нерухому $Ox_0y_0z_0$, вісь Ox_0 якої напрямлена вздовж вертикальної осі свердла в положенні статичної рівноваги і рухому – $Oxyz$, осі котрої збігаються з поточним положенням рухомої частини верстата і свердла.

Склали матрицю перетворення координат і кутової швидкості для системи шпиндельний вузол – свердло. При складанні диференціальних рівнянь руху скористались рівнянням Лагранжа другого роду [2]. Оскільки аналітично одержати розв'язок цих диференціальних рівнянь досить складно, то вивчали динаміку процесу свердління за допомогою комп'ютерного моделювання. Провели розрахунки кутового та радіального відхилення осі свердла внаслідок дії коріолісових сил при свердлінні отворів діаметром 10 мм у таких матеріалах: силумін, сплав Д16Т, алюміній, сталь 45 на вертикально-свердлильному верстаті 2А125, а також дослідили розбиття краю оброблених отворів.

Література

[1] Роп'як Л.Я. Вплив ейлерових сил на точність механічної обробки отворів при свердлінні / Л. Я. Роп'як, К. Г. Левчук, К. І. Цідило // Високі технології в машинобудуванні. – 2014. – Вип. 1 (24) – С. 139–147

[2] Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман: учебн. для студ. выш. учеб. зав. – М.: Высшая школа, 1980. – 408с.

ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО СПРЯЖЕННЯ З НЕЛОКАЛЬНОЮ БАГАТОТОЧКОВОЮ УМОВОЮ ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ

[1]Савка Іван, [2]Василишин Павло

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, [2]Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

[1]s-i@ukr.net, [2]pbvasylyshyn@ukr.net

Процеси, що проходять в двошарових середовищах із різко відмінними фізичними властивостями, приводять до розгляду задач, коли на одній частині області задано параболічне рівняння, а на іншій — гіперболічне. Особлива увага при цьому приділяється умовам спряження (узгодження, сполучення, переносу) на межі розділу підобластей середовища.

Для випадку двох змінних задачі спряження з нелокальними умовами для параболо-гіперболічного рівняння другого порядку вивчались у роботі [1], а для випадку багатьох змінних – у роботах [2, 3].

Нехай Ω^p — p-вимірний тор $(\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z})^p$, $p \in \mathbb{N}$, $\mathcal{D}^p = [-\alpha, \beta] \times \Omega^p$, $\alpha, \beta > 0$; $x = (x_1, \ldots, x_p) \in \Omega^p$, $k = (k_1, \ldots, k_p) \in \mathbb{Z}^p$, $\lambda_k = \sqrt{k_1^2 + \ldots + k_p^2}$, $(k, x) = k_1x_1 + \ldots + k_px_p$; $\mathbf{H}_q$, $q \in \mathbb{R}$, — простір Соболєва усіх тригонометричних рядів $\varphi(x) = \sum\limits_{k \in \mathbb{Z}^p} \varphi_k e^{i(k,x)}$ зі скінченною нормою $\|\varphi; \mathbf{H}_q\| =$

$\left(\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}^p}\left(1+\|k\|^2\right)^q|\varphi_k|^2\right)^{1/2}$; $\mathbf{C}^n(I;\mathbf{H}_q)$ ($n\in\mathbb{Z}_+$, I — відрізок в $\mathbb{R}$) — простір усіх рядів вигляду $u(t,x)=\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k(t)e^{i(k,x)}$, $u_k\in C^n(I)$, $k\in\mathbb{Z}^p$, для яких є скінченною норма $\|u;\mathbf{C}^n(I;\mathbf{H}_q)\|=\sum\limits_{j=0}^{n}\max\limits_{t\in I}\left\|\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k^{(j)}(t)e^{i(k,x)};\mathbf{H}_q\right\|$.

В циліндричній області $\mathcal{D}^p$ розглянемо таку задачу: знайти функцію $u=u(t,x)$, яка справджує умови

$$Lu\equiv\begin{cases}u_t-b\Delta_x u=0, & (t,x)\in\mathcal{D}^p_+,\\ u_{tt}-a^2\Delta_x u=0, & (t,x)\in\mathcal{D}^p_-,\end{cases}\tag{1}$$

$$u(-0,x)=\nu_1\,u(+0,x),\quad u_t(-0,x)=\nu_2\,u_t(+0,x),\quad x\in\Omega^p,\tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\mu_j u(t_j,x)=\varphi(x),\quad x\in\Omega^p,\tag{3}$$

де a, b, $\nu_1,\nu_2,\mu_1,\ldots,\mu_m$ — дійсні числа, причому $a>0$, $b>0$, $\nu_1\nu_2\neq0$, $|\mu_1|+\ldots+|\mu_m|\neq0$, $\Delta_x=\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_p^2}$, $\mathcal{D}^p_+=\mathcal{D}^p\cap\{t>0\}$, $\mathcal{D}^p_-=\mathcal{D}^p\cap\{t<0\}$, $-\alpha=t_1<t_2<\ldots<t_r<0<t_{r+1}<t_{r+2}\ldots<t_{m-1}<t_m=\beta$, $m\in\mathbb{N}$, $\varphi(x)$ — задана функція.

Розв'язність задачі (1)–(3) залежить від властивостей величин

$$\delta_k\equiv\sum_{j=1}^{r}\mu_j\left(\gamma_1\cos(a\lambda_k t_j)-\gamma_2\tfrac{b}{a}\lambda_k\sin(a\lambda_k t_j)\right)+\sum_{j=r+1}^{m}\mu_j e^{-b\lambda_k^2t_j},\quad k\in\mathbb{Z}^p.\tag{4}$$

Якщо $\delta_k\neq0$ для всіх $k\in\mathbb{Z}^p$, то задача (1)–(3) має єдиний формальний розв'язок:

$$u(t,x)=\begin{cases}\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}^p}\varphi_k\delta_k^{-1}\left(\nu_1\cos(a\lambda_k t)-\nu_2\frac{b}{a}\lambda_k\sin(a\lambda_k t)\right)e^{i(k,x)}, & t<0,\\ \sum\limits_{k\in\mathbb{Z}^p}\varphi_k\delta_k^{-1}e^{-b\lambda_k^2t+i(k,x)}, & t>0,\end{cases}$$

де $\varphi_k,k\in\mathbb{Z}^p$, — коефіцієнти Фур'є функції φ. Збіжність рядів для функції u у просторах $\mathbf{C}^2([-\alpha,0];\mathbf{H}_q)$ і $\mathbf{C}^1([0,\beta];\mathbf{H}_q)$ відповідно, пов'язана з проблемою малих знаменників δ_k, які можуть ставати як завгодно малими для нескінченної кількості $k\in\mathbb{Z}^p$. У результаті застосування метричного підходу для оцінок знизу малих знаменників (4) отримано такі теореми.

Теорема 1. *Якщо для фіксованого $j\in\{1,\ldots,r\}$ виконується нерівність $\mu_j\neq0$, то для майже всіх (стосовно міри Лебега в просторі $\mathbb{R}$) чисел t_j оцінка $|\delta_k|\geqslant\lambda_k^{-\gamma}$ виконується для всіх (крім скінченної кількості) векторів $k\in\mathbb{Z}^p$ при $\gamma>2p$.*

Теорема 2. *Нехай* $\nu_1 \sum_{s=1}^{r} \mu_s + \sum_{s=r+1}^{n} \mu_s \neq 0$, $\mu_j \neq 0$ *для деякого фіксованого* $j \in \{1, \ldots, r\}$, $\varphi \in \mathbf{H}_{q+\gamma+3}$, $\gamma > 2p$. *Тоді для майже всіх (стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$*) чисел* t_j *існує єдиний розв'язок* $u \in \mathbf{C}^2([-\alpha, 0]; \mathbf{H}_q) \cap \mathbf{C}^1([0, \beta]; \mathbf{H}_q)$ *задачі* (1)–(3), *який неперервно залежить від функції* φ.

Література

[1] *Сабитов К.Б.* Нелокальная задача для уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области // Матем. заметки. – 2011. – 89 (4). – С. 596–602.

[2] *Савка І.Я., Симотюк М.М.* Задача спряження з інтегральною умовою за часовою змінною для мішаного рівняння параболо-гіперболічного типу // Прикарпатський вісник НТШ. Серія «Число». – 2015. – 1 (28). – С. 72–77.

[3] *Kuz A.M., Ptashnyk B.Yo.* A Problem with Condition Containing an Integral Term for a Parabolic-Hyperbolic Equation // Ukr. Math. J. – 2015. – 67 (5) . – p. 723–734.

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ РОЗПОДІЛУ ЗНАЧЕНЬ ДЛЯ ЦІЛИХ КРИВИХ

Савчук Ярослав

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

math@nung.edu.ua

У даній роботі використовуються основні результати теорії цілих кривих, а також позначення, використані в [1]. Цілою кривою називається голоморфне відображення $\vec{G} : C \to C^p$, де p – натуральне число, більше за одиницю. Отже, p–мірна ціла крива має вигляд $\vec{G}(z) = (g_1(z), g_2(z), \ldots, g_p(z))$, де компоненти $g_1(z), g_2(z), \ldots, g_p(z)$ – цілі (тобто аналітичні в усій комплексній площині) функції. Вважатимемо їх лінійно незалежними і без спільних нулів.

Для p–мірної цілої кривої $\vec{G}$ характеристика росту $T\left(r, \vec{G}\right)$ та функція наближення $m\left(r, \vec{a}, \vec{G}\right)$ при $\vec{a} \neq \vec{0}$ визначаються рівностями

$$T\left(r, \vec{G}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \left\| \vec{G}\left(re^{i\varphi}\right) \right\| d\varphi,$$

$$m\left(r, \vec{a}, \vec{G}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \frac{\left\| \vec{G}\left(re^{i\varphi}\right) \right\| \cdot \|\vec{a}\|}{\left| \vec{G}\left(re^{i\varphi}\right) \cdot \vec{a} \right|} d\varphi.$$