a) $u(t) \in L_p([0,\infty)), u(t) \in U, t \in [0,\infty)$;

b) існує стала $C_1 > 0$, яка не залежить від $u(t)$ з виконанням умови

$$\int_0^\infty |u(t)|^p dt \leqslant C_1$$

Множину допустимих керувань будемо називати допустимою для задачі (1), (2) і позначимо її через F.

Будемо вважати, що гіперповерхня S є компактом і задається рівнянням $s(x) = 0$, де s – неперервна функція.

Доведена наступна теорема.

Теорема. *В системі (1) з критерієм якості (2), для функцій $A(x,t)$, $B(x,t)$, $\nu(t)$ і $L(t,x,u)$ виконується умова (3) та 1)-3). Функція $\nu(t) \in L_1([0,\infty))$, $0 \leqslant \nu(t) \leqslant 1$ для будь-якого $t \geqslant 0$. Тоді задача (1), (2) має розв'язок в класі допустимих керувань F, тобто існує допустиме керування $u^*(t)$, що мінімізує критерій якості (2).*

Інтегро-динамічні системи з імпульсним впливом на часовій шкалі

Страх Олександр

Сумський державний педагогічний університет ім. А. С. Макаренка

strah_o@ukr.net

Розглядається питання про існування і побудову розв'язків неоднорідної системи інтегро-динамічних рівнянь з імпульсним впливом на часовій шкалі наступного типу:

$$x^\Delta(t) - \Phi(t) \int\limits_a^b \left[A(s)x(s) + B(s)x^\Delta(s)\right] \Delta s = f(t), \quad t \in [a,b]_{\mathbb{T}}, \qquad (1)$$

$$A_i x(\tau_i + 0) = B_i x(\tau_i - 0) + a_i, \quad i = 1,\ldots,p, \quad \tau_i \in (a,b)_{\mathbb{T}}, \qquad (2)$$

де $[a,b]_{\mathbb{T}} := [a,b] \cap \mathbb{T}$, $\mathbb{T}$ — задана часова шкала, $A(t), B(t)$ — $(m \times n)$-, $\Phi(t)$ — $(n \times m)$-вимірні матриці та $f(t)$ — $(n \times 1)$-вимірна вектор-функція, компоненти яких належать простору $L_2([a,b)_{\mathbb{T}})$, $\operatorname{rank}\Phi(t) = m$, точки імпульсу $\tau_i \in (a,b)_{\mathbb{T}}$ є такими, що $a < \tau_1 < \tau_2 < \ldots < \tau_i < \ldots < \tau_p < b$ і $\forall i = \overline{1,p}, j = \overline{1,p} : \lim_{k\to i} \tau_k \neq \lim_{k\to j} \tau_k$, $a_i \in \mathbb{R}^{k_i}$, A_i, B_i — $(k_i \times n)$-вимірні сталі матриці, причому $B_i \in \mathcal{R}([a,b]_{\mathbb{T}}; \mathbb{R}^{k_i})$ і $\operatorname{rank} B_i = k_i < n$.

Розв'язок $x(t)\colon [a,b]_{\mathbb{T}} \to \mathbb{R}^n$ імпульсної задачі (1), (2) належить простору абсолютно неперервних на $[a,b]_{\mathbb{T}} \backslash \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_p\}$ функцій

$D_2([a,b]_{\mathbb{T}}\backslash\{\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_p\})$. Існування розв'язку системи (1) залежить від побудованої $(m \times (m+n))$-вимірної матриці D:

$$D = \left[I_m - \int\limits_a^b [A(s)\Psi(s) + B(s)\Phi(s)]\, \Delta s, - \int\limits_a^b A(s)\, \Delta s \right].$$

Тоді, за раніше отриманими результатами [2], якщо виконується умова:

$$P_{D^*_{d_1}} \tilde{b} = 0, \quad d_1 := m - n_1, \quad n_1 = \operatorname{rank} D, \tag{3}$$

лінійна неоднорідна система інтегро-динамічних рівнянь має r_1-параметричну $(r_1 := m + n - n_1)$ сім'ю розв'язків:

$$x(t) = \Psi_0(t) P_{D_{r_1}} c + F(t), \ \forall c \in \mathbb{R}^{r_1}, \tag{4}$$

де $F(t) = \tilde{f}(t) + \Psi_0(t) D^+ \tilde{b}$, $\Psi_0(t) := [\Psi(t), I_n]$, $\Psi(t) := \int\limits_a^t \Phi(s)\, \Delta s$, $\tilde{f}(t) := \int\limits_a^t f(s)\, \Delta s$, $\tilde{b} := \int\limits_a^b \left[A(s)\tilde{f}(s) + B(s) f(s) \right] \Delta s$. Через введення k-вимірного векторного функціоналу ℓ виду:

$$\ell := col(\ell_1, \dots, \ell_p) \colon D_2([a,b]_{\mathbb{T}}\backslash\{\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_p\}) \to R^k,$$

$$\ell_i \colon D_2([a,b]_{\mathbb{T}}\backslash\{\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_p\}) \to R^{k_i}, \qquad i = \overline{1,p},$$

де $k := k_1 + k_2 + \dots + k_p$, і використовуючи систему:

$$\ell_i x := A_i x(\tau_i +) - B_i x(\tau_i -), \qquad i = \overline{1,p},$$

імпульсну дію (2) можна записати як крайову умову:

$$\ell x(\cdot) = \mathfrak{a} \in R^k, \tag{5}$$

де $\mathfrak{a} = col(a_1, a_2, \dots, a_p) \in R^k$, $\quad a_i \in R^{k_i}$. Тоді отримуємо такий результат.

Теорема. *Нехай для матриці*

$$Q := col((A_1 - B_1) X_{r_1}(\tau_1), \dots, (A_p - B_p) X_{r_1}(\tau_p))$$

$\operatorname{rank} Q = n_2 \leqslant \min\{k, r_1\}$ $(r_1 = m + n - n_1)$. *Тоді однорідна імпульсна задача до даної задачі* (1), (2) $(f = 0,\ \mathfrak{a} = 0)$ *має* r_2 $(r_2 = m + n - n_1 - n_2)$ *лінійно незалежних розв'язків вигляду:*

$$x(t) = \Psi_0(t) P_{D_{r_1}} P_{Q_{r_2}} c_{r_2}, \ c_{r_2} \in R^{r_2}$$

Неоднорідна система інтегро-динамічних рівнянь з імпульсним впливом (1), (2) у фіксований момент часу є розв'язною тоді і тільки тоді, коли виконуються умови:

$$P_{D^*_{d_1}} \tilde{b} = 0, \quad P_{Q^*_{d_2}} (\mathfrak{a} - \ell F(\cdot)) = 0, \tag{6}$$

$$d_1 = m - n_1, \quad d_2 = k - n_2.$$

При виконанні цих умов імпульсна задача (1), (2) *має* r_2*-параметричну сім'ю лінійно незалежних розв'язків:*

$$x(t) = \Psi_0(t) P_{D_{r_1}} P_{Q_{r_2}} c_{r_2} + \Psi_0(t) P_{D_{r_1}} Q^+ (\mathfrak{a} - \ell F(\cdot)) + F(t).$$

Література

[1] *Бойчук О. А., Кривошея С. А., Самойленко А. М.* Крайові задачі для систем лінійних інтегро-диференціальних рівнянь з виродженим ядром// Укр. мат. журн. — 1996. — Т. 48, №11. — С. 1576–1579.

[2] *Boichuk O. A., Strakh O. P.* Fredholm Boundary-value Problems for Systems of Linear Integrodynamical Equations with Degenerate Kernel on a Time Scale// Journal of Mathematical Sciences (United States). — 2015, Vol. 205, Issue 6, pp 749–756.

[3] *Boichuk A. A., Samoilenko A. M.* Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems// VSP, Utrecht–Boston, 2004. — 325 p.

СПЕКТР АЛГЕБРИ СИМЕТРИЧНИХ *-ПОЛІНОМІВ НА ПРОСТОРІ $\mathbb{C}^n$

Струтинський Михайло

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

strutinskii1991@gmail.com

Відображення $P : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ вигляду

$$P((z_1, \ldots, z_n)) = \sum_{k_1,\ldots,k_n=0}^{N} \sum_{l_1,\ldots,l_n=0}^{N} a_{k_1,\ldots,k_n,l_1,\ldots,l_n} z_1^{k_1} \ldots z_n^{k_n} \overline{z}_1^{l_1} \ldots \overline{z}_n^{l_n},$$

де $N \in \mathbb{N}, a_{k_1,\ldots,k_n,l_1,\ldots,l_n} \in \mathbb{C}$, називають *-поліномом. *-Поліном P називають симетричним, якщо

$$P((z_1, \ldots, z_n)) = P((z_{\sigma(1)}, \ldots, z_{\sigma(n)}))$$

для всіх $z_1, \ldots, z_n \in \mathbb{C}$ і для всіх перестановок σ на множині $\{1, \ldots, n\}$.

У доповіді буде розглянуто питання опису спектра алгебри всіх симетричних *-поліномів на просторі $\mathbb{C}^n$.