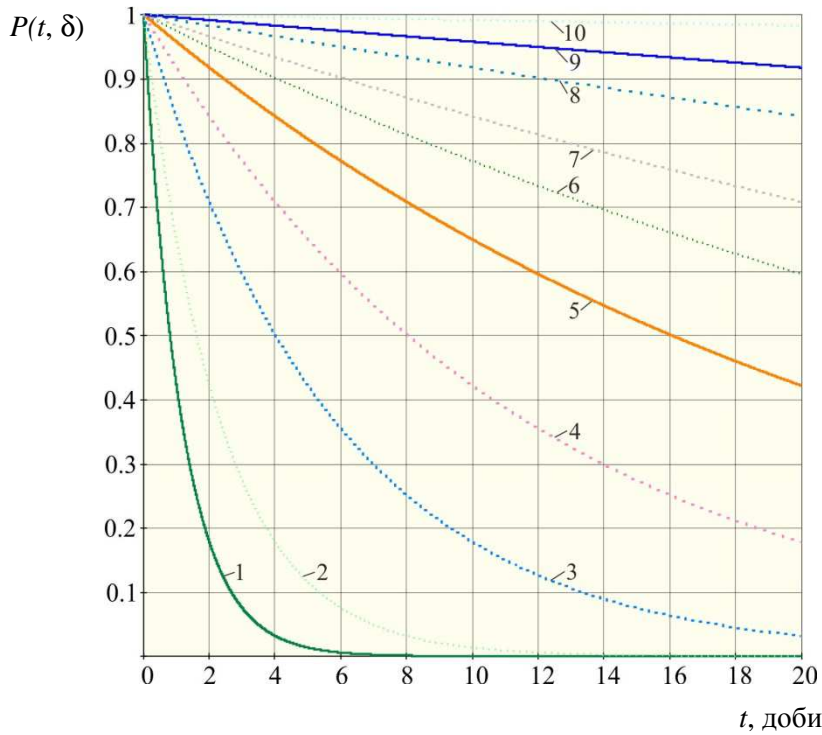
де q_0 – витрата потоку в непорушеній частині перерізу;

q_1 – витрата потоку в частково порушеній частині перерізу в довільний момент часу t ;

$P(t)$ – функція надійності [9] чи, інакше, імовірності відсутності порушення, тобто розподілу часу t безвідмовної фільтрації, коли не настане порушення;

$Q(t)$ – імовірність настання порушення перерізу в момент часу t , причому для протилежної події

$$Q(t) = 1 - P(t). \quad (16)$$



$$1 = 10^{-5}; 2 = 5 \cdot 10^{-6}; 3 = 2 \cdot 10^{-6}; 4 = 1 \cdot 10^{-6}; 5 = 5 \cdot 10^{-7};$$

$$6 = 2 \cdot 10^{-7}; 7 = 1 \cdot 10^{-7}; 8 = 1 \cdot 10^{-7}; 9 = 5 \cdot 10^{-8}; 10 = 1 \cdot 10^{-8}$$

Рисунок 1 – Залежність імовірності відсутності порушення $P(t, \delta)$ від часу t за різних δ , с

Тоді зміну дебіту свердловини в будь-який поточний момент часу запишемо так:

$$q(t) = q_0 \left[1 - \frac{q}{q_0} P(t) + \frac{q}{q_0} \right], \quad (17)$$

або, позначаючи $\psi = q/q_0$, маємо узагальнену формулу падіння дебіту свердловини

$$q(t) = q_0 [(1 - \psi)P(t) + \psi]. \quad (18)$$

Параметр ψ означає, що через частково порушену частину перерізу потоку відбувається фільтрація рідини.

Тут можна назвати будь-яку із названих причин падіння дебіту, відповідно перефразували текст.

Функцію надійності $P(t)$ виражаємо так:

$$P_1(t) = e^{-\int_0^t \delta(t) dt}, \quad (19)$$

або при $\delta(t) = \delta = \text{const}$

$$P(t) = e^{-\delta t}; \quad (20)$$

і

$$Q(t) = 1 - P(t), \quad (21)$$

де $\delta(t)$ – небезпека відмови.

Характер зміни функції $P(t)$ при $\delta(t) = \delta = \text{const}$ показано на рисунку 1. Імовірність $Q(t)$ на рисунку є дзеркальним відображенням $P(t)$.

Величина $\delta(t)$ є локальною характеристикою імовірності відсутності порушення для кожного t або щільність умовної ймовірності порушення в кожний момент часу t за умови, що до цього часу порушення було відсутнє. Вона є ймовірністю того, що поперечний переріз, який не порушився за час t , порушиться на проміжку часу Δt , якщо він є достатньо малим. Функція $\delta(t)$ в термінах теорії ймовірностей називається небезпекою і в теорії надійності розглядається як інтенсивність.

Функцію надійності або, іншими словами, імовірність відсутності порушення можна записати за відомим у теорії ймовірностей [9] законом Макегама:

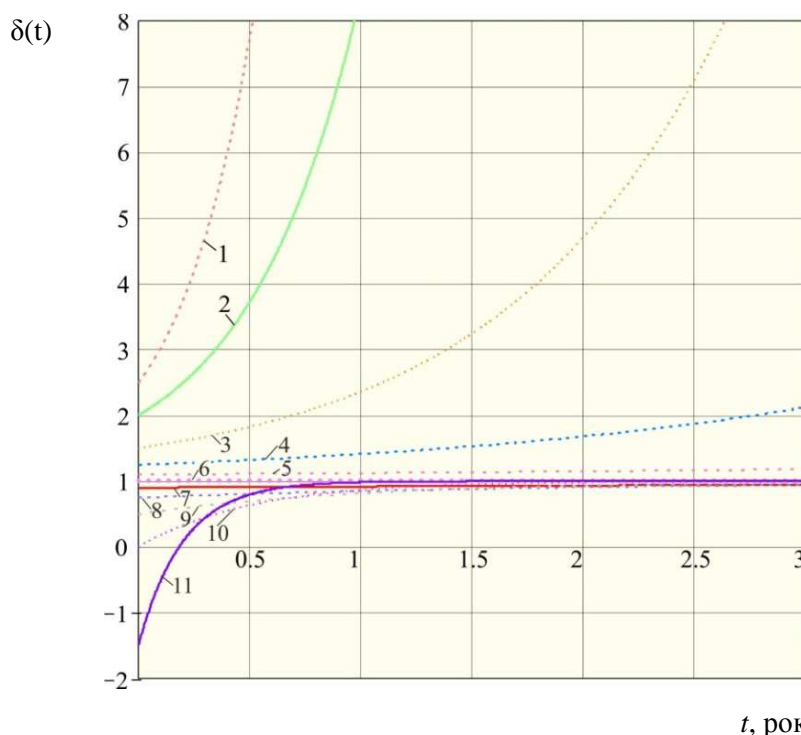
$$P_1(t) = e^{-\int_0^t \delta(t) dt}, \quad (22)$$

а небезпека відмови записується так:

$$\delta(t) = \alpha + \gamma \beta e^{\gamma t}, \quad (23)$$

де α, β, γ – постійні величини (коефіцієнти).

Припущення Макегама означає, що процес відбувається під впливом двох складових: а) одної, не залежної від ξ , і б) другої, залежної від просторової координати ξ , яка зростає (за $\gamma > 0$) або спадає (за $\gamma < 0$) в геометричній прогресії зі зміною ξ (за $\gamma \ll 0$ величина $\lambda(\xi)$ знову зростає і виходить на асимптоту $\alpha = \text{const}$).



1 – 3; 2 – 2; 3 – 1; 4 – 0,5; 5 – 0,2; 6 – 0 (відповідно $\delta(t) = \alpha = 1$);
7 – -0,2; 8 – -0,5; 9 – -1; 10 – -2; 11 – -5

Рисунок 2 – Функція небезпеки відмови $\delta(t)$ за $\beta = 0,5$ і різних γ

Проаналізовані результати свідчать, що параметр $\delta(t)$ за законом Макегама згідно з $q(t) = a/t$ лінійно зростає із збільшенням α і β , а характер зміни $\delta(t)$ в залежності від γ і t для заданих інших величин показано на рис. 2 – 4. При цьому для залежності $\delta(t)$ мінімум функції настає в точці $\gamma = t - 0,5$, а асимптотою є горизонтальна лінія $t = \alpha$ за $\gamma \ll 0$. Для побудови графіків прийнято $\alpha = 1$, а зміна α призводить до зміщення початку побудови графіків вздовж осі ординат. Вплив величини β за прийнятних значин є неістотним.

Час t можна вибрати різним (доба, місяць, квартал, рік), а з ним пов'язаний тільки коефіцієнт γ , тому він повинен мати відповідну обернену ймовірність.

Закон Макегама стосовно часової координати t запишемо так:

$$P(t) = e^{-\alpha t - \beta(e^{\gamma t} - 1)} \quad (24)$$

При цьому експоненціальний закон є окремим випадком цього закону за $\gamma = 0$.

Залежності $PI(t, \alpha)$, $PII(t, \beta)$, $PIII(t, \alpha)$ і $PIV(t, \alpha, \beta)$ графічно показано на рис. 3.21 – 2.4. Звідси впливає, що всі лінії виходять із точки $t = 0$. Із збільшенням α (при $\beta = 0$) і β (при $\alpha = 0$) функція надійності зменшується (див. рис. 5 і 6), але вплив β є більшим (при $\gamma = 1$). Якщо $\beta = 0,5$ при $\gamma = 1$ за різних α , то функція надійності різ-

ко спадає із збільшенням α (див. рис. 7). Спільний вплив α і β за $\gamma = 0,5$ має різний характер (див. рис. 8).

При $\beta = 0$ залежність (24) переходить до вигляду експоненціального закону (див. рис. 5). При $\alpha = 0$ і $\beta = 0$ маємо крайній випадок ($t = 1$). При $\alpha = 0$ отримуємо

$$P(t) = e^{-\beta[e^{\gamma(t)} - 1]} \quad (25)$$

Тобто, саме β заставляє лінію залежності вигинатися і переміщуватися вздовж координати t (див. рис. 8).

За значини $\beta < 1$ маємо обмеження інтервалу для кожної лінії вздовж t . Зі зростанням α настає переміщення лінії вліво (див. рис. 8).

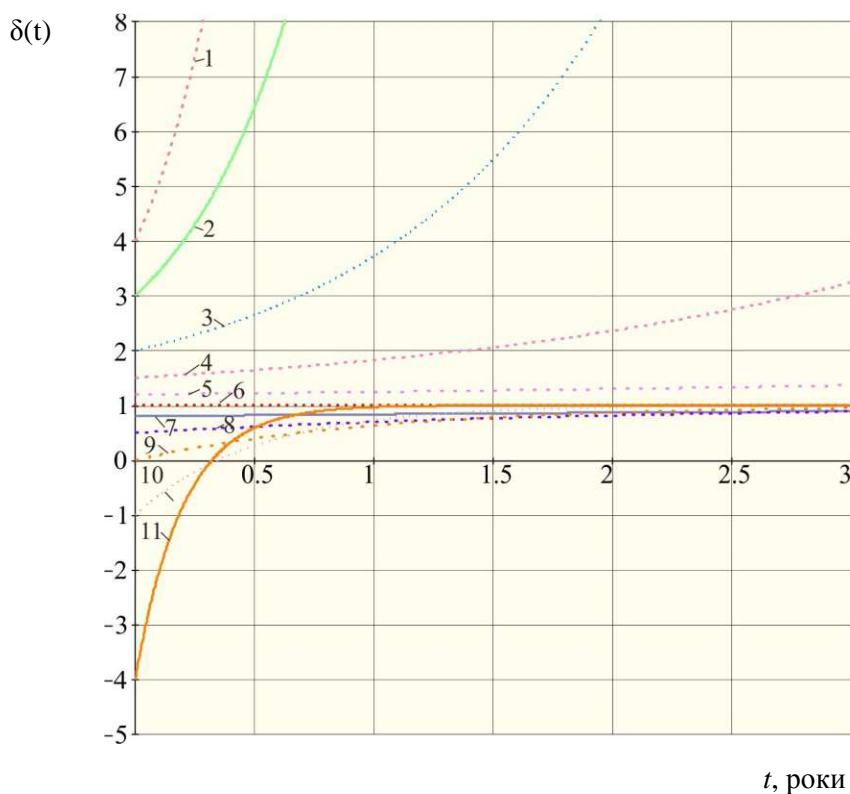
Із рис. 8 випливає, що параметр γ впливає незначно. За $\beta = 0$ залежність описується експоненціальним законом.

Тоді в розгорнутому вигляді за законом Макегама запишемо зміну дебіту свердловини в будь-який момент часу t

$$q(t) = q_0 e^{-\alpha_2 t - \beta_2 (e^{\gamma_2 t} - 1)} + q_1 \left(1 - e^{-\alpha_2 t - \beta_2 (e^{\gamma_2 t} - 1)} \right); \quad (26)$$

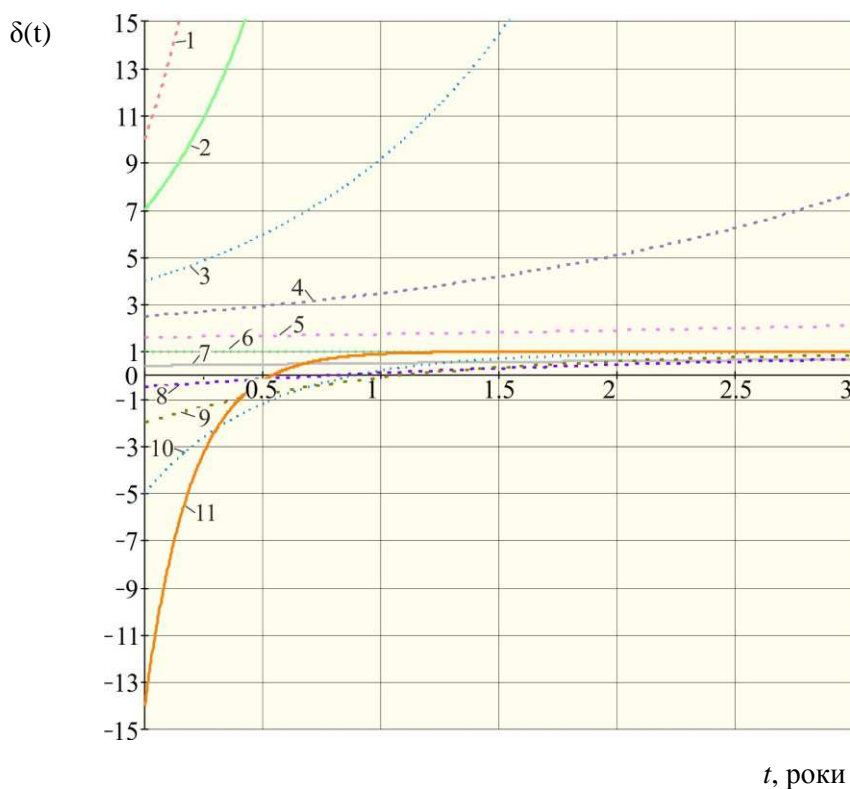
або

$$q(t) = q_0 \left((1 - \psi) e^{-\alpha t - \beta (e^{\gamma t} - 1)} + \psi \right). \quad (27)$$



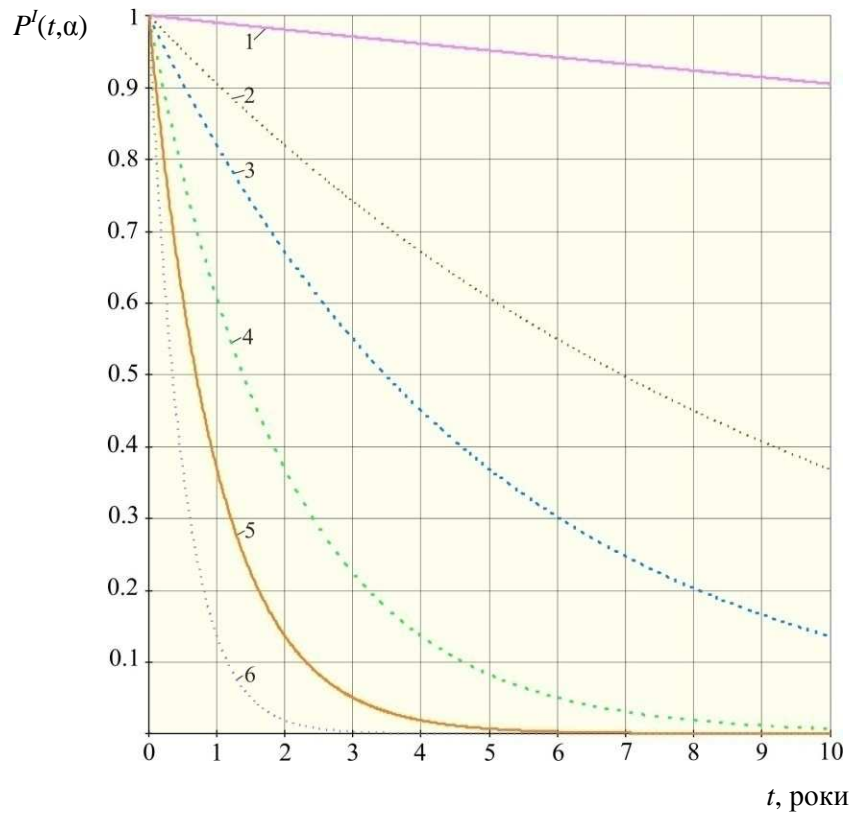
t , роки
 1 – 3; 2 – 2; 3 – 1; 4 – 0,5; 5 – 0,2; 6 – 0 (відповідно $\delta(t) = \alpha = 1$);
 7 – -0,2; 8 – -0,5; 9 – -1; 10 – -2; 11 – -5

Рисунок 3 – Функція небезпеки відмови $\delta(t)$ за $\beta = 1$ і різних γ



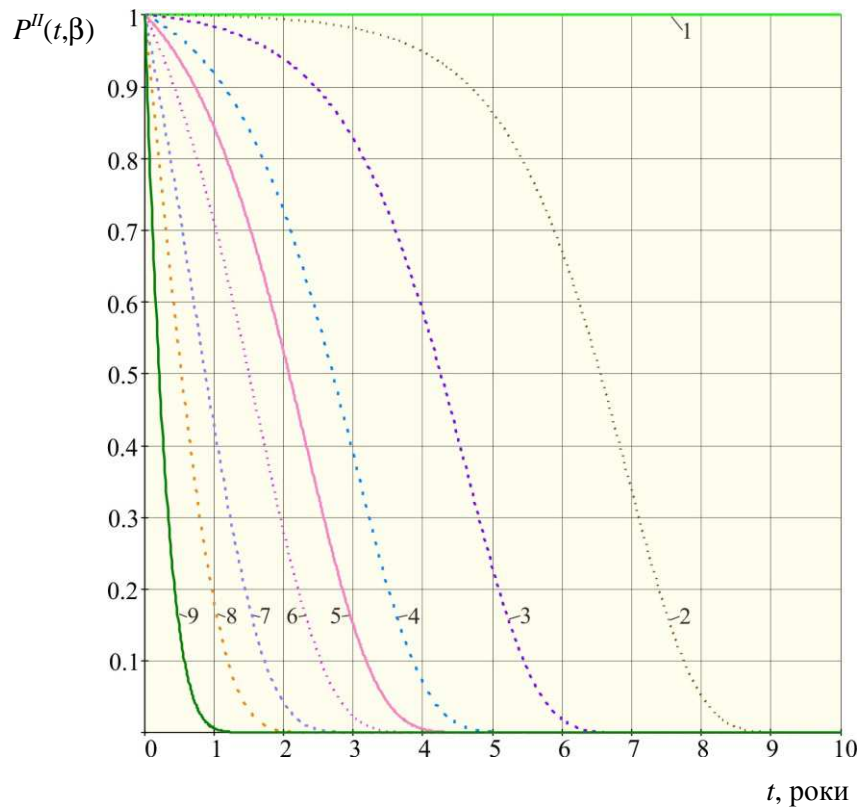
t , роки
 1 – 3; 2 – 2; 3 – 1; 4 – 0,5; 5 – 0,2; 6 – 0 (відповідно $\delta(t) = \alpha = 1$);
 7 – -0,2; 8 – -0,5; 9 – -1; 10 – -2; 11 – -5

Рисунок 4 – Функція небезпеки відмови $\delta(t)$ за $\beta = 3$ і різних γ



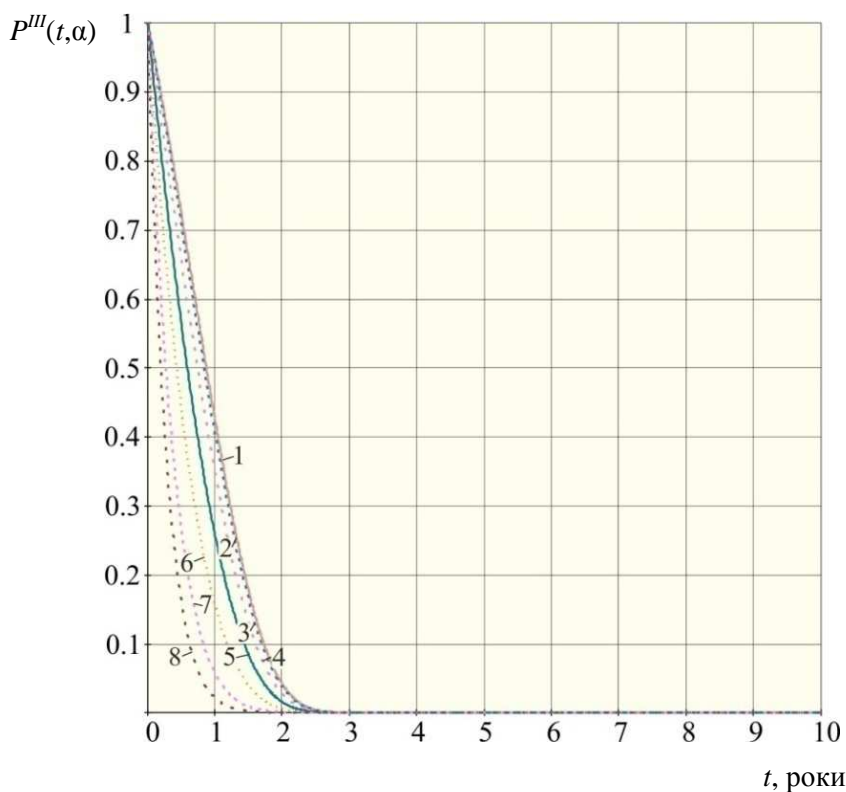
1 – 0,01; 2 – 0,1; 3 – 0,2; 4 – 0,5; 5 – 1; 6 – 2

Рисунок 5 – Функція надійності $P^I(t, \alpha)$ (відсутності порушення) за законом Макегама при $\beta = 0, \gamma = 1$ і різних α



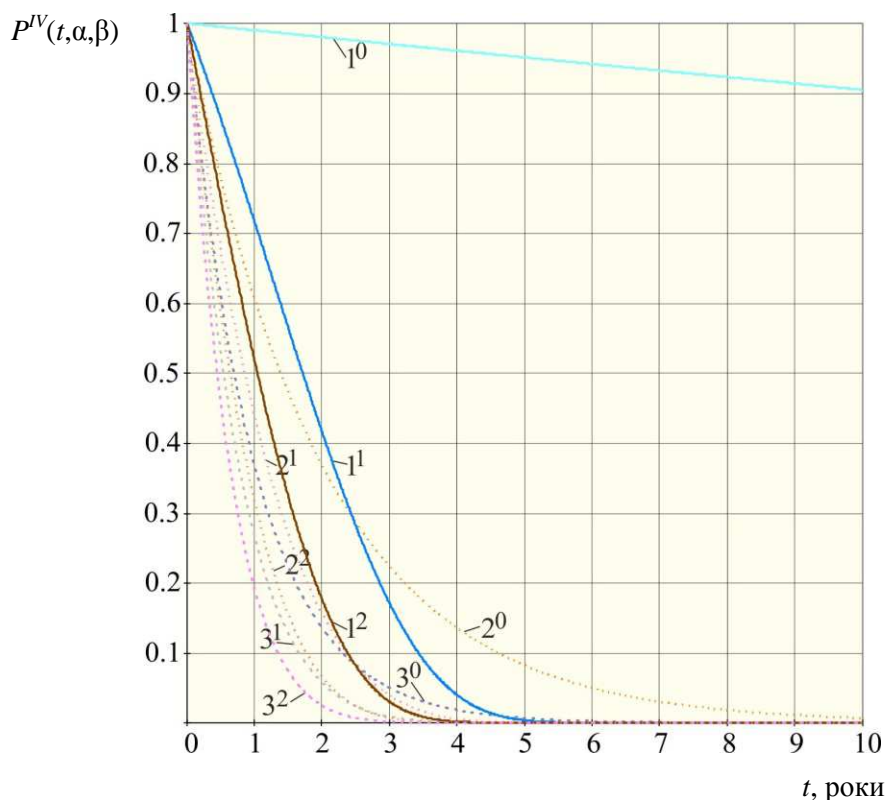
1 – 0; 2 – 0,001; 3 – 0,01; 4 – 0,05; 5 – 0,1; 6 – 0,2; 7 – 0,5; 8 – 1; 9 – 3

Рисунок 6 – Функція надійності $P^{II}(t, \beta)$ за законом Макегама при $\alpha = 0, \gamma = 1$ і різних β



1 – 0; 2 – 0,01; 3 – 0,05; 4 – 0,2; 5 – 0,5; 6 – 1; 7 – 2; 8 – 3

Рисунок 7 – Функція надійності $P^{III}(t, \alpha)$ за законом Макегама при $\beta = 0,5, \gamma = 1$ і різних α



показник верхнього індексу 0 – $\beta = 0$, лінія: $1^0 - \alpha = 0,01$; $2^0 - \alpha = 0,5$; $3^0 - \alpha = 1$;
 показник верхнього індексу 1 – $\beta = 0,5$, лінія: $1^1 - \alpha = 0,01$; $2^1 - \alpha = 0,5$; $3^1 - \alpha = 1$;
 показник верхнього індексу 2 – $\beta = 1$, лінія: $1^2 - \alpha = 0,01$; $2^2 - \alpha = 0,5$; $3^2 - \alpha = 1$

Рисунок 8 – Функція надійності $P^{IV}(t, \alpha, \beta)$ за законом Макегама при $\gamma = 0,5$ і різних α та β

Припустимо, що після порушення орієнтаційної здатності частини перерізу потоку витрата його стає рівною нулю, тобто $q_2 = 0$, а тоді $\psi = 0$. Тоді отримуємо нове рівняння падіння дебіту свердловини в часі t за законом Макегама:

$$q(t) = q_0 e^{-\alpha t - \beta(e^{\gamma t} - 1)} \quad (28)$$

Якщо припустити, що параметр $\gamma = 0$, то із (28) маємо, як окремий випадок, відомий експоненціальний (логарифмічний) закон зміни дебіту свердловини (або закон однакового процентного падіння дебіту):

$$q(t) = q_0 e^{-\alpha t}, \quad (29)$$

де $\alpha = D$ у формулі (29).

Якщо експоненту в останньому виразі розкласти в ряд і залишити два перших члени ряду, то отримаємо функцію $(1 + \alpha_1 t)^{-1}$ і прийдемо до відомого гармонічного закону зміни дебіту:

$$q(t) = q_0 \frac{1}{1 + \alpha_1 t}, \quad (30)$$

де $\alpha_1 = b$ у формулі (30).

До такого ж виразу приходимо після розкладання в ряд обох експонент у формулі $q(t)$ за законом Макегама, тобто

$$\begin{aligned} e^{-(\alpha t - \beta(e^{\gamma t} - 1))} &\cong 1 - \left(\alpha t + \beta(e^{\gamma t} - 1) \right) \cong \\ &\cong 1 - \alpha t - \beta(1 + \gamma t - 1) = 1 - (\alpha + \beta\gamma)t; \end{aligned} \quad (31)$$

або

$$e^{-\alpha t - \beta(e^{\gamma t} - 1)} \cong \frac{1}{1 + (\alpha + \beta\gamma)t}, \quad (32)$$

де $\alpha + \beta\gamma = b$.

У випадку гіперболічного закону падіння дебіту функцію надійності слід записати так:

$$P(t) = e^{-\left(1 + \tau \alpha' t\right)^{1/\tau}}, \quad (33)$$

а тоді, відомий закон гіперболічного падіння дебіту (після розкладання експоненти в ряд) отримуємо у вигляді:

$$q(t) = q_0 \frac{1}{(1 + \tau \alpha' t)^{1/\tau}}, \quad (34)$$

котрий за $\tau = 1$ зводиться до закону гармонічної зміни дебіту (за $\alpha' = b$), відтак до однакового процентного (за $\alpha = D$), а звідси до зміни дебіту за законом Макегама, де α' , τ – постійні параметри.

Якщо в гіперболічному законі за $Q_n = (q_0^n / ((1 - n)D_{\text{поч}})) (q_0^{1-n} - q^{1-n})$ взяти $\tau \alpha' = b$ і $1/\tau = c$, то отримаємо степеневий закон падіння дебіту

$$q(t) = q_0 \frac{1}{(1 + bt)^c}, \quad (35)$$

який Ч.С. Ларкі і Л.С. Лейбензон [2] отримали у вигляді інтерполяційної формули

$$q(t) = q_0 \frac{1}{(b' + t)^c}. \quad (36)$$

Якщо використаємо закон Вейбулла [2] як узагальнений експоненціальний закон

$$P(t) = e^{-\alpha t^\zeta}, \quad (37)$$

в якому небезпека відмови $\lambda(t) = \zeta \alpha \lambda t^{\zeta-1}$, то формулу падіння дебіту свердловини за законом Вейбулла записуємо у вигляді:

$$q = q_0 e^{-\alpha t^\zeta}, \quad (38)$$

яка за параметра $\zeta = 1$ переходить у формулу експоненціального закону.

Тут номінальний темп падіння дебіту виражається так:

$$D = -\frac{dq/dt}{q} = -\alpha \zeta t^{\zeta-1}. \quad (39)$$

Закон Вейбулла містить два параметри (α , ζ) на відміну від експоненціального закону, що уможливорює отримати кращу відповідність фактичним даним зміни дебіту. При $\zeta > 1$ небезпека відмови монотонно зростає від нуля, при $\zeta < 1$ небезпека відмови монотонно зменшується і не обмежена при $t = 0$. Відповідно при $\zeta > 1$ дебіт швидко спадає (небезпека відмови зростає), при $\zeta < 1$ – дебіт спочатку різко спадає, а відтак сповільнюється (небезпека відмови спочатку підвищена і надалі спадає), що ілюструється рис. 9.

Якщо експоненту в (38) розкласти в ряд і залишити тільки два перших члени ряду, тобто

$$e^{-\alpha t^\zeta} \cong 1 - \alpha t^\zeta, \quad (40)$$

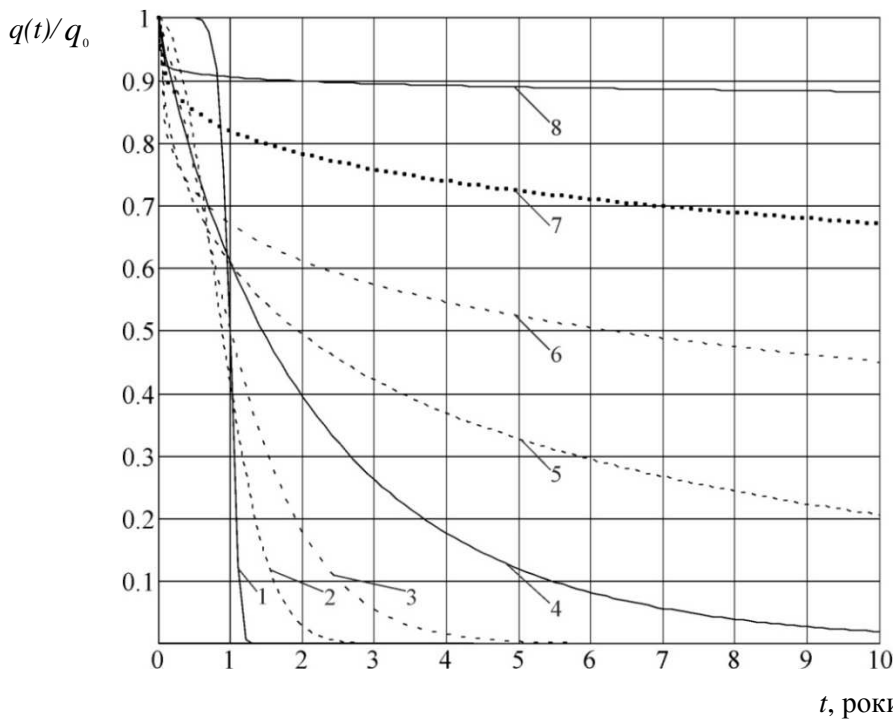
то переходимо до відомого параболічного закону зміни дебіту штангово-насосної свердловини [5]:

$$q(t) = q_0 (1 - \alpha t^\zeta), \quad (41)$$

де $\alpha_1 = T_{\text{пр}}^{-\zeta}$;

$T_{\text{пр}}$ – теоретична тривалість роботи штангового насоса до припинення подавання рідини (якщо причина припинення подавання – знос плунжерної пари, то $T_{\text{пр}}$ означає повний, фізично можливий термін служби насоса);

ζ – показник степеня параболи (значини ζ за фактичними даними по штангово-насосних свердловинах змінюються за А. Н. Адоніним в межах 1-3, здебільше $\zeta = 2$).



при $\zeta > 1$, лінія 1 – $\zeta = 10, \alpha = 0,8$; 2 – $\zeta = 2, \alpha = 0,9$; 3 – $\zeta = 1,3, \alpha = 0,7$;
 при $\zeta < 1$, лінія 4 – $\zeta = 0,9, \alpha = 0,5$; 5 – $\zeta = 0,5, \alpha = 0,5$; 6 – $\zeta = 0,3, \alpha = 0,4$;
 7 – $\zeta = 0,3, \alpha = 0,2$; 8 – $\zeta = 0,1, \alpha = 0,1$

Рисунок 9 – Графіки залежності $q(t)/q_0$ побудовані на основі закону Вейбулла за різних α та ζ

Звідси випливає, що, припускаючи справедливність закону Вейбулла, за $\zeta = 1$ параболічний закон падіння дебіту переходить у експоненціальний закон або в гармонічний закон падіння дебіту (оскільки $1/(1 + \alpha t) \cong 1 - \alpha t$).

Дослідження роботи свердловин [10] свідчать, що параболічна залежність описує зміну дебіту, зумовлену роботою обладнання, а параболічна і експоненціальна залежності – зміну дебіту, пов'язану зі зміною параметрів пласта.

Ми пропонуємо об'єднати закони Макегама і Вейбулла, тоді отримуємо новий закон, який називаємо законом Вейбулла-Макегама:

$$P(t) = e^{-\alpha t^\zeta - \beta(e^{\gamma t} - 1)}, \quad (42)$$

котрий за $\beta_1 = 0$ (або $\gamma_1 = 0$) переходить у закон Вейбулла, а за $\zeta = 1$ – у закон Макегама, тобто закон Вейбулла-Макегама включає і закон Макегама, і закон Вейбулла.

Тоді залежність падіння дебіту свердловини в часі за законом Вейбулла-Макегама запишемо так:

$$q = q_0 e^{-\alpha t^\zeta - \beta(e^{\gamma t} - 1)}. \quad (43)$$

Ця формула містить чотири постійних параметри. Для зручності їх визначення можна виконати екстраполяцію кривої $q - t$ в напівлогарифмічних координатах ($\ln q - t$), що відпові-

дає закону однакового процентного падіння дебіту, а відтак підбором решти параметрів забезпечити співпадіння фактичних даних (точок) дебіту із розрахунковою лінією, особливо виступаючи на графіку кінцевий відрізок кривої падіння дебіту.

Як проміжні можуть виявитися інформативними і такі підходи до підбору параметрів:

$$\left(\ln \frac{q}{q_0} \right)^{1/\zeta} = -\alpha' t, \quad (44)$$

$$\ln \frac{q}{q_0} = -(\alpha + \beta\gamma)t, \quad (45)$$

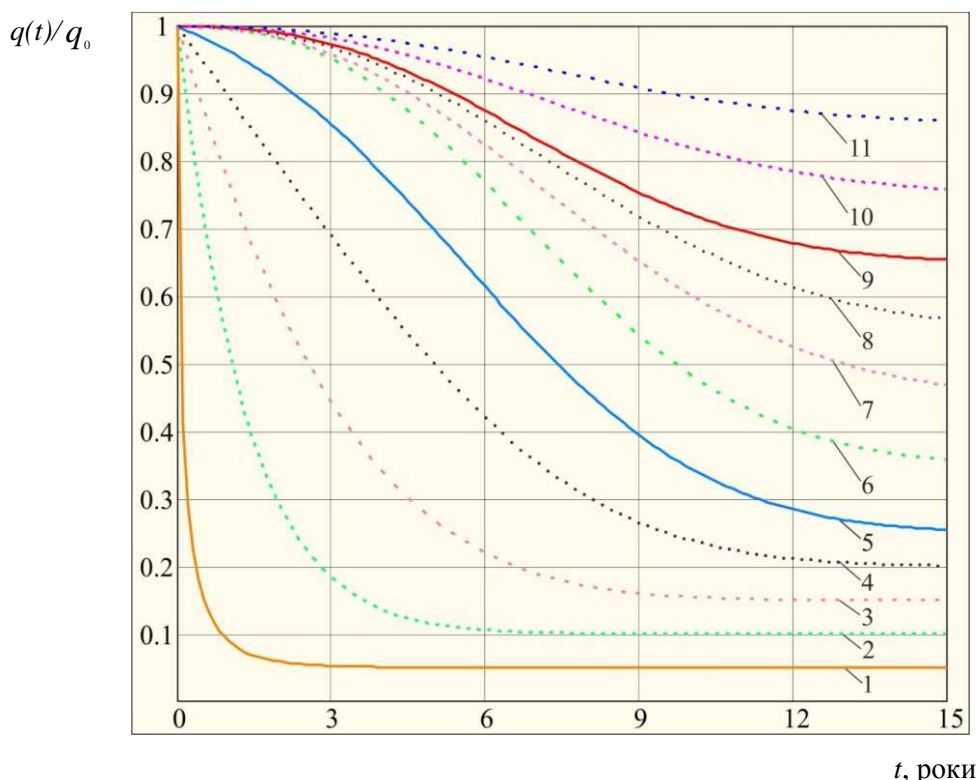
$$\frac{q}{q_0} = 1 - (\alpha + \beta\gamma)t, \quad (46)$$

де $\alpha' = (\alpha)^{1/\zeta}$; $\gamma_1 t \cong e^{\gamma t} - 1$;
 $e^{-[\alpha + \beta(e^{\gamma t} - 1)]} \cong 1 - (\alpha + \beta\gamma)t$.

Враховуючи (46), в кінцевому підсумку пропонуємо універсальну залежність падіння дебіту свердловини в часі за законом Вейбулла-Макегама у вигляді:

$$q(t) = q_0 \left[(1 - \psi) e^{-\alpha t^\zeta - \beta(e^{\gamma t} - 1)} + \psi \right]. \quad (47)$$

Характер зміни $q(t)/q_0$ в часі t за різних значин $\psi, \alpha, \zeta, \beta, \gamma$ показано на рис. 10, звідки



- 1 – $\psi = 0,05, \alpha = 3, \zeta = 0,5, \beta = 2, \gamma = 0,1$; 2 – $\psi = 0,15, \alpha = 0,005, \zeta = 1, \beta = 3, \gamma = 0,1$;
 3 – $\psi = 0,1, \alpha = 0,5, \zeta = 1, \beta = 2,5, \gamma = 0,1$; 4 – $\psi = 0,2, \alpha = 0,005, \zeta = 2,5, \beta = 2,5, \gamma = 0,1$;
 5 – $\psi = 0,25, \alpha = 0,005, \zeta = 2,5, \beta = 3, \gamma = 0,015$; 6 – $\psi = 0,35, \alpha = 0,005, \zeta = 2,5, \beta = 1, \gamma = 0,0001$;
 7 – $\psi = 0,45, \alpha = 0,005, \zeta = 2,4, \beta = 30, \gamma = 0,0001$; 8 – $\psi = 0,55, \alpha = 0,005, \zeta = 2,5, \beta = 10, \gamma = 0,0001$;
 9 – $\psi = 0,65, \alpha = 0,005, \zeta = 2,5, \beta = 1, \gamma = 0,0001$; 10 – $\psi = 0,75, \alpha = 0,005, \zeta = 2,4, \beta = 10, \gamma = 0,0001$;
 11 – $\psi = 0,855, \alpha = 0,005, \zeta = 2,4, \beta = 10, \gamma = 0,0001$

Рисунок 10 – Універсальна залежність падіння дебіту свердловини в часі за законом Вейбулла-Макегама за різних $\psi, \alpha, \zeta, \beta, \gamma$

робимо висновок, що цією залежністю можна описувати практично усі можливі зміни дебіту.

Для ілюстрації придатності виведених залежностей падіння дебіту свердловини в часі на відпрацьований свердловино-день підібрано дві різні за виглядом графічні залежності, складені за фактичними даними по Пнівському (рис. 11) і Тянявському (рис. 12) нафтових родовищах.

По Пнівському родовищу найкращим виявився закон падіння дебіту за універсальною залежністю на основі закону Вейбулла-Макегама (кореляційне відношення $\sigma = 0,99$).

По Тянявському родовищу найкращим виявилось, також, рівняння падіння дебіту за закон Вейбулла-Макегама (кореляційне відношення $\sigma = 0,991$).

В першому випадку нами підібрані наступні коефіцієнти: $\alpha_1 = 0,079, \beta_1 = 0,052, \gamma_1 = 0,14, \psi = 0,25$, а в другому – $\alpha_1 = 0,005, \beta_1 = -4,3, \gamma_1 = -0,07, \psi = 0,5$. Високих кореляційних відношень слід було очікувати, оскільки із універсальних залежностей як окремі випадки отримуються інші формули.

Виходячи за межі ретроспективи, отримаємо прогноз дебіту в часі.

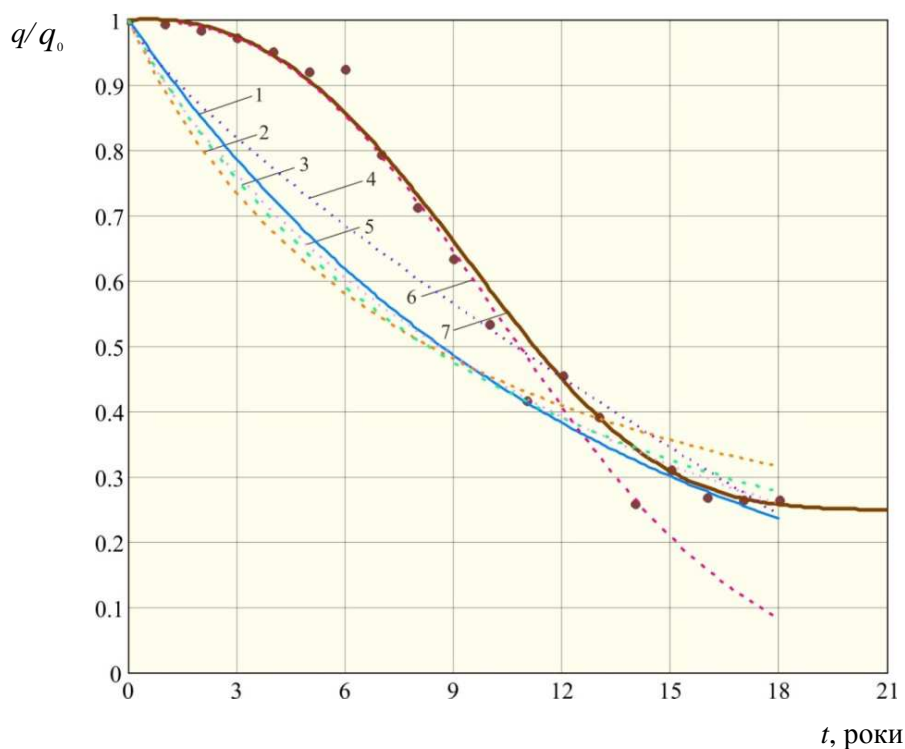
Для розрахунку накопичених відборів нафти (чи рідини) запишемо так:

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt.$$

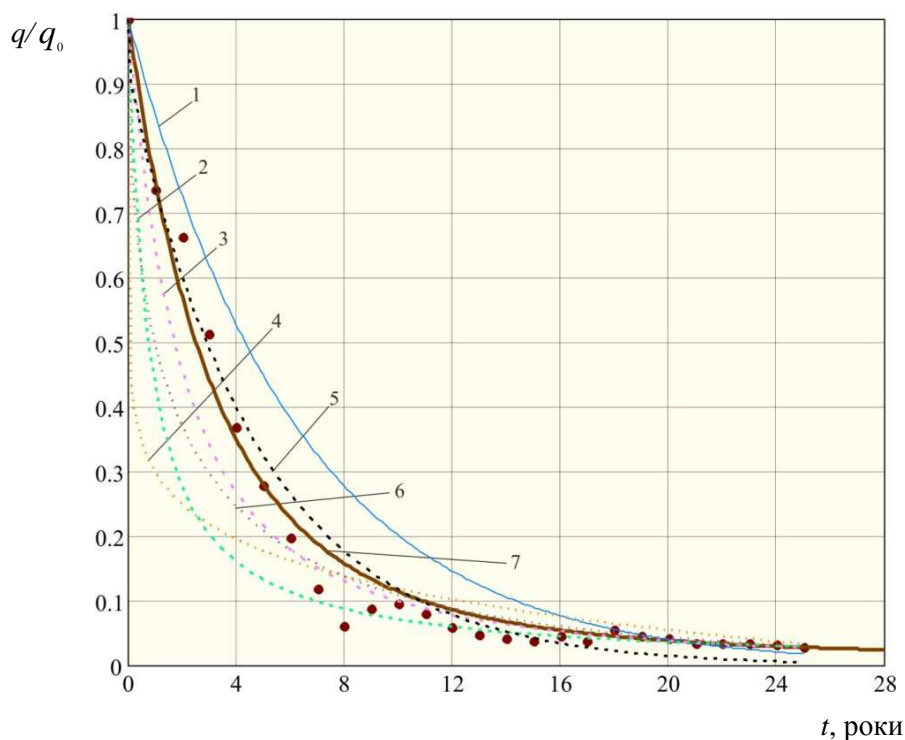
Висновок

Отже, закон Вейбулла-Макегама найбільш повно враховує ускладнювальні чинники, які зумовлюють падіння дебіту свердловини в часі, і уможливує обґрунтувати імовірнісний універсальний закон зміни дебіту свердловини в часі, із якого, як окремі випадки, випливають основні найбільш поширені закони падіння дебіту, а при певних припущеннях й інші залежності.

Отже, основними формулами для прогнозування технологічних показників розробки нафтових родовищ поки що є закони, які базуються на тому, що номінальний темп падіння дебіту є відповідно постійним, пропорційним



1 – логарифмічний закон; 2 – гармонічний закон; 3 – гіперболічний закон;
 4 – параболічний закон; 5 – закон Вейбулла; 6 – закон Makeгама; 7 – закон Вейбулла-Makeгама
 Рисунок 11 – Фактичні відносні показники падіння річного дебіту q/q_0 в часі t Пнівського нафтового родовища (показано точками) та підібрані до них різні теоретичні залежності



1 – логарифмічний закон; 2 – гармонічний закон; 3 – гіперболічний закон;
 4 – параболічний закон; 5 – закон Вейбулла; 6 – закон Makeгама; 7 – закон Вейбулла-Makeгама
 Рисунок 12 – Фактичні відносні показники падіння річного q/q_0 дебіту в часі t Тянівського нафтового родовища та підібрані до них різні теоретичні залежності

поточному дебіту і степеневій функції поточно-го дебіту. логарифмічного, параболічного і гіперболічного падіння дебіту. У даній статті, запропоновано виведення, на основі положень теорії ймовірностей, універсального закону падіння дебіту в часі з використанням об'єднаного закону Вейбулла-Макегама. Це уможливило точніше описати характер зміни дебіту свердловин. Як підтвердження цього, подано приклади застосування універсального закону на родовищах Прикарпаття.

Список використаних джерел

1. Бойко В.С. Проектування розробки нафтових родовищ. Івано-Франківськ : Нова Зоря, 2012. 588 с.
2. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. Москва–Ижевск : Институт комп'ютерних досліджень, 2003. 128 с.
3. Бойко В.С. Технологія розробки нафтових родовищ. Івано-Франківськ : Нова Зоря, 2011. 509 с.
4. Створення постійно діючих геолого-технологічних моделей нафтових і газових родовищ для складання проектів розробки : звіт про НДР. Кн. 3. ДП "Наука нафтогаз" НАК "Нафтогаз України". Київ, 2008. 157 с.
5. Бойко В. С. Проектування розробки нафтових родовищ : підручник, для студентів ВНЗ. Івано-Франківськ : Нова Зоря, 2011. 580 с.
6. Справочник по эксплуатации нефтяных месторождений. Том второй / перевод с англ. Москва : Недра, 1965. 992 с.
7. Poberezhnyi, L. Y., Marushchak, P. O., Sorochak, A. P., Draganovska, D., Hrytsanchuk, A. V., Mishchuk B. M. Corrosive and Mechanical Degradation of Pipelines in Acid Soils. *Strength of Materials*. 2017. Pages 1-11. Scopus
8. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьёв А.Д. Математические методы в теории надежности. Москва : Наука, 1965. 524 с.
9. Юдин Е. В., Лубнин А. А., Тимонов А.В., Юлмухаметов Д.Р. Подход к планированию добычных характеристик новых скважин в низкопроницаемом коллекторе. *Нефтяное хозяйство*. 2012. С. 25-28.
10. Акульшин А.Н. Прогнозирование разработки нефтяных месторождений. Москва : Недра, 1988. 240 с.
11. Kewen Li, A Decline Curve Analysis Model Based on Fluid Flow Mechanisms, SPE, and Roland N. Horne, SPE, Stanford University, 19–24 May 2003.
12. Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ : підручник для вищих навчальних закладів з грифом Міносвіти і науки України. 4-е доповнене видання. Київ : Міжнародна економічна фундація, 2008. 488 с.
13. Казаков А.А. (ОАО «ВНИИнефть») Методика оценки эффективности геолого-технологических мероприятий по кривым падения дебита нефти. *Нефтяное хозяйство*. 1999. Декабрь. С. 32-36.
14. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. Москва : Недра, 1965. 238 с.
15. Бойко В.С., Бойко Р.В. Підземна гідрогазомеханіка : підручник з грифом Міносвіти України. 2-е видання. Львів : Априорі, 2007. 450 с.
16. Максимов В.П. Эксплуатация нефтяных месторождений в осложненных условиях. Москва : Недра, 1972. 120 с.
17. Mikael Höök Depletion and Decline Curve Analysis in Crude Oil Production, Global Energy Systems Department for Physics and Astronomy, Uppsala University, May 2009.

References

1. Boiko V.S. Proektuvannia rozrobky naftovykh rodovyshch. Ivano-Frankivsk : Nova Zoria, 2012. 588 p.
2. Kanevskaya R.D. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh protsesov razrabotki mestorozhdeniy uglevodorodov. Moskva–Izhevsk : Institut komp'yuternih issledovaniy, 2003. 128 p.
3. Boiko V.S. Tekhnolohiia rozrobky naftovykh rodovyshch. Ivano-Frankivsk : Nova Zoria, 2011. 509 p.
4. Stvorennia postiino diiuchykh heolohotekhnolohichnykh modelei naftovykh i hazovykh rodovyshch dlia skladannia proektiv rozrobky : zvit pro NDR. Kn. 3. DP "Nauka naftohaz" NAK "Naftohaz Ukrainy". Kyiv, 2008. 157 p.
5. Boiko V. S. Proektuvannia rozrobky naftovykh rodovyshch : pidruchnyk, dlia studentiv VNZ. Ivano-Frankivsk: Nova Zoria, 2011. 580 p.
6. Spravochnyk po ekspluatatsyy neftianykh mestorozhdeniy. Tom vtoroi / perevod s anhl. Moskva : Nedra, 1965. 992 p.
7. Poberezhnyi, L. Y., Marushchak, P. O., Sorochak, A. P., Draganovska, D., Hrytsanchuk, A. V., Mishchuk B. M. Corrosive and Mechanical Degradation of Pipelines in Acid Soils. *Strength of Materials*. 2017. Pages 1-11. Scopus
8. Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Solovyov A.D. Matematicheskie metodyi v teorii nadezhnosti. Moskva : Nauka, 1965. 524 p.

9. Yudin E. V., Lubnin A. A., Timonov A.V., D.R. Yulmuhametov. Podhod k planirovaniyu dobyichnyih harakteristik novyih skvazhin v nizkopronitsaemom kollektore. *Neftyanoe hozyaystvo*. 2012. p. 25-28.

10. Akulshin A.N. Prognozirovanie razrabotki neftyanih mestorozhdeniy. Moskva : Nedra, 1988. 240 p.

11. Kewen Li, A Decline Curve Analysis Model Based on Fluid Flow Mechanisms, SPE, and Roland N. Horne, SPE, Stanford University, 19–24 May 2003.

12. Boiko V.S. Rozrobka ta ekspluatatsiia naftovykh rodovyshch : pidruchnyk dlia vyshchykh navchalnykh zakladiv z hryfom Minosvity i nauky Ukrainy. 4-e dopovnene vydannia. Kyiv : Mizhnarodna ekonomichna fundatsiia, 2008. 488 s.

13. Kazakov A.A. (OAO «VNIIneft») Metodika otsenki effektivnosti geologo-tehnologicheskikh meropriyatiy po krivyim padeniya debita nefi. *Neftyanoe hozyaystvo*. 1999. Dekabr. P. 32-36.

14. Chekalyuk E.B. Termodinamika neftyanogo plasta. Moskva : Nedra, 1965. 238 p.

15. Boiko V.S., Boiko R.V. Pidzemna hidrohazomekhanika : pidruchnyk z hryfom Minosvity Ukrainy. 2-e vydannia. Lviv : Apriori, 2007. 450 p.

16. Maksimov V.P. Ekspluatatsiya neftyanym mestorozhdeniy v oslozhnennyih usloviyah. Moskva : Nedra, 1972. 120 p.

17. Mikael Höök Depletion and Decline Curve Analysis in Crude Oil Production, Global Energy Systems Department for Physics and Astronomy, Uppsala University, May 2009.