Частковий розв'язок рівняння (3) знаходимо за методом Фур'є, тобто представляючи шукану функцію у вигляді добутку двох функцій , одна з яких лежить тільки від просторової змінної, інша – тільки від часу.

Продиференціювавши одержану функцію та відокремивши змінні, одержуємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} Y'(t) + k^2 Y(t) = 0 \\ X''(x) + \frac{k^2}{\alpha^2} X(x) = 0 \end{cases}$$

розв'язок якої дозволяє знайти загальний розв'язок рівняння (3):

$$\theta(x;t) = e^{-k^2 t}\left(A\cos\frac{k}{\alpha}x + B\sin\frac{k}{\alpha}x\right),$$

де A, B - довільні сталі інтегрування.

Для визначення цих сталих вводимо граничні та початкові умови

$$\theta_{h,0} = -\Delta T; \quad \theta_{l-h,t} = 0; \qquad \left|\frac{d\theta}{dx}\right|_{h=0} = 0.$$

Підставивши одержані значення сталих в загальний розв'язок, знаходимо розв'язок задачі Фур'є для рівняння (3). Переходячи після цього знову до абсолютних температур та розв'язуючи одержане рівняння відносно часу, знаходимо залежність для розрахунку температурних напружень між шарами конструкції.

Література

[1] Шойхет Б.М., Ставрицька Л.В. Ефективні утеплювачі в огороджувальних конструкціях будівель //Енергозбереження, № 3,2000.

[2] Мордіч А. І. Ефективні системи будівель та шляхи їх вдосконалення. «Архітектура і будівництво», № 03, 2003.

[3] Зізов В. В., Кузьмичов Р. В. Вентильовані системи утеплення стін. «Архітектура і будівництво», № 03, 2006.

РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ТА ДЕЯКІ ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Федак Іван

Прикарпатський національний університет ім. В.Стефаника

fedak_ivan@rambler.ru

1. Назвемо послідовність (a_n), $n \in N$, натуральних чисел a_n майже геометричною прогресією, якщо $\left|a_n^2 - a_{n-1} \cdot a_{n+1}\right| = 1$ для всіх $n \geqslant 2$. Найпростішою майже геометричною прогресією є послідовність $a_n = n$. Внаслідок рівності Кассіні прикладом ще однієї майже геометричної прогресії є послідовність Фібоначчі. Нами описані всі майже геометричні прогресії, які визначаються рекурентними співвідношеннями другого порядку вигляду:

$$a_1 = 1,\ a_2 = a,\ a_{n+2} = \alpha a_{n+1} + \beta a_n.$$

2. Розглянемо послідовність

$$(a_n)_{n \geqslant 1}:\ a_1 = 0,\ a_2 = \alpha,\ a_n = \lambda a_{n-1} + \mu a_{n-2},\ n \geqslant 3.$$

Нехай $\alpha = 2^k\left(2^k + 1\right)$, $\lambda = 2^k - 1$, $\mu = 2^k$, де k – натуральне число. Тоді для кожного простого числа p число a_p ділиться без остачі на p.

Справедливе й загальніше твердження: для кожного простого числа p та довільного натурального числа m числа a_{p^m} діляться без остачі на p.

3. Послідовністю Фібоначчі називають послідовність, яка визначається рівностями: $F_1 = F_2 = 1$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, $n \in \mathbb{N}$.

Доведено теорему: для того, щоб сума будь-яких $m \geqslant 2$ послідовних чисел Фібоначчі ділилася на m, необхідно і достатньо, щоб $F_m \equiv 0\,(mod m)$ та $F_{m+1} - 1 \equiv 0\,(mod m)$. Як наслідок, обґрунтовано, що разом з m, кратним 6, умови цієї теореми задовольняє також $2m$. Знайдені ланцюжки таких m: 1) $m = 12 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 2) $m = 36 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 3) $m = 60 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 4) $m = 168 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$ тощо.

Твердження теореми та наслідку з неї залишаються справедливими для довільних послідовностей вигляду: $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \mu a_{n-1}$, $n \geqslant 2$, де μ — довільне непарне натуральне число, взаємно просте з m. Зокрема для $\mu = 6n - 1$, $n \in \mathbb{N}$ отримано ланцюжок: $m = 3 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$, а для $\mu = 6n + 1$, $n \in \mathbb{N}$, – ланцюжок: $m = 12 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$.

АСИМПТОТИКА ЛЕБЕГОВИХ СЕРЕДНІХ ЛОГАРИФМІВ МОДУЛІВ ОБМЕЖЕНИХ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Чижиков Ігор

ЛНУ ім. І.Франка

chyzhykov@yahoo.com

Відомо, що кожна функція $F \in H^\infty$, $F(0) \neq 0$, $|F(z)| < 1$, $z \in \mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$, зображається у вигляді

$$F(z) = B(z)\exp\left(-\int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} d\psi(t)\right),$$