

- [11] Olver P., Applications of Lie Groups to Differential Equations. -- New York: Springer, 1986. -- 497 p.
- [12] Tychynin V.A. Nonlocal symmetries and formulae for generation of solutions for a class of diffusion-convection equations / V.A. Tychynin, O.V. Petrova // J. Math. Anal. Appl. -- 2011. -- №.382. -- P. 20-33.

КОНФОРМНА ІНВАРІАНТНІСТЬ ДВОВИМІРНИХ КВАЗІЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

¹Сєров Микола, ²Сєрова Марія, ³Блажко Людмила

Полтавський національний технічний університет

¹mserov4@gmail.com, ²invusata@gmail.com, ³LBlazhko@ukr.net

У сучасних дослідженнях у математичній фізиці важливу роль відіграє принцип симетрії [4], [5], [6], [7]. Основні рівняння математичної фізики — Ньютона, Лапласа, Д'Аламбера, Шредінгера, Максвелла і т. д., володіють широкими симетрійними властивостями. Квазілінійні хвильові рівняння внаслідок свого широкого застосування є цікавим об'єктом дослідження.

Розглянемо квазілінійне диференціальне рівняння другого порядку

$$F^{\mu\nu}(u, u_1)u_{\mu\nu} + G(u, u) = 0 \quad (1)$$

де $F^{\mu\nu}(u, u_1)$, $G(u, u)$ — довільні гладкі функції, $u = u(x) \in R^1$, $x = (x_0, \vec{x}) \in R^{1+n}$, u_1 — сукупність всеможливих похідних першого порядку функції u , $u_{\mu\nu} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_\mu \partial x_\nu}$, $\mu, \nu = 0, \bar{n}$. Зазначимо, що у роботі [8] розглянута задача інваріантності загального рівняння другого порядку відносно алгебри Пуанкаре та деяких її розширень. У роботах [1], [2], [3] для випадку $n = 1$ ми описали всеможливі з точністю до перетворень еквівалентності рівняння класу (1), інваріантні відносно алгебри Пуанкаре $AP(1, 1)$, розширеної алгебри Пуанкаре $AP_1(1, 1)$ та конформної алгебри $AC(1, 1)$. У даній роботі ми ставимо аналогічну задачу для випадку $n = 2$.

Лема. *Максимальною групою неперервних перетворень класу рівнянь (1) є перетворення вигляду*

$$x'_\mu = \gamma_{\mu\nu}x_\nu + \theta_\mu(u), u' = \alpha_{\mu\nu}x_\mu x_\nu + \beta_\mu x_\mu + \theta(u), \quad (2)$$

де $\gamma_{\mu\nu}$ — довільні сталі, які задають групу $GL(1+n, R)$, $\alpha_{\mu\nu}$, β_μ — групові параметри, $\theta = \theta(u)$, $\theta_\mu = \theta_\mu(u)$ — довільні гладкі функції, $\theta(u) \neq const$.

Всі подальші дослідження проведені з точністю до перетворень (2).

Теорема. Рівняння (1) інваріантне відносно конформної алгебри $AC(1, 2)$ з базисними генераторами

$$AC(1, 2) = \langle \partial_\mu, \quad J_{\mu\nu} = x^\mu \partial_\nu - x^\nu \partial_\mu + m^{\mu\nu}(u) \partial_u, \quad D = x_\gamma \partial_\gamma, \quad (3) \\ K_\mu = 2x^\mu D - x^2 \partial_\mu + 2x_\nu m^{\mu\nu} \partial_u \rangle,$$

де $m^{\mu\nu} = m^{\mu\nu}(u)$ задаються формулами $m^{\nu\mu}(u) = -m^{\mu\nu}(u)$, $m^{01} = \sinh u$, $m^{02} = 1$, $m^{12} = \cosh u$, тоді і тільки тоді, коли воно має вигляд $u = (\lambda\sqrt{u^2 + \dot{\alpha}u}) \frac{u^2}{\dot{\alpha}u}$, де λ – довільна стала, $u^2 = u_\mu u^\mu$, $\dot{\alpha}u \equiv \alpha_\mu u^\mu = \cosh u \cdot u_0 - u_1 + \sinh u \cdot u_2$, $\dot{\alpha}u \equiv \dot{\alpha}_\mu u^\mu = \sinh u \cdot u_0 + \cosh u \cdot u_2$.

Література

- [1] Блажко Л. М. Інваріантність квазілінійного рівняння другого порядку відносно конформної алгебри // Праці Ін-ту математики НАН України. — 2001. — Т. 36. — С. 40–44.
- [2] Блажко Л. М. Симетрійні властивості і точні розв'язки нелінійних рівнянь гіперболічного типу: дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.01.03 / — К., 2008. — 138 с.
- [3] Серов М.І., Блажко Л. М. Конформна інваріантність квазілінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку // Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. матем. і інформ. — Ужгород: Видавництво УжНУ "Говерла", 2012. — Вип. 23, № 1. — С. 26.
- [4] Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.— 622с.
- [5] Фушчич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений Максвелла. — Киев: Наукова думка. — 1983. — 199 с.
- [6] Ovsiannikov L.V. Group analysis of differential equations. — New York : Academic Press, 1982. — 400 p.
- [7] Fushchych W., Shtelen W., Serov N. Symmetry Analysis and Exact Solutions of Equations of Nonlinear Mathematical Physics. — Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. — 1993. — 436 p.
- [8] Rideau G. and Winternitz P. Nonlinear equations invariant under Poincare, similitude and conformal groups in two-dimensional space-time, J. Math. Phys., 1990. — V.31 — P. 1095-1105.

СИМЕТРІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ДЕЯКІ ТОЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ НЕЛІНІЙНОГО ДВОВИМІРНОГО РІВНЯННЯ РЕАКЦІЇ-КОНВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ

СЕРОВ МИКОЛА, ПРИСТАВКА ЮЛІЯ

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

mserov4@gmail.com, YuliaPrystavka@rambler.ru