Справедлива наступна

Теорема. *Якщо для $(m+1)-$го раціонального вкорочення $1-$періодичного рекурентного дробу $n-$го порядку*

$$\left[\begin{array}{c|ccccccc} a_1 & & & & & & & \\ \frac{a_2}{a_1} & a_1 & & & & & & \\ \vdots & \cdots & \ddots & & & & & \\ \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}} & \cdots & a_1 & & & & \\ \frac{a_n}{a_{n-1}} & \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \cdots & \frac{a_2}{a_1} & a_1 & & & \\ 0 & \frac{a_n}{a_{n-1}} & \cdots & \frac{a_3}{a_2} & \frac{a_2}{a_1} & a_1 & & \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{a_n}{a_{n-1}} & \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}} & \cdots & a_1 \end{array}\right]_{m+1} \tag{1}$$

існує скінченна не нульова границя при $m \to \infty$, то такий рекурентний дріб $n-$того порядку є зображенням дійсного кореня алгебраїчного рівняння

$$x^n = a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n \tag{2}$$

з ненульовим вільним членом, модуль якого більший за модулі всіх інших коренів цього рівняння.

Література

[1] *Furshtenau E.* Uber Kettenbruche hoherer Ordnung // Jahrbuch uber die Fortschritte der Mathematik. — 1876. — S. 133–135.

[2] *Круковський Б.В.* До теорії нескінченних неперервних дробів 2-го класу// Журн. Ін-ту математики УАН. — 1933. — №1. — С. 195–206.

НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА З МОМЕНТНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Ільків Володимир

Національний університет „Львівська політехніка“

ilkivv@i.ua

В області $Q_T = [0,T] \times \Omega^p$, де $0 < T_0 \leqslant T \leqslant T_1 < \infty$, Ω^p — p-вимірний тор змінної $x = (x_1, \ldots, x_p)$, розглядається задача для гіперболічного рівняння

$$L(\partial_t, \partial_x)u = \partial_t^n u + \sum_{j=1}^{n} A_j(\partial_x)\partial_t^{n-j}u = 0 \tag{1}$$

з нелокальними умовами типу моментів

$$\mathcal{M}(r_j;u) \equiv \int_0^T \overset{r_j}{t}\, u(t,\cdot)\, dt = \varphi_j, \qquad j = 1,\dots,n, \tag{2}$$

де позначено $\partial_t = \partial/\partial t$, $\partial_x = (\partial_{x_1},\dots,\partial_{x_p})$, $\partial_{x_j} = \partial/\partial x_j$, $\overset{r_j}{t} = t^{r_j}/r_j!$, $r_j! = \Gamma(r_j+1)$, $A_j(\partial_x) = \sum_{|s|\leqslant j} a_{js}\partial_x^s$ і $\partial_x^s = \partial_{x_1}^{s_1}\cdots\partial_{x_p}^{s_p}$. Порядки r_j моментів $\mathcal{M}(r_j;u)$ невід'ємні та впорядковані за зростанням: $r_1 < \dots < r_p$. Додатково вважаємо, що λ-корені алгебричного рівняння $\lambda L_0(\lambda,\xi) = 0$, де $L_0(\partial_t,\partial_x)$ — головна частина диференціального виразу $L(\partial_t,\partial_x)$, є простими для всіх $\xi \in \mathbb{R}^p\backslash\{0\}$.

Введемо шкали просторів: $\{\mathbf{H}_q\}_{q\in\mathbb{R}}$ — шкала гільбертових просторів $\mathbf{H}_q$ функцій, отриманих поповненням множини періодичних многочленів вигляду $v(x) = \sum_k v_k e^{i(k,x)}$ за нормою $\|v;\mathbf{H}_q\| = \left(\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\|v_k\|^2(1+\|k\|^2)^q\right)^{1/2}$, де $k = (k_1,\dots,k_p)\in\mathbb{Z}^p$, $(k,x) = k_1x_1+\dots+k_px_p$, $\|\cdot\|$ — евклідова норма; $\{\mathbf{H}_q^n\}_{q\in\mathbb{R}}$ — шкала банахових просторів $\mathbf{H}_q^n$ таких функцій $u = u(t,x)$, що $\partial_t^j u \in \mathbf{C}([0,T];\mathbf{H}_{q-j})$ і $\|u;\mathbf{H}_q^n\|^2 = \sum_{j=0}^n \|\partial_t^j u;\mathbf{C}([0,T];\mathbf{H}_q^{q-j}\|^2$.

Теорема. *Нехай $r_1 \geqslant n$, тоді для кожного $T \in [T_0,T_1]$ задача* (1), (2) *може мати лише скінченновимірне ядро, яке складається з тригонометричних многочленів $v(t,x) = \sum_{1+\|k\|^2<K^2} v_k(t)e^{i(k,x)}$ степеня нижче K, а для $T \in [T_0,T_1]\backslash\mathcal{T}$, де $\mathcal{T}$ — скінченна множина, задача* (1), (2) *у разі $\{\varphi_1,\dots,\varphi_n\}\subset\mathbf{H}_{q+n}$ має у просторі $\mathbf{H}_q^n$ единий розв'язок u, який є сумою*

$$u_K(t,x) + \sum_{1+\|k\|^2\geqslant K^2} \left(e^{\lambda_1 t}\dots e^{\lambda_n t}\right)\mathcal{M}_k^{-1}\mathrm{col}\,(\varphi_{1k},\dots,\varphi_{nk})e^{i(k,x)},$$

де u_K — тригонометричний многочлен степеня нижче K, $\lambda_j = \lambda_j(k)$ — корені многочлена $L(\lambda,ik)$, $\mathcal{M}_k = \left(\mathcal{M}(r_i;e^{\lambda_j t})\right)_{i,j}$ — матриця моментів, φ_{jk} — коефіцієнти Фур'є функції φ_j (число K та множина $\mathcal{T}$ залежать лише від n, коефіцієнтів a_{js}, порядків r_i і чисел T_0 та T_1).

Q-УМОВНІ ОПЕРАТОРИ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Ічанська Наталія, Сєрова Марія

Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка

mvusata@gmail.com

У теорії диференціальних рівнянь важливими є рівняння, що володіють нетривіальними симетрійними властивостями. Математичний апарат