Визначимо множину $\widetilde{\mathcal{H}}_n := \{\widetilde{p}_n : \mathscr{G}_n \longrightarrow \mathscr{L}(\mathcal{H}^{\hat{\otimes}n}) : p_n \in \mathcal{G}_\beta^{\hat{\otimes}n}\}$, $n \in \mathbb{Z}_+$, що складається із функцій операторного аргумента вигляду

$$\widetilde{p}_n(A_n) := \int_{\mathbb{R}^n} e^{-it_1\mathscr{A}_{t_n}} \otimes \dots \otimes e^{-it_n\mathscr{A}_{t_n}} p_n(t_1, \dots, t_n)\, dt_1 \dots dt_n,$$

де інтеграли ми розуміємо у сенсі Бохнера. Приймемо за означенням $\widetilde{p}_0 \colon \mathscr{G}_0 \ni A_0 \longmapsto \widetilde{p}_0(A_0) := p_0 I_{\mathbb{C}} \in \mathscr{L}(\mathbb{C})$.

Теорема. *Відображення*

$$\mathcal{F} \colon \Gamma(\mathcal{G}_\beta) \ni \boldsymbol{p} = (p_n) \quad \longmapsto \quad \widetilde{\boldsymbol{p}} := \sum_{n\in\mathbb{Z}_+} \widetilde{p}_n \in \widetilde{\mathcal{H}}, \qquad де \quad \widetilde{\mathcal{H}} := \sum_{n\in\mathbb{Z}_+} \widetilde{\mathcal{H}}_n,$$

діє як гомоморфізм з алгебри $\Gamma(\mathcal{G}_\beta)$ в алгебру $\widetilde{\mathcal{H}}$ функцій операторного аргумента, визначених на $\mathscr{G}$ із значеннями в просторі операторів на просторі Фока.

Відмітимо, що поліноміальне перетворення Фур'є $F^{\otimes} : \Gamma(\mathcal{G}_\beta) \longrightarrow \Gamma(E_\beta)$ також є гомоморфізмом. Тому відображення $\mathcal{F} \circ (F^{\otimes})^{-1} \colon \Gamma(E_\beta) \longrightarrow \widetilde{\mathcal{H}}$ ми можемо розуміти як "елементарне" функціональне числення. Іншими словами, оператор $\widetilde{\boldsymbol{p}}(A) = \sum_{n\in\mathbb{Z}_+} \widetilde{p}_n(A_n) \in \mathscr{L}(\Gamma(\mathcal{H}))$ ми трактуємо як "значення" функції $\widehat{\boldsymbol{p}}$ нескінченної кількості змінних (див. (1)) на зліченному наборі $A = (A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots) \in \mathscr{G}$ операторів (див. (3)).

Література

[1] *Grasela K.* Ultraincreasing distributions of exponential type // Universitatis Iagellonicae Acta Mathematica, 2003, **41**, 245–253.

[2] *Sharyn S.* Joint functional calculus in algebra of polynomial tempered distributions // Methods of Functional Analysis and Topology, 2016, **22** (1), 62–73.

НЕТЕРОВА ІМПУЛЬСНА ЗАДАЧА З КЕРУВАННЯМ

Шегда Любов

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

e-mail: l.shegda@mail.ru

В доповіді розглядається імпульсна задача

$$B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t) + A_1(t)u, \tag{1}$$

$$\Delta E_i\, x\big|_{t=\tau_i} = S_i x(\tau_i - 0) + b_i + M_i u, \quad t, \tau_i \in [a,b], \quad i = 1, ..., p, \qquad (2)$$

де $A(t), B(t) \in C^{3q-2}[a,b], A_1(t) \in C^{q-1}[a,b]$ – $n \times n$-вимірні матриці; $f(t) \in C^{q-1}[a,b]$ – n–вимірна вектор-функція; $\det B(t) = 0$ для будь яких $t \in [a,b]$. Розв'язок $x = x(t) = col(x_1(t), ..., x_n(t))$ будемо шукати у просторі $C^1([a,b]|\{\tau_i\}_I)$ кусково неперервно диференційовних вектор-функцій з розривами першого роду в точках $t = \tau_i$, які задаються рівняннями (2); u – n-вимірний сталий вектор-стовпчик, який задає керування, $u \in \mathbb{R}^n$; S_i, $i = 1, ..., p$, $-(m_i \times n)$-вимірні сталі матриці; M_i, $i = 1, ..., p$, $-(m_i \times n)$-вимірні сталі матриці; E_i – $(m_i \times n)$-вимірні сталі матриці такі що $\operatorname{rank}(E_i + S_i) = m_i < n$, тобто роз'язок системи визначається однозначним продовженням через точку розриву:

$$\Delta E_i x\Big|_{t=\tau_i} := E_i(x(\tau_i + 0) - x(\tau_i - 0));$$

b_i – m_i–вимірний вектор-стовпчик констант: $b_i \in \mathbb{R}^{m_i}$; $-\infty < a < \tau_1 < ... < \tau_i < ... < \tau_p < b < \infty$, $i = 1, ..., p$.

Наступне твердження визначає умову, при якій нерозв'язну вироджену імпульсну задачу можна зробити розв'язною з допомогою введення функції керування як в диференціальну систему, так і в імпульсну умову в припущенні, що вироджена диференціальна система без керування зводиться до центральної канонічної форми.

Теорема. *Вироджена диференціальна система* (1) *з імпульсною умовою* (2) *розв'язна тоді і тільки тоді, коли неоднорідності $b_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ та $f(t) \in C^{q-1}[a,b]$ задовольняють d_2 лінійно незалежних умов*

$$P_{D^*_{d_2}} P_{Q^*_d}\{b - \ell\widetilde{x}(\cdot)\} = 0, \quad d_2 = d - k. \qquad (3)$$

При цьому стале керування $u \in \mathbb{R}^n$ визначається формулою

$$u = D^+ P_{Q^*_d}\{b - \ell\widetilde{x}(\cdot)\} + P_{D_{n_2}}\overline{u}, \quad \forall \overline{u} \in \mathbb{R}^{n_2}, \qquad (4)$$

де D – $(d \times n)$–вимірна матриця визначається за формулою:

$$D := P_{Q^*_d}\{-M + \ell(\int_a^{\cdot} X_{n-s}(\cdot) Y^*_{n-s}(\tau) A_1(\tau) d\tau -$$

$$-\Phi(\cdot) \sum_{k=0}^{q-1} I^k \frac{d^k}{dt^k}([\Psi^*(t) L(t) \Phi(t)]^{-1} \Psi^*(t) A_1(t))(\cdot))\};$$

D^+– псевдообернена за Муром-Пенроузом $(n \times d)$– мірна матриця; P_D та $P_{D^*}(n \times n)$- і $(d \times d)$-вимірні матриці – ортопроектори, які проектують простори $\mathbb{R}^n$ та $\mathbb{R}^d$ на нуль простори $N(D)$ та $N(D^*)$ матриць D та D^* відповідно: $P_D : \mathbb{R}^n \to N(D); P_{D^*} : \mathbb{R}^d \to N(D^*)$; $P_{D^*_{d_2}}$ —$(d_2 \times d)$-вимірна матриця, яка складається з $d_2 = rankP_{D^*}$ лінійно незалежних стрічок матриці P_{D^*}; $P_{D_{n_2}}$—$(n \times n_2)$-вимірна матриця складена з повної системи $n_2(n_2 = n - k, k = rankD)$ лінійно незалежних стовпців матриці P_D; $b = col(b_1, ..., b_p) \in \mathbb{R}^m$– заданий вектор-стовпчик;

$$l\widetilde{x}(\cdot) = \begin{bmatrix} E_1\widetilde{x}(\tau_1+) - (E_1 + S_1)\widetilde{x}(\tau_1-) \\ E_2\widetilde{x}(\tau_2+) - (E_2 + S_2)\widetilde{x}(\tau_2-) \\ \vdots \\ E_p\widetilde{x}(\tau_p+) - (E_p + S_p)\widetilde{x}(\tau_p-) \end{bmatrix}$$

$(m \times 1)$-вектор-стовпчик імпульсної умови; $\widetilde{x}(t)$– частинний розв'язок неоднорідної диференціальної системи $B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t)$;

$$Q := lX_{n-s}(\cdot) = \begin{bmatrix} -S_1X_{n-s}(\tau_1) \\ -S_2X_{n-s}(\tau_2) \\ \vdots \\ -S_pX_{n-s}(\tau_p) \end{bmatrix}$$

– $[m \times (n-s)]$-вимірна постійна матриця; $m = m_1 + ... + m_p$; $X_{n-s}(t)$ – $(n \times (n-s))$ матриця складена з $n-s$ лінійно незалежних розв'язків однорідної системи $B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x, t \in [a, b]$; $P_{Q^*_d}$ – $(d \times m)$-вимірна матриця, яка складається з $d = rank\ P_{Q^*}$ лінійно незалежних рядків матриці P_{Q^*}; $P_{Q^*} = I_m - QQ^+$ –$(m \times m)$-вимірна матриця (ортопроектор), яка проектує простір R^m на нуль-простір $N(Q^*)$, $P_{Q^*} : \mathbb{R}^m \to N(Q^*)$.

Використано результат роботи [1].

Література

[1] *Бойчук О.А., Войтушенко Є.С., Шегда Л.М.* Нетерова імпульсна задача з керуванням // Нелінійні коливання. — 2016. — Т.19, №3. — С. 362–366.