

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Лазорів Наталія Тарасівна

УДК 681.5:624.7

ДИСЕРТАЦІЯ

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА СИНТЕЗ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ТЕПЛОВИМ ПРОЦЕСОМ У МУФЕЛЬНІЙ ПЕЧІ

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

15 – Автоматизація та приладобудування

Подается на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Лазорів Н. Т.

Науковий керівник: **Горбійчук Михайло Іванович**

доктор технічних наук, професор

Івано-Франківськ – 2024

АНОТАЦІЯ

Лазорів Н.Т. «Експериментальні дослідження та синтез системи автоматичного керування тепловим процесом у муфельній печі». – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології – Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м.Івано-Франківськ, 2024.

Муфельні печі невеликі за розміром теплові об'єкти, які використовують як для проведення лабораторних досліджень, так і в промисловості для виготовлення невеликих за розміром деталей. Муфельна піч є апаратом періодичної дії. Технологічний режим муфельної печі включає в себе три фази: нагрів печі до заданої температури (перша фаза), підтримання температури на заданому рівні (робоча фаза) і охолодження печі (третя, заключна фаза).

Муфельні печі живляться від електричного джерела енергії, до якого підключені нагрівальні елементи (тени), які виготовлені із матеріалів з великим омичним опором.

Підтримування необхідного температурного режиму в муфельній печі здійснюється за допомогою одноконтурної системи автоматичного керування, для синтезу якої необхідно створити адекватну математичну модель.

З точки зору моделювання температурного режиму у муфельній печі, вона є об'єктом з розподіленими параметрами, що значно ускладнює отримання математичних моделей у термінах «вхід–вихід». Для спрощення процесу моделювання муфельну піч розбивають на окремі зони, кожна із яких розглядається як об'єкт з розподіленими параметрами. У результаті такого підходу отримують систему нелінійних рівнянь, яка вміщує цілий ряд теплофізичних параметрів, для визначення яких необхідно провести додаткові експерименти. Після лінеаризації отриманої системи рівнянь і переходу в комплексну область отримують структурну схему об'єкта, на основі якої

синтезують систему автоматичного керування температурним режимом муфельної печі.

Задача синтезу системи автоматичного керування значно ускладнюється температурним режимом муфельної печі у тому випадку, коли муфельна піч має два незалежних джерела електричної енергії, до яких під'єднані два тени. У таких печах виникають перехресні зв'язки між входами і виходами, а це значно ускладнює, з одного боку, створення адекватної математичної моделі, а з іншого боку, наявність перехресних зв'язків значно погіршує якісні показники процесу керування. Одним із можливих шляхів подолання виниклих труднощів – створення адекватних математичних моделей за допомогою проведення експериментальних досліджень.

Тому актуальною науковою задачею є проведення експериментальних досліджень з метою побудови адекватних математичних моделей муфельної печі як об'єкта автоматичного керування і на цій основі створення автоматичної системи керування з покращеними динамічними властивостями, що дасть змогу покращити якість промислових виробів.

Експериментальні дослідження мали на меті отримання розгінних характеристик за двома каналами передачі впливів з входу на вихід муфельної печі.

На початку експериментального дослідження муфельна піч була охолоджена до температури $27,75^{\circ}\text{C}$. Після чого був відключений верхній тен. Потужність нижнього тону була збільшена на 40 відсотків. Температури на першому і другому виході муфельної печі вимірювались термопарами. Коли температури на виході печі досягали усталених значень, тоді піч охолоджували до температури 25°C . Потім був виключений нижній тен і включений верхній тен, при цьому потужність верхнього тону була збільшена на 40%.

Результати вимірювань температур на виході муфельної печі фіксувались за допомогою експериментального двоканального програмного регулятора температури МІК-344 (виробництво ТОВ «Мікрол»). Похибка вимірювання температури для діапазону температур $0\text{--}1300^{\circ}\text{C}$ не більше $0,02^{\circ}\text{C}$ (АЦП-16

розрядів). Регулятор переводили в ручний режим і з його передньої панелі чи з панелі оператора НМІ стрибкоподібно змінювали потужність нагріву відповідного тону через симісторний підсилювач БУС-31 з число-імпульсним керуванням. Архівування трендів температур можна реалізувати як в НМІ, так і комп'ютері через інтерфейс RS485/Ethernet.

Отримані експериментальні дані дали змогу побудувати перехідні характеристики муфельної печі по чотирьом каналам передачі сигналів «вхід-вихід». Їх аналіз показав, що вони мають аперіодичний характер і були апроксимовані передавальними функціями як відношення двох поліномів степенів m і n .

За допомогою удосконаленого методу площ, у частині побудови емпіричних моделей зі змінним кроком спостережень, розроблено алгоритмічне і програмне забезпечення задачі синтезу емпіричних моделей муфельної печі з двома незалежними тонами, що дало змогу в інтерактивному режимі визначити як структуру, так і її параметри. Критерієм відбору моделей була сума квадратів відхилення ординат емпіричної моделі від експериментальних даних у точках спостережень. У результаті, отримано чотири передавальні функції по кожному каналу передачі сигналів з однаковими структурами при цьому $m = 2$ і $n = 3$.

Таким чином, муфельна піч, як об'єкт автоматичного керування, описується чотирьма передавальними функціями. Побудована структурна схема муфельної печі показала наявність перехресних зв'язків. Для їх компенсації запропоновано у контур керування включити компенсатор перехресних зв'язків. Виходячи із умов автономності отримана передавальна функція компенсатора і показано, що наявність компенсатора у прямому каналі керування приводить до появи двох одноконтурних систем керування.

Кожен із двох незалежних контурів вміщує регулятор з ПІ- або ПІД-алгоритмом керування. Для ПІД- та ПІ- алгоритмів керування були розраховані параметри налаштування регуляторів за мінімальним значенням узагальненого квадратичного критерію. Показано, що при застосуванні ПІ-регуляторів

перерегулювання відсутнє, а час регулювання становить 9.95хв. як для першого, так і для другого контуру керування. У тому випадку, коли порядок полінома чисельника передавальної функції об'єкта керування менше на одиницю від порядку полінома знаменника, використання ПД-регулятора недоцільно, оскільки це спричиняє стрибкоподібну зміну регульованої величини у початковий момент часу, що може призвести до різкого збільшення потужності, яка підводиться до тенів від джерела живлення.

Параметри передавальних функцій муфельної печі мають певні похибки, які зумовлені неточністю експериментальних даних та вибраним методом апроксимації. Для дослідження впливу неточностей параметрів математичних моделей на стійкість систем керування, параметри емпіричних моделей (передавальних функцій) розглядались як нечіткі величини з трикутною функцією належності, яка була апроксимована гаусовою функцією. У результаті було встановлено взаємозв'язок між параметрами трикутної і гаусової функціями належності. Перехід від трикутної до гаусової функцій належності дав змогу застосувати до поліномів чисельника і знаменника передавальних функцій правила нечіткої арифметики, що дало змогу отримати вирази передавальних функцій з врахуванням нечіткості їх параметрів. Проведені машинні експерименти показали, що врахування нечіткості параметрів передавальної функції не вплинуло на стійкість замкненої системи. Запас стійкості за амплітудою не змінився, а за фазою змінився незначно, що пояснюється незначною різницею між частотними характеристиками першого і другого контурів на високих частотах.

При зробленому допущенні, що матрична передавальна функція регуляторів – діагональна, а передавальна функція замкненої системи повинна бути також діагональною отримана матрична передавальна функція компенсатора.

Компенсатори перехресних зв'язків з відомими передавальними функціями можна реалізувати на цифрових спеціалізованих обчислювальних пристроях або промислових контролерах, але важливо при цьому, забезпечити

їхню адекватність аналоговому варіанту. Особливістю цифрових коректорів є представлення їх вхідних та вихідних сигналів у вигляді гратчастих функцій з постійним кроком дискретизації. З цією метою передавальні функції компенсатора подані у термінах Z-перетворення.

Розглянуті можливі варіанти реалізації дискретних коректорів, які відрізняються структурами представлення передавальних функцій для їх реалізації: пряма форма, каскадна (послідовна) структура і паралельна структура.

Каскадна та паралельна структури представлення коректора (фільтра) мають практичне застосування при реальній реалізації на локальних контролерах в умовах обмеженої розрядності процесора. Вони забезпечують вищу точність при округленні коефіцієнтів, проміжних результатів обчислення та уникнення переповнення акумуляторів обчислення сум у порівнянні з прямою реалізацією.

Доказано: якщо передавальні функції об'єкта по каналам «вхід-вихід» є однотипними і мають порядок n , то передавальні функції компенсатора будуть мати порядок, який обчислюється за такою формулою: $\deg(w_{ij}(s)) = 2(3n - 1)$, $i = j = 1, 2$.

Досліджені можливості реалізації компенсатора на засобах мікропроцесорної техніки, на основі переходу від неперервних до дискретних моделей компенсатора. Проаналізовано такі способи такого переходу – декомпозиція передавальних функцій компенсатора на паралельні структури, інваріантного перетворення імпульсної характеристики, подання математичних моделей у просторі станів та метод Ганкеля спрощення математичних моделей компенсатора. Порівняльний аналіз методів показав, що перші два методи не забезпечують необхідної точності переходу від неперервної до дискретної моделі через необхідність знаходження коренів характеристичних поліномів високої степені; третій метод забезпечує високу точність такого переходу, але для своєї реалізації вимагає значних обчислювальних ресурсів; найбільш

придатним виявився метод Ганкеля редукції (спрощення) математичних моделей компенсатора, який дав змогу скоротити порядок моделей компенсатора з шістнадцятого до третього, що значно спрощує процес реалізації компенсатора на промислових контролерах. Розглянуті можливі варіанти такої реалізації.

Проведено імітаційне моделювання автономної системи керування автоматичного керування роботою муфельної печі, дало змогу встановити, що відбулася задовільна компенсація дії перехресних каналів, яка залежить від точності математичного опису редукованих каналних компенсаторів. Канали стають автономними за рахунок сформованих сигналів корекції. Сигнали перехресних зв'язків при зміщенні робочої точки на вході узагальненого об'єкта (коректор сумісно з муфельною піччю) не передаються перехресними каналами на температурні виходи муфельної печі.

Проведені дослідження методом імітаційного моделювання автономної системи автоматичного керування температурним режимом печі дали змогу визначити показники якості роботи системи як при стрибкоподібній, так і при програмуваній в часі зміні завдання. Показники якості роботи системи задовольняють сформованим технічним вимогам на стадії проектування.

Запропонована структура системи, її технічна реалізація та програмне забезпечення контролера відповідає вимогам до системи автоматичного керування температурним режимом термічної обробки металевих заготовок і може бути рекомендована до практичного застосування в промисловості.

Ключові слова. Муфельна піч, експериментальні дослідження, передавальні функції, перехресні зв'язки, компенсатор, редукція моделей, імітаційне моделювання, автоматичне керування, контролер, математичні моделі, емпіричні моделі.

ABSTRACT

Lazoriv N. T. Empirical modeling and synthesis of the automatic temperature control system for a muffle furnace. - Qualifying scientific paper on manuscript rights.

Dissertation for obtaining the scientific degree of Doctor of Philosophy in the specialty 151 "Automation and computer-integrated technologies". - Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, 2024.

Muffle furnaces are small thermal objects that are used both for laboratory research and in industry for the production of small parts. A muffle furnace is a device of periodic operation. The technological mode of the muffle furnace includes three phases: heating the furnace to a given temperature (the first phase), maintaining the temperature at a given level (the working phase) and cooling the furnace (the third, final phase).

Muffle furnaces are powered by an electric energy source connected to heating elements, which are made of materials with high ohmic resistance.

Maintaining the required temperature regime in the muffle furnace is carried out using a single-circuit automatic control system, for the synthesis of which an adequate mathematical model must be created.

In context of modeling the temperature regime, a muffle furnace is an object with distributed parameters, which greatly complicates obtaining mathematical models in the "input-output" terms. To simplify the modeling process, the muffle furnace is divided into separate zones, each of which is considered as an object with distributed parameters. As a result of this approach, a system of nonlinear equations is obtained containing a number of thermophysical parameters, for the determination of which additional experiments must be conducted. After linearization of the obtained equation system and transition to the complex domain, a structural diagram of the object is obtained, on the basis of which the automatic temperature control system for the muffle furnace is synthesized.

The task of synthesizing an automatic control system is significantly complicated by the temperature regime of the muffle furnace in the case when the muffle furnace has two independent sources of electrical energy to which the heating elements are connected. In such furnaces, there are cross connections between inputs and outputs which greatly complicates the creation of an adequate mathematical model. Moreover, the presence of cross connections significantly worsens the quality indicators of the control process. One of the possible ways to overcome the arisen difficulties is the synthesis of adequate mathematical models with the help of experimental research.

Therefore, an urgent scientific task is to conduct experimental research aiming to build adequate mathematical models of the muffle furnace as an object of automatic control and, based on the experiment results, to create an automatic control system with improved dynamic properties, which will make it possible to improve the quality of industrial products.

The experimental studies were aimed at obtaining acceleration characteristics for two channels of influence transmission from the input to the output of the muffle furnace.

At the beginning of the experimental study, the muffle furnace was cooled to a temperature of 27.75°C . After that, the upper heating element was disabled. The power of the lower heating element has been increased by 40 percent. Temperatures at the first and second outlet of the muffle furnace were measured with thermocouples. When the temperatures at the outlet of the furnace reached steady values, then the furnace was cooled to a temperature of 25°C . Then the lower heating element was turned off, the upper one was turned on and its power was increased by 40%.

The results of temperature measurements at the outlet of the muffle furnace were recorded using an experimental two-channel software temperature controller MIK-344 (manufactured by Microl LLC). The temperature measurement error for the temperature range of $0\text{-}1300^{\circ}\text{C}$ is not worse than 0.02°C (ADC-16 bits). The regulator was switched to manual mode and, from its front panel or from the HMI

panel, the heating power of the corresponding heating element was changed in leaps and bounds through the BUS-31 triac amplifier with numerical-pulse control. Archiving of temperature trends can be implemented both in the HMI and in a computer via the RS485/Ethernet interface.

The obtained experimental data made it possible to construct the transient characteristics of the muffle furnace on four "input-output" signal transmission channels. Their analysis showed that they have an aperiodic character and were approximated by transfer functions as the ratio of two polynomials of m and n degrees.

With the help of the improved method of areas, the algorithm and software were developed for the task of synthesis of empirical models of a muffle furnace with two independent heating elements, which made it possible to determine both the structure and parameters in an interactive mode. The criterion for models selection was the sum of ordinates deviation squares of the empirical model from the experimental data at the observation points. As a result, four transfer functions for each signal transmission channel with the same structures were obtained, while $m = 2$ and $n = 3$.

Thus, the muffle furnace, as an object of automatic control, is described by four transmission functions. The constructed structural diagram of the muffle furnace showed the presence of cross connections. To compensate for them, it is proposed to include a cross-connection compensator in the control circuit. Based on the conditions of autonomy, the transfer function of the compensator is obtained and it is shown that the presence of the compensator in the direct control channel leads to the appearance of two single-loop control systems.

Each of the two independent circuits contains a regulator with a PI or PID control algorithm. For the PID and PI control algorithms, the settings parameters of the regulators were calculated based on the minimum value of the generalized quadratic criterion. It is shown that when using PI controllers there is no overregulation, and the time of regulation is 9.95 min. for both the first and second control loops. In the case when the order of the numerator polynomial of the control

object transfer function is one less than the order of the denominator polynomial, the use of a PID controller is not advisable, because it causes a jump-like change of the regulated value at the initial moment of time, which can lead to a sharp increase in the supplied power to heating elements from the power source.

The parameters of the transfer functions of the muffle furnace have certain errors, which are caused by the inaccuracy of the experimental data and the chosen approximation method. In order to clarify the impact of inaccuracies in the parameters of mathematical models on the stability of control systems, the parameters of empirical models (transfer functions) were considered as fuzzy values with a triangular membership function, which was approximated by a Gaussian function. As a result, the relationship between the parameters of the triangular and Gaussian membership functions was established. The transition from triangular to Gaussian membership functions made it possible to apply the rules of fuzzy arithmetic to the polynomials of the numerator and denominator of transfer functions, which led to obtaining expressions of transfer functions taking into account the vagueness of their parameters. The conducted machine experiments showed that taking into account the vagueness of the transfer function parameters did not affect the stability of the closed system. The margin of stability in terms of amplitude did not change, but in terms of phase it changed slightly, which is explained by the slight difference between the frequency characteristics of the first and second circuits at high frequencies.

Assuming that the matrix transfer function of the regulators is diagonal, and the transfer function of the closed system must also be diagonal, the matrix transfer function of the compensator is obtained.

Cross-coupling compensators with known transfer functions can be implemented on digital specialized computing devices or industrial controllers, but it is important to ensure their adequacy to the analog version. A peculiarity of digital correctors is the presentation of their input and output signals in the form of lattice functions with a constant sampling step. To this end, the transfer functions of the compensator are given in terms of the Z-transform.

Considered possible options for the implementation of discrete correctors, which differ in the structures of transfer functions representation for their implementation: direct form, cascade (serial) structure and parallel structure.

Cascade and parallel structures of the corrector (filter) representation have practical application in real implementation on local controllers in conditions of limited processor bitrate. They provide higher accuracy when rounding coefficients and intermediate calculation results, and help avoiding overflow of sum calculation accumulators compared to direct implementation.

It is proved: if the transfer functions of the object on the "input-output" channels are of the same type and have the n order, then the transfer functions of the compensator will have the order calculated by the following formula: $\deg(w_{ij}(s)) = 2(3n-1)$, $i = j = 1, 2$.

The possibilities of implementing the compensator using microprocessor technology, based on the transition from continuous to discrete models of the compensator, were investigated. The following methods of such a transition are analyzed: the decomposition of the transfer functions of the compensator into parallel structures, the invariant transformation of the impulse characteristic, the presentation of mathematical models in the state space, and Hankel's method of simplifying the mathematical models of the compensator. A comparative analysis of the methods showed that the first two methods do not provide the necessary accuracy of the transition from a continuous to a discrete model due to the need to find the roots of characteristic polynomials of a high degree; the third method ensures high accuracy of such a transition, but requires significant computing resources for its implementation; Hankel's method of reduction (simplification) of the mathematical models of the compensator turned out to be the most suitable, which made it possible to reduce the order of the compensator models from the sixteenth to the third, significantly simplifying the process of implementing the compensator on industrial controllers. Possible variants of such implementation were considered.

Simulation modeling of the autonomous automatic control system of the muffle furnace operation was carried out, which made it possible to establish that there was a satisfactory compensation of the cross channels action, which depends on the accuracy of the mathematical description of the reduced channel compensators. Channels become autonomous due to the generated correction signals. Signals of cross connections when the operating point is shifted at the input of the generalized object (the corrector with the muffle furnace) are not transmitted through cross channels to the temperature outputs of the muffle furnace.

The conducted research using the method of simulation modeling of the autonomous automatic control system of the furnace temperature regime made it possible to determine the indicators of the quality of the system during both a jump-like and time-programmed change of the task. The performance indicators of the system satisfy the formed technical requirements at the design stage.

The proposed structure of the system, its technical implementation and the software for the controller meet the requirements for the automatic control system of the temperature regime of metal blanks heat treatment and can be recommended for practical use in industry.

Keywords: Muffle furnace, experimental studies, transfer functions, cross coupling, compensator, model reduction, simulation modeling.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

[1] Horbiychuk M., Lazoriv N., Kohutyk M., Manuliak I. Experimental research of muffle furnaces dynamic properties. «*Naukovyi visnyk*» *Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. Dnipro №3 (195). 2023. С. 144–150.

<http://nvnngu.in.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/za-vipuskami/1896-2023/zmist-3-2023>.

[2] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т. Дискредитація математичних моделей лінійних об'єктів керування. *Journal Věda a perspektivy*. Чехія № 1(8) (2022). Рр 241–254. [https://doi.org/10.52058/2695-1584-2022-1\(8\)-241-254](https://doi.org/10.52058/2695-1584-2022-1(8)-241-254).

[3] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І. Синтез автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. *Journal Věda a perspektivy*. Чехія № 2(21) (2023). Рр 387–407.

[https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-2\(21\)](https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-2(21)).

[4] Gorbiychuk M., Lazoriv N., Chyhur L., Chyhur I. Determining configuration parameters for proportion-ally integrated differentiating controllers by arranging the poles of the transfer function on the complex plane. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, Vol. 5 No. 2(113) (2021): Information technology. Industry control systems. P.80–93. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.242869>.

[5] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І. Лазорів А.М. Дослідження динамічних властивостей компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. №2(49). С. 74–88.

<https://mpky.nung.edu.ua/index.php/mpky/issue/view/34/2>.

[6] Horbiychuk Mykhailo, Lazoriv Nataliia, Feshanych Lidiia. Determining the effect of fuzziness in the parameters of a linear dynamic system on its stability. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, Vol. 2 No. 4 (110) (2021): Mathematic and cybernetics –applied aspects. P. 15 – 21.

<https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.229791>.

[7] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І., Лазорів А.М. Синтез оптимального за параметрами компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Том 34 (73) № 3 2023. Частина 1. С.106 – 114. <http://www.tech.vernadskyjournals.in.ua/archive?id=125>

[8] Gorbiyчук M.I., Povarchuk D.D., Humeniuk T.V., Lazoriv N.T. Development of the imitation model of the two-stage separation process of oil. *Earsten-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, 2018. № ½ (92). P. 20 – 27. http://www.irbis-nbuv.gov.ua>irbis_nbuv>cgiirbis_64

Опубліковані праці апробаційного характеру:

[9] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Фешанич Л.І. Дослідження стійкості динамічної системи при врахуванні нечіткості параметрів передавальної функції. "Globalization of scientific knowledge: international cooperation and integration of sciences», 7 травня 2021 року, ГО «Європейська наукова платформа» (Вінниця, Україна) та ТОВ «International Centre Corporative Management» (Відень, Австрія): тези доп. міжн. наук.-практ. конф. с.229-231. <https://doi.org/10.36074/grail-of-science.07.05.2021.045>

[10] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Study of stability of linear systems under uncertainty. «Актуальні проблеми автоматизації та управління»: тези доп. міжн. наук.-практ. конф молодих учених і студентів, Луцьк, 30 листопада 2021р.с.6-8.

[11] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Автономна система автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості»: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф молодих учених і студентів Івано-Франківськ, 13 жовтня 2022р.

[12] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т. Емпіричні моделі муфельних печей. «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості»: тези доп.

всеукр. наук.-практ. конф молодих учених і студентів Івано-Франківськ, 13 жовтня 2022р.

[13] Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Зменшення порядку моделей компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. «Інформаційні технології і автоматизація-2022»: тези доп. міжн. наук.-практ. конф, Одеса, 20-21 жовтня 2022р.с.68-71.

<https://ontu.edu.ua/download/konfi/2022/Collection-of-abstracts-of-the-conference-ITIA-2022.pdf>

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	19
ВСТУП.....	20
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЗА ТЕМОЮ	
ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ	28
1.1 Муфельні печі: класифікація, область застосування	28
1.2 Математичні моделі термічних печей	30
1.3 Аналіз систем автоматичного керування температурними режимами печей для виготовлення малогабаритних деталей	46
1.4 Вибір і обґрунтування напрямку досліджень.....	51
РОЗДІЛ 2. СИНТЕЗ ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМУ	
МУФЕЛЬНОЇ ПЕЧІ	53
2.1 Муфельна піч як об'єкт автоматичного керування	53
2.2 Методика проведення експериментальних досліджень та їх результати	55
2.3 Синтез емпіричної моделі температурного режиму муфельної печі	59
2.4 Емпіричні моделі муфельної печі.....	68
Висновки до розділу.....	73
РОЗДІЛ 3. АВТОНОМНА СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ	
ТЕМПЕРАТУРНИМ РЕЖИМОМ МУФЕЛЬНОЇ ПЕЧІ.....	75
3.1 Математична модель автономної системи керування.....	75
3.2 Автономна система керування з ПД-регуляторами.....	77
3.3 Автономна система керування з П-регуляторами.....	88
3.4 Оцінка якості процесу керування температурним режимом муфельної печі за частотним критерієм.....	96
Висновки до розділу.....	115
РОЗДІЛ 4. СИНТЕЗ КОМПЕНСАТОРА ПЕРЕХРЕСНИХ ЗВ'ЯЗКІВ	
АВТОНОМНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ	117

	18
4.1 Математична модель компенсатора перехресних зв'язків	117
4.2 Метод реалізації компенсатора перехресних зв'язків	120
4.3 Подання дискретної моделі компенсатора у просторі станів.....	137
4.4 Дослідження стійкості компенсатора перехресних зав'язків.....	143
4.5 Розроблення методики реалізації компенсатора перехресних зв'язків на базі мікропроцесорної техніки.....	145
4.6 Синтез оптимального за параметрами компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування.....	159
4.7 Імітаційне моделювання автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі.....	168
Висновки до розділу	176
ВИСНОВКИ.....	178
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	183
ДОДАТКИ	

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

PLC – промислові контролери;

ЛДС – лінійна дискретна система;

PP – різницеве рівняння;

SCADA – Supervisory Control And Data Acquisition;

RTU – Remote Terminal Unit;

FBD – функціональні блокові діаграми;

LAD – східчаста логіка;

ST – структурний текст;

FDI – Fuel Direct Injection;

АСК – автоматизована система керування;

ПІД-регулятор – пропорційно-інтегрально-диференціальний регулятор.

ВСТУП

Актуальність роботи. Муфельні печі широко використовують як для лабораторних досліджень з метою визначення фізичних і хімічних властивостей різних матеріалів, так і в промисловості для обробки зразків при високих температурах до 1200°C.

Муфельні печі також застосовують для виготовлення виробів невеликих розмірів, якість яких залежить від точного підтримування температурного режиму, який повинен забезпечуватись системою автоматичного керування.

Успішний синтез таких систем зумовлений знаннями про динамічні властивості муфельної печі як об'єкта автоматичного керування.

Більшість математичних моделей, які описують динамічні властивості муфельних печей, створені для вирішення технологічних задач.

Муфельні печі з електричним джерелом енергії розглядаються як об'єкти з розподіленими параметрами, що значно ускладнює створення адекватних математичних моделей у термінах «вхід-вихід». Для спрощення процесу моделювання динамічних властивостей муфельних печей, її умовно розбивають на певне число теплових зон, кожна із яких розглядається як об'єкт із зосередженими параметрами, що дає змогу отримати математичні моделі, які є придатними для синтезу автоматичних систем моделювання.

Провідні фірми виробники муфельних печей такі як Presto, Antiteck, Kingyosicn та ін. пропонують муфельні печі, які оснащені системами автоматичної підтримки температурного режиму в муфельній печі. Такі системи, здебільшого, одноконтурні і побудовані на базі сучасних мікроконтролерів.

У тому випадку, коли муфельна піч має два незалежних джерела електричної енергії, до яких підключені окремі нагрівальні елементи, тоді задача створення адекватної математичної моделі муфельної печі як об'єкта

автоматичного керування значно ускладнюється через наявність внутрішніх перехресних зв'язків, а це, в свою чергу, впливає на якість процесу керування.

Тому актуальною науковою задачею є проведення експериментальних досліджень з метою побудови адекватних математичних моделей муфельної печі як об'єкта автоматичного керування і на цій основі створення автоматичної системи керування з покращеними динамічними властивостями, що дасть змогу покращити якість промислових виробів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами. Вибраний напрямок досліджень щодо створення емпіричних моделей та синтезу системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі підвищеної точності є частиною тематичного плану науково-дослідних робіт Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу (ІФНТУНГ).

Наукові дослідження виконані у дисертаційній роботі відповідають тематиці науково-дослідної роботи «Автоматизоване керування детермінованими і стохастичними об'єктами», номер державної реєстрації 0123U102619, яка виконується на кафедрі Автоматизацій та комп'ютерно-інтегрованих технологій ІФНТУНГ. Дисертантка була безпосереднім виконавцем окремих розділів роботи, які стосувались емпіричного моделювання та синтезу системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі.

Мета роботи і задачі досліджень. Метою дисертаційної роботи є проведення експериментальних досліджень для отримання емпіричних моделей і на цій основі синтезувати автоматичну систему керування підвищеної точності температурним режимом муфельної печі.

Поставлена мета вимагала розв'язання таких наукових задач:

– аналіз літературних джерел в області математичного моделювання теплових процесів у муфельних печах і автоматичного керування роботою муфельних печей для вибору і обґрунтування напрямку наукових досліджень;

– провести експериментальні дослідження і розробити емпіричні моделі динаміки муфельної печі в термінах «вхід-вихід», придатних для синтезу системи автоматичного керування температурним режимом в муфельній печі;

– на основі аналізу динамічних властивостей муфельної печі з двома незалежними джерелами електричної енергії виявити наявність перехресних зв'язків та синтезувати автономну систему керування температурним режимом муфельної печі;

– синтезувати компенсатор перехресних зв'язків та оптимізувати його математичну модель; провести імітаційне моделювання автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі з метою дослідження її ефективності.

– розробити алгоритмічне та програмне забезпечення задачі створення емпіричних моделей в термінах «вхід-вихід», придатних для синтезу системи автоматичного керування роботою муфельної печі; для синтезу компенсатора перехресних зв'язків на основі редукованих моделей; для розрахунку параметрів налаштування ПІ- та ПІД-регуляторів.

Об'єктом дослідження є теплові процеси в муфельних печах, зокрема, з електричними джерелами енергії.

Предметом дослідження є математичні моделі динамічних процесів та системи автоматичного керування температурними режимами муфельних печей.

Методи досліджень. В основу виконаних досліджень покладені методи емпіричного моделювання з метою отримання передавальних функцій як за основними каналами, так і за каналами перехресних зв'язків; методи синтезу автономних систем керування; методи дослідження стійкості систем автоматичного керування; методи нечіткої алгебри для виявлення впливу невизначеності параметрів системи керування на її стійкість; методи дискретизації математичних моделей для реалізації їх на сучасних мікропроцесорних засобах керування; методи редукції математичних моделей компенсатора перехресних зв'язків; методи імітаційного моделювання для

дослідження ефективності роботи системи автоматичного керування роботою муфельної печі.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у:

– розроблені емпіричних моделей муфельної печі з двома незалежними джерелами електричної енергії, придатних для синтезу системи автоматичного керування підвищеної точності роботою муфельної печі;

– синтезі автономної системи керування з компенсатором перехресних зв'язків за редукованою математичною моделлю, що дає змогу його реалізації на сучасних мікропроцесорних засобах автоматизації.

Загальний науковий результат – створення емпіричних моделей теплових процесів у муфельній печі і синтез на цій основі автономної системи керування підвищеної точності роботою муфельної печі з двома незалежними джерелами електричної енергії.

Наукова новизна дисертаційної роботи визначається такими положеннями:

вперше:

– на основі експериментальних досліджень створена емпірична модель муфельної печі з двома незалежними джерелами електричної енергії, що дало змогу виявити перехресні внутрішні зв'язки та намітити шляхи їх усунення;

– розроблений метод врахування нечіткості параметрів системи автоматичного керування, що дало змогу отримати формули для обчислення характеристичного полінома і передавальної функції розімкненої системи з врахування нечіткості їх параметрів. Встановлено, що врахування нечіткості параметрів передавальної функції розімкненої системи не вплинуло на стійкість замкненої системи. Запас стійкості за амплітудою не змінився, а за фазою змінився незначно, що пояснюється незначною різницею між частотними характеристиками першого і другого контурів керування на високих частотах;

удосконалено:

– процедуру реалізації компенсатора на засобах мікропроцесорної техніки, на основі переходу від неперервних до дискретних моделей

компенсатора. Проаналізовано такі способи такого переходу – декомпозиція передавальних функцій компенсатора на паралельні структури, інваріантного перетворення імпульсної характеристики, подання математичних моделей у просторі станів та метод Ганкеля спрощення математичних моделей компенсатора. Порівняльний аналіз методів показав, що перші два методи не забезпечують необхідної точності переходу від неперервної до дискретної моделі через необхідність знаходження коренів характеристичних поліномів високої степені; третій метод забезпечує високу точність такого переходу, але для своєї реалізації вимагає значних обчислювальних ресурсів; найбільш придатним виявився метод Ганкеля редукції (спрощення) математичних моделей компенсатора, який дав змогу зменшити порядок моделей компенсатора з шістнадцятого до третього, що значно спрощує процес реалізації компенсатора на промислових контролерах;

знайшов подальший розвиток:

– метод синтезу автономної системи керування з компенсатором перехресних зв'язків, математична модель якого подана у формі матричної передавальної функції, елементи якої передавальні функції кожного із чотирьох каналів передачі сигналів з входу на вихід компенсатора. Доведено, що передавальні функції компенсатора визначаються порядком передавальних функцій об'єкта керування (муфельної печі); при ідентичних за структурою передавальних функцій муфельної печі, передавальні функції компенсатора є однотипними за структурою у вигляді відношення двох поліномів, степені яких дорівнюють $2(3n-1)$, де n – порядок передавальних функцій об'єкта.

Практичне значення отриманих результатів. Наукові положення, висновки і рекомендації, сформульовані у дисертаційній роботі, мають таке практичне значення:

– розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення визначення структури і параметрів емпіричної моделі за результатами активного експерименту: для обчислення параметрів налаштування ПІ- та ПІД-

регуляторів; для оцінки стійкості незалежних контурів в автономній системі керування з врахуванням невизначеності параметрів матричної передавальної функції об'єкта;

– створена імітаційна модель автономної системи автоматичного керування, за допомогою якої досліджені фази роботи муфельної печі – нагрівання, робочий режим та охолодження; встановлено, що відбувається компенсація впливу перехресних зв'язків. Сигнали перехресних зв'язків при зміщенні робочої точки узагальненого об'єкта (коректор разом з муфельною піччю) не передаються перехресними каналами на виходи муфельної печі;

– окремі розділи дисертаційної роботи впроваджені у навчальний процес при вивченні студентами спеціальності 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка таких дисциплін як «Теорія автоматичного керування» та «Автоматизація технологічних процесів та виробництв» (акт впровадження – додаток Н)».

Особистий внесок здобувачки. Основні результати експериментальних та теоретичних досліджень, які є змістом дисертаційної роботи, одержані авторкою особисто. У наукових працях, виконаних у співавторстві, здобувачці належить:

[1] – проведення експериментальних досліджень, розроблення методики і програмного забезпечення визначення структури і параметрів емпіричних моделей;

[2] – розроблення методики і програмного забезпечення дискретизації математичних моделей муфельної печі, поданих у просторі станів; оцінка точності дискретизації;

[3] – визначені матричні передавальні функції компенсатора та автономної системи керування; створена структурна схема автономної системи керування;

[4] – розроблений метод визначення параметрів налаштування ПІ-регулятора стосовно незалежних контурів автономної системи керування роботою муфельної печі;

[5] – створена методика та програмне забезпечення задачі синтезу компенсатора перехресних зв'язків; метод декомпозиції передавальних функцій компенсатора на передавальні функції нижчого порядку;

[6] – розроблений спосіб апроксимації трикутної функції гаусівською функцією належності та визначений взаємозв'язок між параметрами таких функцій належності; оцінений вплив нечіткості параметрів передавальних функцій об'єкта (муфельної печі) на стійкість замкненої системи керування температурним режимом муфельної печі;

[7] – досліджені можливості реалізації компенсатора на засобах мікропроцесорної техніки, на основі переходу від неперервних до дискретних моделей компенсатора. Проаналізовані способи такого переходу – декомпозиція передавальних функцій компенсатора на паралельні структури, інваріантного перетворення імпульсної характеристики, подання математичних моделей у просторі станів та метод Ганкеля спрощення математичних моделей компенсатора. На основі порівняльного аналізу зроблений висновок, що метод Ганкеля є оптимальним за структурою математичної моделі і таким, що забезпечує високу точність редукованої моделі;

[8] – розроблення програмного забезпечення та оброблення результатів досліджень та їх інтерпретація.

Апробація результатів дисертації. Основні результати роботи доповідались і отримали позитивну оцінку на:

- Всеукраїнських науково-практичних конференціях молодих учених і студентів, Івано-Франківськ (2020, 2021, 2022);
- I Міжнародній науково-практичній конференції «Globalization of scientific knowledge: international cooperation and integration of sciences», 7 травня 2021 року, ГО «Європейська наукова платформа» (Вінниця, Україна) та ТОВ «International Centre Corporate Management» (Відень, Австрія);
- IX Міжнародній науково-практичній конференції молодих учених і студентів «Актуальні проблеми автоматизації та управління», Луцьк, 30 листопада 2021 р.;

– XV Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології і автоматизація-2022», Одеса, 20-21 жовтня 2022р.

Публікації. Основні результати роботи викладені в 13 публікаціях, у тому числі у 8 статтях; чотири з них входять до фахових видань категорії Б, а чотири статті ([1], [4], [6], [8]) опубліковані у журналах, що індексуються у наукометричній базі «Scopus». За матеріалами дисертації доповідалась на 5 наукових конференціях і опубліковані у вигляді тез доповідей.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг друкованого тексту становить 227 сторінок, з них: 182 сторінок основного тексту, 63 рисунки і 15 таблиць, список використаних джерел містить 75 найменувань на 8 сторінках, 12 додатків на 37 сторінках.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

1.1 Муфельні печі: класифікація, область застосування

Муфельні печі належать до класу термічних печей. Термічні печі широко використовують у багатьох галузях промисловості [1]: у хімічній промисловості – при виробництві мінеральних добрив, соди, аміаку; у нафтовій промисловості для нагріву нафти і газу перед подачею до сепараційної установки. У нафтопереробній промисловості органічного синтезу, де одним із основних технологічних апаратів є трубчаті печі для піролізу, крекінгу та інших процесів; на машинобудівних виробництвах термічні печі використовують для нагріву металу перед ковкою і штамповкою.

На рисунку 1.1 дана класифікація термопечей і, зокрема, муфельних печей.

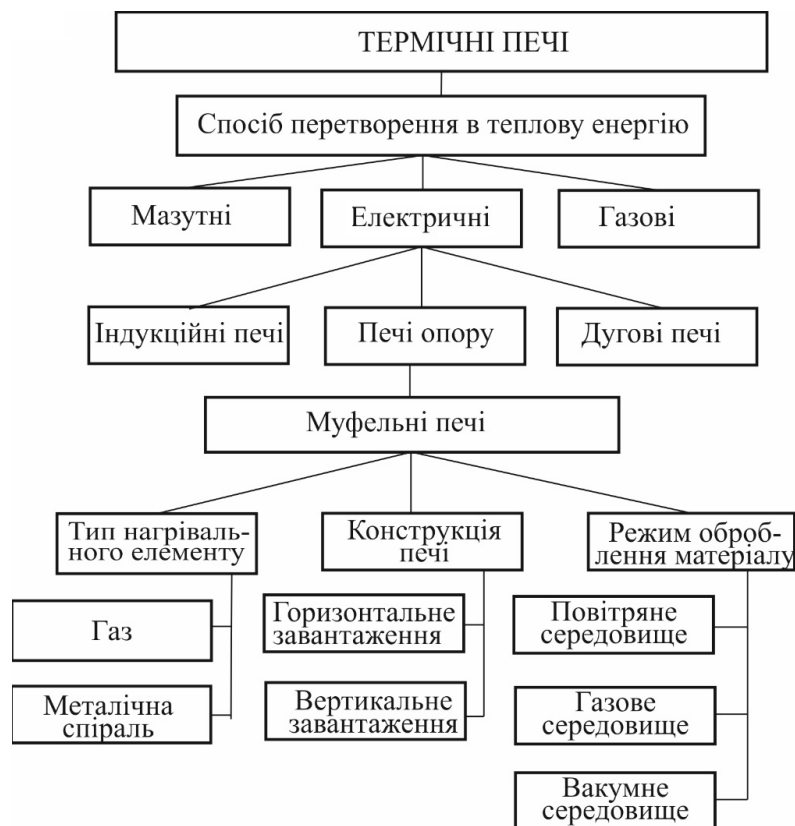


Рисунок 1.1 – Класифікація термічних печей

Муфельні печі (рис. 1.2) невеликі за розміром апарати [2, 3], які призначені для нагрівання різноманітних виробів. Область застосування муфельних печей [4] – лабораторні дослідження (фармацевтика, геофізичні дослідження, харчові лабораторії, хімічні дослідження) та виробництво невеликих за розміром виробів (металургія, ювелірні вироби, ортопедична стоматологія тощо) [76].

Особливістю печей даного типу – наявність муфеля, який виготовлений із термостійкого матеріалу. Муфель розмежовує робочий простір печі і зразок, що підлягає термічному впливу.



Рисунок 1.2 – Муфельна піч

Джерелом енергії в муфельній печі є нагрівальні елементи, які виготовляють з тугоплавких матеріалів з високим омичним опором [5]: ніхром (до 1350°C), фехраль (до 1350°C), konthal Al (до 1400°C), карбід кремнію SiC (до 1600°C), хроміт лантану (до 1750°C), дисиліцид молібдену (до 1800°C) [76].

Для отримання середньо температурних значень [5], нагрівні елементи виготовляють із ніхрому та із безнікельових сплавів. Печі із ніхромовими нагрівачами забезпечують температурний режим до 1200°C, а нагрівачі, які виготовлені із безнікельових сплавів – 1400°C.

Електричні опори нагрівних елементів муфельних печей мають високі питомі значення і малу залежність від зміни температури. Так, значення опору

нагрівника при кімнатній температурі і при температурі 1100°C відрізняються на 3 – 11% в залежності від марки сплаву.

Нагрівні елементи з високим питомим опором забезпечують високу питому потужність, що дає змогу досягнути необхідної температури в печі при малих її розмірах.

На теперішній час широко використовують карбідокремнієві нагрівні елементи з більш високими експлуатаційними характеристиками у порівнянні з нагрівачами виготовленими із сплавів. Нагрівні елементи даного типу забезпечують температуру у муфельній печі до 1450 – 1600°C і більш високу питому потужність.

Недоліком карбідокремнієвих нагрівних елементів є значна варіація значень опорів однотипних елементів, що не дає змоги включати їх послідовно в електричне коло. У такому випадку елемент з найвищим опором буде нагріватись сильніше за інші і швидше вийде з ладу.

Нагрівальні елементи в печі розміщені так, щоб забезпечити рівномірний розподіл теплового поля в камері. З цією метою нагрівальні елементи розміщують на всіх бокових стінках і на поду камери.

Для усунення газів або диму, що виділяються при термічній обробці продукту, у муфельній печі може бути додатково встановлена система витяжки.

Усі нагрівальні елементи муфельної печі з'єднані між собою і утворюють тен, який під'єднаний до електричної мережі змінного струму напругою 220 або 380В.

Оскільки муфельні печі є апаратами періодичної дії, то для зменшення часу виведення муфельної печі на робочий режим використовують печі з двома тенами, які підключені до незалежних джерел напруги.

1.2 Математичні моделі термічних печей

Муфельні печі апарати періодичної дії. Для виходу на робочий режим спочатку температуру у печі потрібно підняти до необхідного значення; після

закінчення процесу нагріву продукту (садка), піч охолоджують. Тому завданням системи автоматичного керування є підтримання на заданому рівні з високою точністю значення температури в робочому режимі. Вирішити поставлену задачу неможливо без адекватних математичних моделей, що в диференціальній формі описують динамічні процеси в муфельній печі.

Методика створення математичної моделі конкретної муфельної печі визначається джерелом енергії – електрична муфельна піч чи для нагріву садка використовують природний газ.

Оскільки муфельні печі належить до групи термічних печей, то основним законом, який характеризує динаміку теплових процесів є закон збереження кількості енергії.

У найпростішому випадку, коли розглядається тверде, непрозоре, однорідне та ізотропне тіло, тоді закон збереження енергії [6] має такий вигляд:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{q}, \quad M \in G, \quad (1.1)$$

де c – питома об’ємна теплоємність; $T(M, t)$, $\bar{q}(M, t)$ – температура і густина теплового потоку в точці M з координатами x, y, z у момент часу t ; G – розрахункова область в системі координат x, y, z .

Дивергенція $\operatorname{div} \bar{q}$ векторного теплового поля \bar{q} скалярна величини – густина джерела енергії.

Для прийнятих допущень справедливим є закон Фур’є [7]:

$$\bar{q} = -\lambda \operatorname{grad} T \quad (1.2)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності.

З врахуванням (1.2) рівняння збереження кількості енергії набуде такого вигляду:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T), \quad M \in G. \quad (1.3)$$

Для завершення формалізованого опису процесу теплообміну [6] рівнянням (1.3), необхідно вказати розподіл температури у початковий момент часу t_0

$$T(M, t_0) = T_0(M), \quad M \in G$$

та сформулювати граничні умови, які визначають особливості теплообміну на поверхні нагріву, що відокремлює область G від навколишнього середовища.

При постійних значеннях c і λ та при відомих граничних умовах можна знайти розв'язок рівняння (1.3) аналітичним способом [6].

Для реальних теплових агрегатів питома об'ємна теплоємність c і коефіцієнт теплопровідності λ є функціями температури T . У такому випадку задача (1.3) стає нелінійною і її розв'язок можливий лише числовим методом, наприклад, методом кінцевих різниць [8].

При математичному моделюванні теплових процесів, коли відбувається взаємодія поверхні нагрітого тіла з навколишнім середовищем, тоді необхідно врахувати процеси випромінювання і конвекції.

Для замкнутого простору допускається, що газ є нерухомим. Тоді переносом тепла теплопровідністю можна знехтувати [6], так що теплообмін в системі «тверде тіло-газ» здійснюється тільки випромінюванням. У такому випадку стан системи характеризується [6] температурним полем $T(N)$, полем тепловиділення $q_v(N)$ у газі (N – точка газового об'єму) і розподілом густини потоку результуючого випромінювання $q_p(M)$.

Залежно від того, які змінні є вхідними (заданими), а які необхідно визначити (вихідні змінні), розрізняють пряму і зворотну задачі. Для прямої задачі [6] вхідними змінними є температурні поля $T(N)$ і $T(M)$, а вихідними – поля тепловиділення $q_v(N)$ і густина потоку $q_p(M)$, для зворотної задачі – навпаки.

Зв'язок між вхідними і вихідними змінними визначається [6] геометрією системи та радіаційними властивостями тіл – спектральним коефіцієнтом

поглинання газу k_λ , спектральною поглинаючою властивістю A_λ , яка дорівнює спектральній густині чорноти ε_λ , обмежуючої поверхні.

Величини k_λ , A_λ і ε_λ при нерівномірному тепловому полі є функціями температури T [6].

Детальний математичний опис радіаційного теплообміну приводить до інтегральних рівнянь, розв'язок яких знаходять числовим методом.

У роботі [9] розглянутий конкретний приклад моделювання тепло-гідродинамічного стану камери багатокамерної печі випалу з врахуванням радіаційного теплообміну і процесу горіння природного газу.

У багатокамерній печі відбувається процес випалювання електродних заготовок. Джерелом енергії в таких печах є тепло, яке отримують внаслідок згорання природного газу. Процес випалювання електродних заготовок триває [9] протягом 350 – 380 год. При цьому витрачається значна кількість енергії – 3,9 – 4,5 ГДж на одну тону продукції.

Багатокамерна піч, як об'єкт математичного моделювання, характеризується значною нерівномірністю розподілу теплового потоку по камері печі.

Математична модель камери печі [9] включає в себе рівняння нерозривності, збереження кількості руху, хімічні рівняння процесу горіння, збереження кількості енергії в ентропійному вигляді, турбулентної кінетичної енергії і швидкості її дисипації [10].

Запропонована авторами [9] математична модель складається із шести диференціальних рівнянь у часткових похідних, які вміщують цілий ряд емпіричних коефіцієнтів, визначення яких вимагає значного обсягу експериментальних досліджень.

Аналогічна проблема виникла і в авторів роботи [11], де виконано математичне моделювання обертової печі.

Обертові печі часто використовуються в хімічній, металургійній, харчовій і цементній промисловості. Теплопередача в обертовій печі є

складним явищем, оскільки теплопровідність, конвекція і випромінювання відбуваються одночасно.

Дослідження в роботі [11], присвячено аналітичному моделюванню переносу тепла між частинами сипучого матеріалу і стінкою в обертовій печі.

Процес теплопередачі тепла до стінки в обертовій печі залежить від діаметру печі, товщини її стінки та властивостей матеріалу, таких як теплопровідність, густина і питома теплоємність.

Робочими параметрами обертової печі були вибрані такі величини: температура газу, початкова температура твердого тіла, ступінь наповнення, кількість обертів, а також коефіцієнт теплопередачі від стінки до твердого (робочого) тіла та від газу до стінки обертової печі.

Розглядається [11] стаціонарний режим роботи обертової печі, який характеризується рівняння Фур'є-Кірхгофа:

$$c_{p\varphi} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right), \quad (1.4)$$

де c – питома теплоємність;

φ – радіальний кут по відношенню до центру окружності;

ω – кутова швидкість обертання;

T – температура;

λ – теплопровідність.

Формула (1.4) зводить задачу теплопередачі до двовимірної задачі (φ , r), в якій знехтувана осьова теплопровідність вздовж печі, оскільки довжина обертової печі досить велика в порівнянні з її діаметром. Рівняння (1.4) дає розподіл температури по всьому діаметру обертової печі.

Дві граничні умови на внутрішній поверхні печі встановлюються в напрямках r і φ :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = \alpha_{ws} (T_{r=R_i} - T_s), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (1.5)$$

де R_i – внутрішній радіус обертової печі;

T_S – середня температура твердого шару;

α_{WS} – коефіцієнт теплопередачі твердої фази до стінки;

ε – кут заповнення;

α_{WS} – коефіцієнт теплопередачі стінки до твердої фази.

Суцільна область, яка заповнює обертову піч, визначається двома значеннями радіального кута φ . Передача тепла в області контакту газу та стінки, в основному, описується законом конвекції. Тому можна вважати [11], що:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = \alpha_{GW} (T_{r=R_i} - T_G), \quad 2\varepsilon \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (1.6)$$

$$\alpha_{GW} = \varepsilon_{eff} \sigma T_G^3 \left(1 + \frac{T_W}{T_G} + \left(\frac{T_W}{T_G} \right)^2 + \left(\frac{T_W}{T_G} \right)^3 \right), \quad (1.7)$$

де ε_{eff} – ефективний коефіцієнт випромінювання;

σ – постійна Больцмана;

T_W – температура стінки;

T_G – температура газу;

α_{GW} – коефіцієнт теплопередачі від газу до стінки.

Із аналізу формул (1.5) – (1.7) випливає, що розрахунок теплового режиму обертової печі вимагає знання цілого ряду параметрів моделі – α_{WS} , α_{GW} , ε_{eff} , λ , які можна визначити постановкою трудомістких експериментальних досліджень.

У роботі [12] для вирішення технологічних задач пов'язаних з розробленням печі муфельного типу для безперервної термічної обробки металеві стрічки. Піч обладнана системою регенеративних пальників, які забезпечують рівномірне нагрівання муфелю, що, в свою чергу, дозволяє

уникнути серйозних термічних пошкоджень муфеля і зберегти високу якість виробів.

Система регенеративного пальника широко використовується для зменшення споживання енергії у високотемпературних промислових процесах. Система забезпечує високу термічну ефективність завдяки нещодавно розробленій технології рекуперації тепла за допомогою компактного керамічного регенератора. Незважаючи на його високу термічну ефективність, система регенеративного пальника стикається з проблемою шкідливих викидів NOx. Щоб зменшити викиди NOx від регенеративних пальників без втрати ефективності, компанія Токуо Gas розробила інноваційну технологію згорання FDI (Fuel Direct Injection) з низьким викидом NOx. Технологія FDI включає пряме впорскування палива у топкову камеру, з окремо введеним повітрям для горіння. Паливні та повітряні струмені перед запалюванням змішуються, утворюючи низькотемпературне «ледаче» полум'я. При робочій температурі печі 1300°C викиди NOx істотно зменшуються.

Через відсутність досвіду роботи з системою регенеративного пальника FDI, необхідно враховувати низку нових конструктивних параметрів, характерних для системи спалювання газу у топці. Раніше єдиним способом отримати таку інформацію був підхід заснований на методі проб і помилок.

Для розв'язування задачі вибору конструктивних параметрів пальника і оптимізації його роботи створено математичну модель, яка включає в себе вісім диференціальних рівнянь в часткових похідних.

В основу моделі покладені рівняння збереження маси, імпульсу, $k-\epsilon$ модель турбулентності [12] та рівняння переносу енергії. Отримана математична модель була використана для проектування та оптимізації інноваційних промислових печей, обладнаних системою регенеративного пальника FDI.

У роботі [13] описано моделювання експертної системи для електричної муфельної печі для керування простими процесами термічної обробки, такими як відпал і нормалізація у випадку простих вуглецевих сталей. Процес

термічної обробки складається з трьох етапів, а саме: нагрівання, витримка та охолодження. Автори роботи [13] досліджували етап нагріву, за допомогою методу експертної системи, яка визначає необхідну температуру нагріву для даної простої вуглецевої сталі. Для цього була створена експертна система з базою знань, що містить інформацію про відсоток вуглецю, твердість і температуру аустенізації (температура, при якій залізо, метал на основі заліза або сталь змінює кристалічну структуру з фериту на аустеніт). Експертна система отримала два входи, а саме: відсоток вуглецю та необхідне число твердості за Брінеллем, на основі якого встановлено задану температуру для муфельної печі за допомогою нечіткої логіки. Моделювання експертної системи виконано на MATLAB/SIMULINK. Результати, отримані після моделювання, порівнювали зі стандартними результатами, доступними в книзі стандартних проектних даних. Було виявлено, що два результати добре узгоджуються один з одним, а експертна система визначала правильні значення заданої температури для різних типів процесів відпалу гладких вуглецевих сталей.

Автор роботи [14] використав розроблену модель для визначення оптимального часу перебування в термічній печі продуктів великого розміру під час процесу термічної обробки.

Процес нагрівання (гартування), який відбувається всередині газових печей, безпосередньо впливає на кінцеві властивості продукту через мікроструктурні зміни, що відбуваються на цьому етапі. Тому властивості матеріалу зазвичай оптимізуються шляхом контролю параметрів процесу відпустки, таких як час і температура. Нерівномірний розподіл температури навколо частин в результаті теплової взаємодії всередині печі може призвести до зміни властивостей вздовж виробу, зміни мікроструктури або навіть розтріскування. З іншого боку, покращення часу перебування великих продуктів у печі термообробки може мінімізувати споживання енергії та уникнути небажаних мікроструктурних змін. Проте у даний час промислове

виробництво в основному базується на доступних емпіричних кореляціях [14], які є дорогими та не завжди надійними.

Точна залежність від часу прогнозування температури поковок великого розміру в печах для термічної обробки, що працюють на газі, вимагає комплексного кількісного дослідження процесу нагрівання і глибокого розуміння складних теплових взаємодій всередині печі. Обмеження в аналітичних дослідженнях, а також складність і вартість експериментів роблять актуальними методи чисельного моделювання. Однак серед небагатьох [14] досліджень газових печей в основному розглядалися невеликі печі або печі з меншим часом роботи (з використанням різних спрощень, таких як розрахунки в стаціонарному режимі) через складність явищ і великий час розрахунку. Загалом, існує дуже мало досліджень [14] щодо вдосконалення схеми завантаження великогабаритних сталевих деталей всередині газових печей та відповідна оптимізація часу їх перебування.

Печі періодичного типу, що працюють на газі, розглядалися у літературі небагатьма дослідниками [14]. У зв'язку з цим основною метою роботи [14] був комплексний кількісний аналіз перехідного процесу нагріву та розуміння теплових взаємодій всередині печі.

Автори роботи [14] показали, що, незважаючи на однорідність температури незавантаженої печі, кожна поверхня виробу зазнавала різної швидкості нагрівання після завантаження (одноразове навантаження), що призводило до різниці температур у 200 °К. Аналіз результатів також показав надійність моделі S2S [14] і підкреслив важливість коефіцієнта випромінювання для цілей оптимізації у цій програмі. Висновки були співвіднесені з геометрією печі, формування вихрових структур і циркуляцією потоку рідини навколо заготовки. Автор вважає [14], що експериментальні дані та прогнози моделі CFD можна безпосередньо використовувати для оптимізації процесу термічної обробки сталевих компонентів великих розмірів.

Математичне моделювання теплових печей різного призначення, з різними джерелами енергії в своїй основі має закон збереження енергії. Його

застосування для конкретного типу печей, які мають значні розміри, описуються диференціальними рівняннями у часткових похідних. Для повного математичного опису теплових процесів, які відбуваються в термічних печах, необхідно сформулювати початкові і крайові умови. Якщо враховувати розвиток процесу у часі (перехідний процес), то задача значно ускладнюється. Тому для спрощення задачі моделювання розглядається статичний режим роботи термічної печі.

Але навіть таке спрощення задачі моделювання, розв'язати таку задачу аналітичним способом часто неможливо. У таких випадках застосовують числові методи пошуку розв'язків математичних моделей, які описують теплові процеси в печах. Навіть при розгляді стаціонарних режимів роботи отримують диференціальні рівняння [11] в часткових похідних, які вміщують ряд термофізичних параметрів таких як питома об'ємна теплоємність, коефіцієнт теплопровідності і коефіцієнт теплопередачі в напрямку, протилежному градієнту температури, ефективний коефіцієнт випромінювання, ступінь чорноти та ін. Всі ці теплофізичні параметри залежать від температури, фізичних властивостей матеріалів і виражаються емпіричними моделями, які отримують внаслідок проведення значного обсягу експериментальних досліджень.

Після того як отриманий формалізований опис технологічного процесу в промисловій печі, сформовані граничні і крайові умови та визначені необхідні теплофізичні параметри, задачу, як правило, розв'язують числовими методами.

Числові методи базуються [8] на заміні диференціального рівняння у часткових похідних набором із n алгебраїчних рівнянь для невідомих температур у n вибраних точках середовища. Розв'язок цих рівнянь визначає значення температури в дискретних точках.

Існує кілька способів отримання чисельного формулювання задачі теплопередачі [15], таких як метод кінцевих різниць, метод кінцевих елементів, метод граничних елементів і метод енергетичного балансу (метод контрольного об'єму).

У ряді робіт [16–20] автори, використовуючи числові методи, отримали інформацію про розподіл температур всередині печі, про роль ізоляції в мінімізації теплових втрат, про терміни експлуатації та швидкості ерозії всередині печі. За допомогою чисельних методів можна вирішувати проблеми теплопередачі. Результати числового моделювання дають змогу отримати результати теплообміну в нестационарному режимі всередині печі і використати їх для кращого і ефективнішого виробництва.

Муфельні печі, джерелом енергії для яких є електричний струм, невеликі за розмірами апарати. Тим не менше, вони можуть мати різні розміри. Наприклад, компанія Core-Parmer випускає муфельні печі трьох різних модифікацій [21]: малі печі (модель 14), печі середнього розміру (модель 58) і великі печі (модель 126).

Досліджувалась муфельна піч з такими технічними характеристиками [22]. Термоізоляція печі забезпечує мінімальні втрати теплової енергії в навколишнє середовище. Тому такими втратами можна знехтувати. Термоізоляція (муфель) – це тонкостінний корпус виготовлений з керамічного матеріалу. Розглядались два варіанти: карбід кремнію (SiC); щільна вогнетривка глина S1.

Нагрівальний елемент у вигляді спіралі, виготовленої із стійкого матеріалу KANTHAL. Нагрівальний елемент (спіраль) розміщується на бічних стінках та на стелі. Між нагрівальними елементами і робочим простором печі розміщена термоізоляційна підкладка. Тому тепло, яке генерується нагрівальним елементом, спрямовується як у муфель, так і в навколишнє середовище.

Температура в печі вимірюється за допомогою термоелектричних датчиків температури, розміщених у робочому просторі печі. Датчики представляють собою термопари, які розміщені в керамічному захисному корпусі і з'єднані з вимірювальним пристроєм коаксіальним кабелем. Термопари з оболонкою характеризуються швидкою реакцією на зміну температури.

З точки зору математичного опису муфельні печі з електричним джерелом живлення – це об’єкти з розподіленими параметрами, динамічні властивості яких описуються системою диференціальних рівнянь з розподіленими параметрами.

Для спрощення математичного моделювання без помітної втрати точності, автор роботи [22] умовно розбив піч на 14 зон. Кожна із цих зон розглядається як деякий об’єкт із зосередженими параметрами.

При цьому були зроблені такі допущення [22].

- Муфельна піч обладнана масивною теплоізоляцією, яка здатна накопичувати велику кількість тепла. Це означає, що піч, з термічної точки зору, мало чутлива до змін, що відбуваються в процесі технологічних операції, такі як завантаження холодного садка або його видалення із печі. Розігрівання печі до робочої температури або її охолодження (після відключення від джерела живлення) займає тривалий час і під час такого періоду масивна оболонка приймає або випромінює накопичене тепло.

- Система пічного опалення для термічної обробки садків забезпечує широкий діапазон регулювання, що забезпечує досягнення бажаного температурного режиму.

Вхідною величиною муфельної печі, як об’єкта моделювання, є потужність, яку генерує електрична спіраль (зазвичай, це електричний струм). Виходами моделі можуть бути [22]: температура повітря у печі; температура корпусу датчика; температура зовнішньої поверхні течі; тепловий потік у зовнішнє середовище.

Муфельна піч була розділена на 14 зон таким способом [22]: теплоізоляційна оболонка розділена на чотири зони; задня стінка печі та її двері – на п’ять зон; газоподібний вміст печі вважається однією теплоємністю, маса якої і питома теплоємність є функціями температури; датчик температури розглядається як одна теплоємність; інші три зони характеризують взаємодію муфельної печі з навколишнім середовищем.

Кожна із виділених зон (шарів) характеризується своїми фізичними величинами. Частина з них (маси, площі обміну, товщини шарів) є постійними у всьому робочому температурному діапазоні. Значення інших фізичних параметрів (коефіцієнти теплопровідності, питома теплоємність, коефіцієнти теплопередачі, маси топкового повітря) можуть змінюватися в межах робочого діапазону температур. Така варіативність параметрів була врахована в моделі.

В результаті різних температур виконується теплообмін між окремими тепловими ємностями. Теплообмін між зонами, на які розбита тверда частина печі, відбувається за допомогою конвекції та випромінювання. Тепловий потік зовнішнього обміну є сумою конвекційних потоків тепла між поверхнею та її газоподібним середовищем. Термопару з тонкою оболонкою можна вважати термічним тонким тілом, що має по всьому об'ємі однакову температуру. Тепло поширюється в термопарі через конвекцію газу в печі та через випромінювання з поверхонь – муфельна поверхня, внутрішня поверхня дверцят і задня частина печі (стіна).

Кожна зона, на які розбита муфельна піч, розглядається як об'єкт з зосередженими параметрами і його динамічні властивості впливають із закону збереження кількості тепла, який для i – тої зони, яка взаємодіє з j – зоною має такий вигляд:

$$c_i M_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{k=1}^n q_{ij}^{(k)}, \quad k \in \{1, 2, \dots, n\},$$

де c_i , M_i , T_i – питома теплоємність, маса і температура i – тої зони.

Теплові потоки $q_{ij}^{(k)}$ беруться зі знаком «плюс», якщо вони направлені у відповідну зону і зі знаком «мінус», коли її покидають.

Теплові потоки $q_{ij}^{(k)}$ є функціями [22] площ зон, через які відбувається теплообмін; залежать від різниці температур i – ої та j – ої зон, коефіцієнта теплопровідності, коефіцієнта конвекції, випромінювальної здатності між

i –тою та j –тою поверхнями, кутового коефіцієнта радіації від i –тої до j –тої поверхні.

Перераховані теплофізичні величини, у загальному випадку, є функціями температури, які визначають із емпіричних залежностей.

Математична модель муфельної печі, яка отримана в роботі [22], має у своєму складі 14 диференціальних рівнянь першого порядку, які описують температуру муфельної печі у вибраних точках.

Для перевірки адекватності математичної моделі муфельної печі, яка отримана в роботі [22], автором роботи [23] проведені експериментальні дослідження. Для цього були вибрані дві печі (модель 1 і модель 2).

Модель 1 [23] – представляла собою муфельну піч, корпус якої виготовлений із сталевого листа товщиною 2,5 мм. В середині корпусу печі знаходиться вогнетривкий глиняний муфель зі спіральним нагрівальним елементом. Муфель всередині печі покритий керамічним матеріалом. Нагрівальний елемент виготовлений з резистивного дроту KANTHAL A1.

Модель 1 (муфельна піч) мала такі технічні параметри [23]: номінальна потужність 3,6кВт; номінальна напруга 1×220В; номінальна температура 1100°C; опір нагрівального елемента при 20°C 13,2Ом; матеріал нагрівального елемента KANTHAL A1; діаметр дроту 2,0мм; питоме поверхнєве навантаження 2,0Вт/см².

Розміри робочого простору печі: ширина 180мм; висота 120мм; довжина 400мм.

Зовнішні розміри печі: ширина 520мм; висота 722мм; довжина 830мм. Маса печі 150кг.

Модель 2 [23] – всередині корпусу печі знаходиться муфель, виготовлений з SiC. Нагрівальний елемент змійовик з резистивного дроту KANTHAL A1. Теплоізоляція печі виконана з волокнистих матеріалів з високою теплоізоляційною здатністю і низькою енергією накопичення.

Технічні параметри печі [23]: номінальна потужність 2,2кВт; номінальна напруга 1×230В; номінальна температура 1100°C; опір нагрівального елемента при 20°C 24,6Ом; матеріал нагрівального елемента KANTHAL A1; діаметр дроту 1,4мм; питоме поверхнєве навантаження 1,925Вт/см².

Розміри робочого простору печі [23]: ширина 170мм; висота 95мм; довжина 320мм.

Зовнішні розміри печі [23]: ширина 400мм; висота 600мм; довжина 530мм.

Маса печі 27кг.

Під час досліду піч підключалась до джерела живлення з напругою 220В. Вимірювались такі величини [23]: температура термопари всередині печі; температура термопари, приєднаної до зовнішньої частини поверхні печі; електрична напруга на клеммах нагрівального елемента; електричний струм, що протікає через нагрівальний елемент.

За результатами експериментальних досліджень автором роботи [23] зроблений висновок, що порівняння змін температур, виміряних в реальній печі, з розрахунковими, які отримані як результат моделювання з використанням математичних моделей, забезпечує задовільну збіжність розрахункових і експериментальних даних. Таким чином, автор роботи [23] робить висновок, що розроблена в роботі [22], математична модель нагріву та охолодження електричної муфельної печі імітує на хорошому рівні процеси, які протікають у реальних термічних печах.

Муфельна піч невеликих розмірів може розглядатись як об'єкт зі зосередженими параметрами. У такому випадку її динамічні властивості у термінах «вхід (потужність) – вихід (температура)» мають властивість (у першому наближенні) аперіодичної ланки першого прядку [24].

Для підвищення точності математичного опису муфельної печі, вона була розбита на ряд елементів, а саме [24]: нагрівач з передавальною функцією

$$W_h(s) = \frac{k_h}{T_h s + 1},$$

футеровка, яка описана передавальною функцією інерційної ланки першого порядку

$$W_l(s) = \frac{k_l}{T_l s + 1},$$

тигель з металом також поданий як інерційна ланка першого порядку

$$W_{cr}(s) = \frac{k_{cr}}{T_{cr} s + 1}.$$

Повітряні проміжки між нагрівачем, футеровкою і тиглем також враховані в моделі і мають вигляд інерційних ланок першого порядку [24]

$$W_{ah}(s) = \frac{k_{ah}}{T_{ah} s + 1}, \quad W_{al}(s) = \frac{k_{al}}{T_{al} s + 1}.$$

Із використанням результатів роботи [24], створена структурна схема муфельної печі, яка зображена на рисунку 1.3.

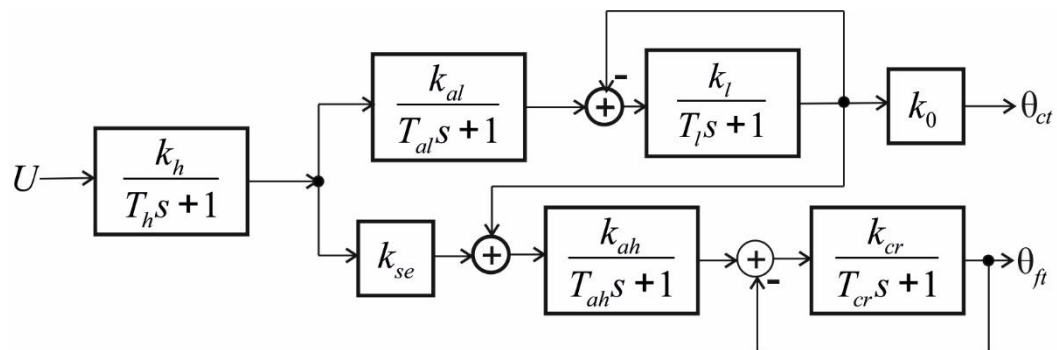


Рисунок 1.3 – Структурна схема муфельної печі як об'єкта автоматичного керування

Аналіз структурної схеми показує, що є два виходи: θ_{ct} – температура кожуха печі; θ_{ft} – температура всередині печі. Крім того існують від'ємні зворотні зв'язки, які охоплюють ланки футеровки і тигля. Наявність внутрішнього перехресного зв'язку між двома каналами передачі ускладнює процес керування температурним режимом муфельної печі.

Структурна схема, яка зображена на рисунку 1.3, дала змогу синтезувати автору роботи [24] автоматичну систему керування температурним режимом муфельної печі.

1.3 Аналіз систем автоматичного керування температурними режимами печей для виготовлення малогабаритних деталей

Муфельні печі апарати періодичної дії. Цикл роботи муфельної печі включає в себе три етапи (рис. 1.4): нагрівання, робочий режим і охолодження.

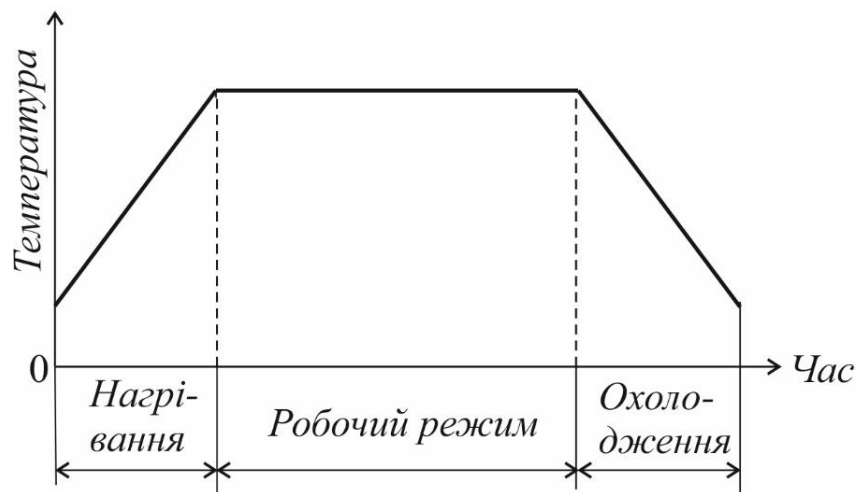


Рисунок 1.4 – Цикл роботи муфельної печі

На першому етапі відбувається нагрів муфельної печі до заданої температури. Існують певні обмеження на швидкість нагріву печі, від якої залежить термін служби нагрівальних елементів. Оптимальною швидкістю вважається швидкість нагріву $5^{\circ}\text{C}/\text{хв.}$, а гранично допустимою – $10^{\circ}\text{C}/\text{хв.}$

Робочий режим муфельної печі є основним етапом і його тривалість залежить від продукту, на який орієнтована термічна піч. Наприклад, при виплавці чавуну в доменній печі, робочий цикл триває 8 год. [25], а в печах для випалювання електродів [26] тривалість робочого циклу може тривати до 480 год.

Після завершення робочого циклу настає етап охолодження муфельної печі до заданої температури.

Основною задачею системи автоматичного керування роботою муфельної печі є вивід температурного режиму на заданий рівень і підтримування його на визначеному рівні при реалізації робочого етапу.

При виводі муфельної печі на температурний режим, внаслідок значної інерційності муфеля, існує небезпека переверщення допустимого температурного режиму печі, а це може привести до виходу із ладу всієї конструкції печі.

Найпростішою системою автоматичного керування температурним режимом муфельної печі є двопозиційна система регулювання [24], функціональна схема якої зображена на рисунку 1.5.

Нагрівальний елемент (НЕ) підключений до джерела живлення через реле, яке мікроконтролером типу ATmega328 (плата Arduino Uno). Система (рис. 1.5) працює за алгоритмом «включено-виключено».

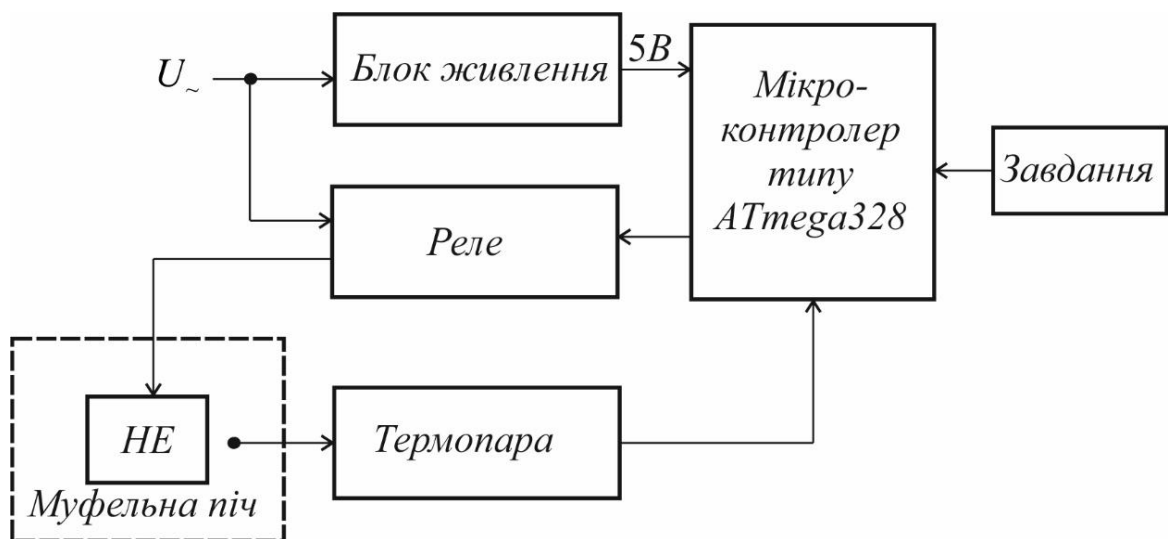


Рисунок 1.5 – Структурна схема релейної системи керування температурним режимом муфельної печі

Після встановлення необхідного значення температури, мікропроцесор порівнює задану температуру з фактичною, яка вимірюється термопарою. Реле включає джерело живлення, коли фактична температура менша за задану і відключає його в протилежному випадку.

Перевага такої релейної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі – її простота і надійність.

Оскільки система автоматичного керування має у своєму складі релейний елемент, то після закінчення перехідного процесу у такій системі встановлюються автоколивання [27], що може негативно впливати на технологічний процес у муфельній печі.

Як приклад, на рисунку 1.6 наведений графік [24] зміни температури у муфельній печі (зелена лінія) та зміна величини неузгодженості (коричнева лінія).

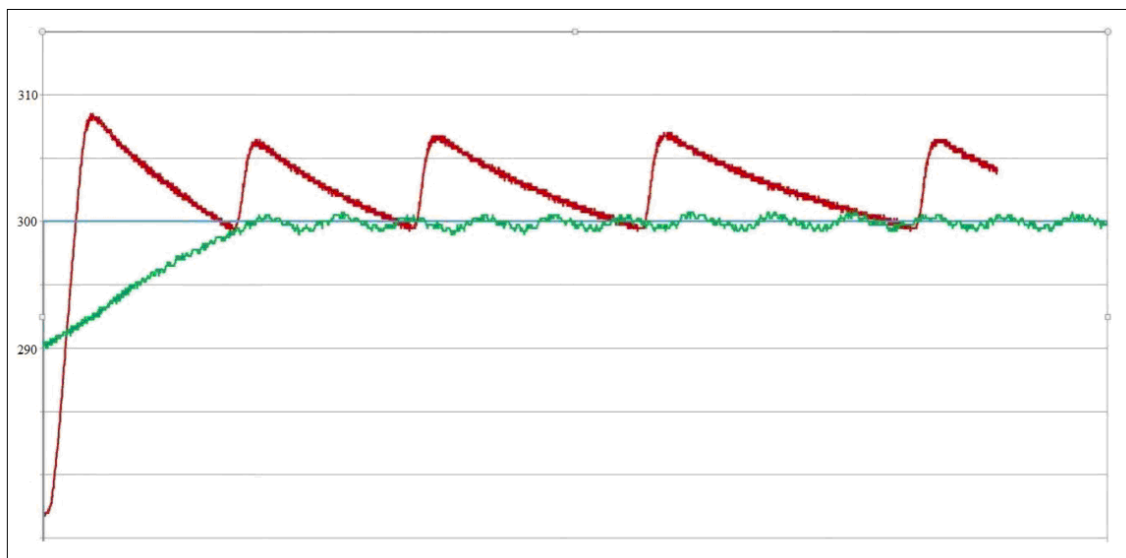


Рисунок 1.6 – Зміна температури у муфельній печі при релейному керуванні

Вказаного недоліку не мають системи керування, які синтезують за принципом від'ємного зворотного зв'язку.

Сучасні системи автоматичного керування температурним режимом у муфельній печі будують на основі контролера, який реалізує ПІ- або ПІД-алгоритми керування. Наприклад [21], муфельні печі фірми Cole-Parmer доступні у трьох модифікаціях: малий (модель 14), середній (модель 58) і великий (модель 126). Усі моделі забезпечують ПІД-регулювання температури мікропроцесором при робочих температурах від 50 до 1125°C (рис. 1.7 [21]).

Ці печі мають різноманітні функції безпеки. При відкритті дверцят топки автоматично відключається живлення нагрівальних елементів камери. Потужність нагрівача також вимикається, коли температура в камері перевищує задану температуру на 25°C або більше.

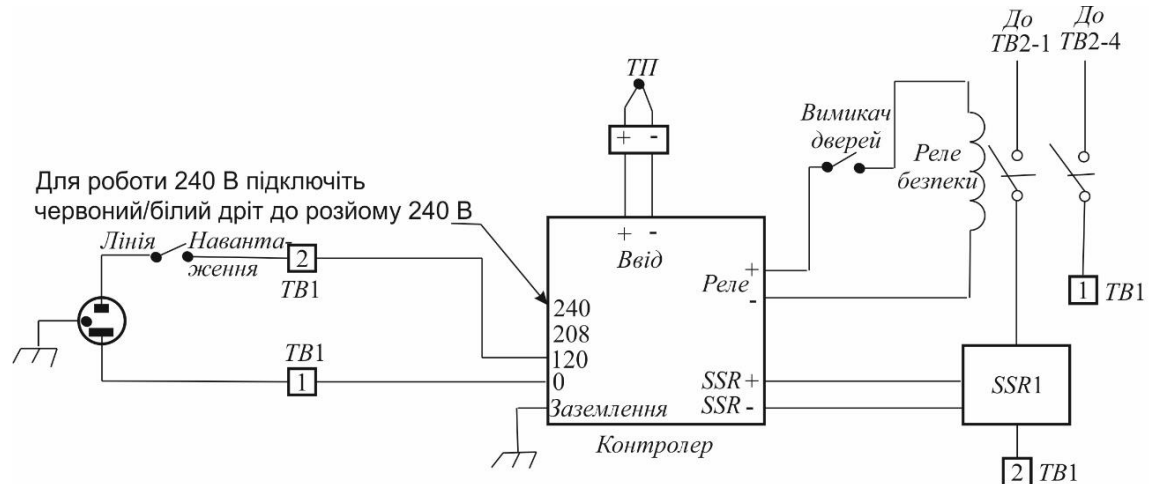


Рисунок 1.7 – Функціональна схема системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі (фірма Cole-Parmer)

Мікропроцесор системи дозволяє користувачеві налаштувати програму нагрівання до 24 кроків нагрівання та замочування. Модель 750 може зберігати 4 програми по 24 кроки, тоді як модель 650 може зберігати одну програму з 24 кроків.

Для запобігання перегріву печі при виході на робочий режим, сучасні системи автоматичного керування температурою в муфельній печі мають у контурі керування елемент, який виконує функції відсікання струму [24]. Функціональна схема такої системи зображена на рисунку 1.8.

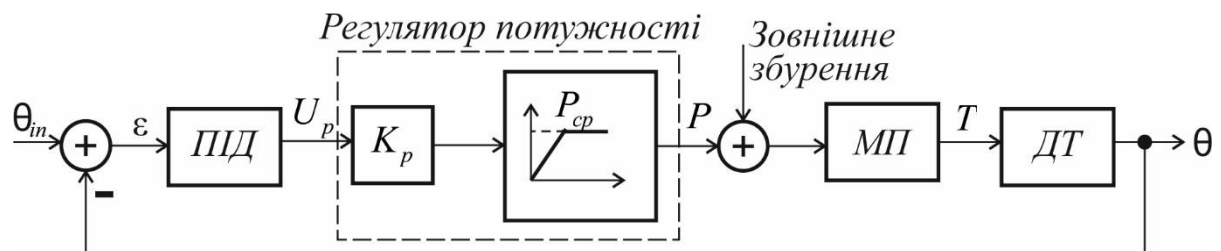


Рисунок 1.8 – Функціональна схема системи автоматичного керування температурним режимом у муфельній печі з обмежувачем потужності

Вона включає – ПІД-регулятор, обмежувач потужності (струму) об'єкт керування (муфельна піч) та датчик температури. Наявність від'ємного зворотного зв'язку забезпечує підтримання температури у муфельній печі на заданому значенні θ_{in} .

Оскільки обмежувач потужності (струму) є нелінійним елементом, то система автоматичного керування, яка зображена на рисунку 1.8, є також нелінійною системою, що створює певні труднощі при дослідженні динамічних властивостей таких систем з метою оцінки якості процесу керування.

Слід відмітити, що муфельні печі інших виробників (Presto, [28]; Термопресмаш, Україна, [29]; Memmert, Німеччина, [30] та ін.) обладнані одноконтурними системами автоматичного керування температурними режимами в муфельних печах.

Останнім часом увагу дослідників привертають увагу нові методи синтезу систем керування температурними режимами в муфельних печах, заснованих на ідеях штучного інтелекту.

Так, у роботі [31] синтезована система автоматичного керування температурним режимом у муфельній печі з Fuzzy-регулятором та дослідженні її властивості в середовищі MatLab/Simulink.

Автори вважають [31], що результати моделювання показують надійність розробленого контролера Fuzzy-PD. Невелике перерегулювання, швидка відповідь і висока точність показує хорошу продуктивність розробленого контролера, що робить його придатним для чутливих біологічних досліджень.

На теперішній час нечітке регулювання знаходиться на стадії теоретичних розробок і поки що не знайшло широкого застосування для автоматичного керування технологічними процесами, зокрема, тепловими. У переважній більшості для автоматичного керування тепловими процесами застосовують класичні ПІ- та ПІД-алгоритми керування, що пояснюється високими їх експлуатаційними якостями.

1.4 Вибір і обґрунтування напрямку досліджень

Муфельні печі знаходять широке застосування як для лабораторних досліджень, так і в промислових умовах. У муфельних печах зразки нагрівають до екстремальних температур, зберігаючи при цьому однорідні температурні умови.

Підтримання необхідного температурного режиму в муфельних печах здійснюється за допомогою систем автоматичного керування. Для синтезу ефективних систем автоматичного керування необхідно створити адекватні математичні моделі в термінах «вхід-вихід».

Аналіз літературних джерел показав, що муфельні печі є об'єктами з розподіленими параметрами і для їх математичного опису використовують диференціальні рівняння в часткових похідних. Отримані в такий спосіб моделі є досить складними і для їх спрощення розглядають поведінку об'єкта в стаціонарному режимі. Навіть таке спрощення моделей не дає можливості їх розв'язання аналітичним способом. Тому застосовують числові методи. У результаті отримують значення температур у вибраних точках об'єму муфельної печі. Результати такого моделювання застосовують для вирішення технологічних задач, зокрема, для конструювання муфельних печей.

Для отримання математичних моделей придатних для синтезу систем автоматичного керування муфельну піч, як об'єкт автоматичного керування, розбивають на певне число зон, динамічні властивості кожної із яких описуються звичайними диференціальними рівняннями. Результатом такого підходу є система нелінійних диференціальних рівнянь. Лінеаризація таких рівнянь дає змогу отримати передавальні функції окремих елементів муфельної печі і на цій основі створити структурну схему системи автоматичного керування, яка є одноконтурною.

У тому випадку коли муфельна піч оснащена двома тенами, які підключені до двох незалежних джерел живлення задача моделювання такого

об'єкта значно ускладнюється через наявність перехресних каналів передачі температур.

Тому наукова задача експериментального дослідження динамічних властивостей муфельної печі з двома незалежними джерелами живлення і на цій основі створення високоефективної системи автоматичного керування температурним режимом у муфельній печі є актуальною та перспективним напрямком досліджень в області керування об'єктами з внутрішніми перехресними зв'язками.

РОЗДІЛ 2

СИНТЕЗ ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМУ МУФЕЛЬНОЇ ПЕЧІ

2.1 Муфельна піч як об'єкт автоматичного керування

Муфельні печі застосовують для нагріву невеликих за розміром різноманітних виробів до заданої температури. Конструктивною особливістю муфельних печей є наявність муфеля [2], який виготовляється з термостійкого матеріалу і розмежовує робочий простір печі та зразок, що нагрівається (рис. 2.1).

Сучасні муфельні печі – універсальні нагрівальні пристрої, які використовують як для лабораторних досліджень, так і для нагрівання невеликих виробів [73].

Для забезпечення герметичності муфельних печей їх дверці виготовляють із сталі і утеплюють термоізоляцією. Матеріали термоізоляції повинні витримувати високі температури в діапазоні від 100°C до 2000°C, тому муфель виготовляють з термостійких матеріалів таких як перліт, корунд, волокно або кераміка.

Муфельна піч агрегат - періодичної дії. Процеси нагріву в муфельній печі протікають в три стадії – нагрів печі до певної температури, робочий режим і охолодження. Перші дві стадії повинні виконуватись в автоматичному режимі і забезпечувати необхідну точність підтримування температури при реалізації другої стадії [73]. Для успішного виконання поставленої задачі необхідно мати математичну модель муфельної печі як об'єкта автоматичного керування.

Якість процесів, які протікають у муфельній печі значною мірою залежить від температурного режиму.

Підтримання необхідного температурного режиму здійснюється засобами автоматизації, якісні показники якої залежать від адекватних математичних моделей, що характеризують динамічні властивості муфельних печей.

Традиційно, динамічні властивості муфельної печі описують [32, 33] аперіодичною ланкою першого порядку.

Підвищення вимог до якості і точності регулювання температури в муфельній печі, особливо в складних і прецизійних технологічних процесах, спонукає до необхідності створення адекватніших математичних моделей.

Автори роботи [34] динаміку роботи муфельної печі описують системою із двох нелінійних диференціальних рівнянь, які вміщують ряд параметрів, таких як товщина шамоту, площа поверхні печі, коефіцієнт теплопередачі азбестової вати, які можна визначити лише з певним наближенням, що знижує цінність такої моделі для аналізу і синтезу автоматичних систем керування температурним режимом муфельної печі.

У роботі [9] електрична піч опору розглядається як об'єкт з розподіленими параметрами. Отримана математична модель є нелінійною і крім того вона не вміщує у явному вигляді вхідну величину як керуючу дію, що робить її малоприматною для синтезу системи керування.

Слід відмітити, що в роботах [9, 35] математичні моделі використовують для розрахунку технологічних параметрів муфельних печей та відпрацювання технологічних регламентів.

Отже, запропоновані різними авторами математичні моделі температурних режимів муфельних печей мають обмежене застосування, оскільки вони є наближеними або вміщують параметри, для визначення яких необхідно привести трудомісткі і вартісні експерименти.

Інший шлях отримання математичних моделей придатних для синтезу автоматичних систем керування температурним режимом муфельних печей проведення експериментальних досліджень з метою отримання кривих розгону.

Таким чином, у другому розділі розв'язана задача побудови емпіричних математичних моделей муфельної печі на основі експериментальних

досліджень і розроблене алгоритмічне і програмне забезпечення задачі параметричної ідентифікації муфельної печі, як об'єкта автоматичного керування.

2.2 Методика проведення експериментальних досліджень та їх результати

Об'єктом експериментального дослідження була високотемпературна муфельна піч [41] (рис. 2.1). Для проведення експериментальних досліджень використана високотемпературна (до 1360°C) муфельна піч шахтного типу виробництва компанії Бортек (Україна).

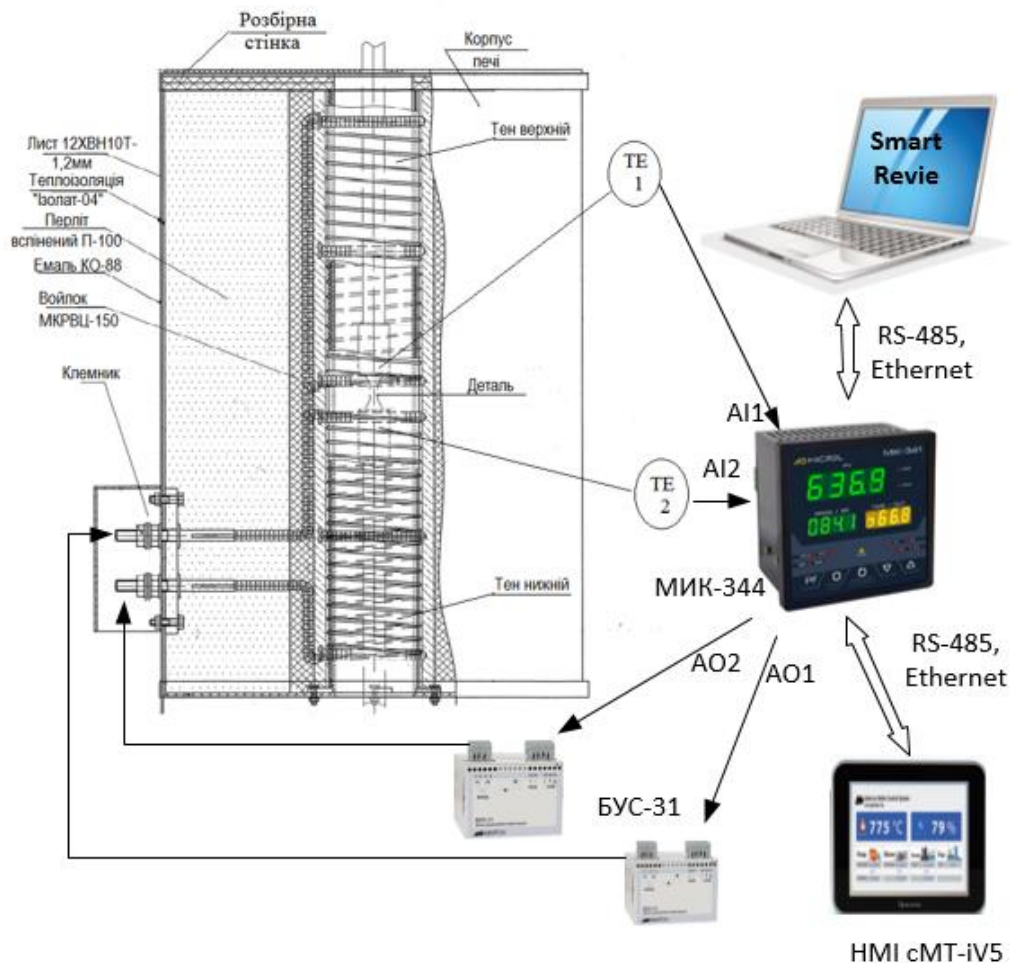


Рисунок 2.1 – Функціональна схема об'єкта з системою контролю та регулювання

Нагрівання печі здійснювалось за допомогою двох електричних тенів – нижнього і верхнього. Для вимірювання температури використовувались дві термопари – типу ТХА. «Верхня» (ТЕ1) термопара вимірювала температуру верхнього краю взірця, а «нижня» (ТЕ2) – температуру нижнього краю виробу.

На початку експериментального дослідження муфельна піч була охолоджена до температури $27,75^{\circ}\text{C}$.

Після чого був відключений верхній тен. Потужність нижнього тону була збільшена на 40 відсотків.

На рисунку 2.2 показана схема проведення експериментального дослідження муфельної печі з відключеним верхнім теном.

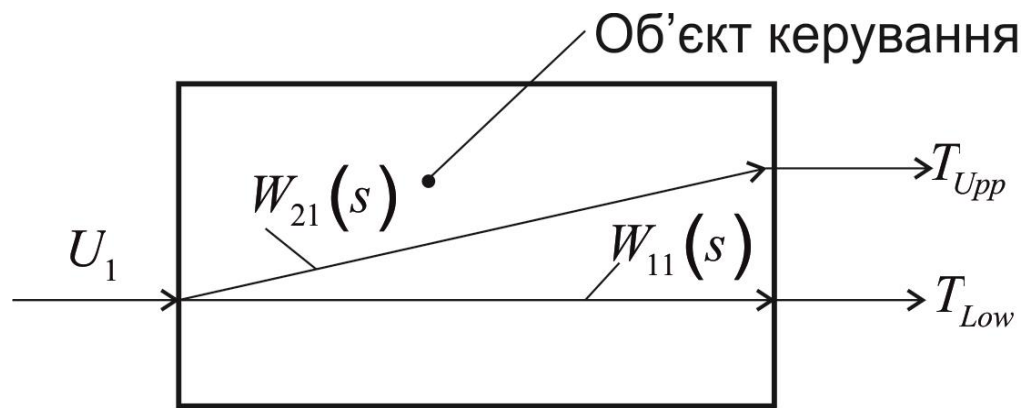


Рисунок 2.2 – Схема проведення експериментального дослідження муфельної печі (нижній тен)

На рисунку 2.2 прийняті такі позначення: U_1 – керуюча дія (вхідна величина); T_{Upp} – температура, яку фіксував «верхній» датчик; T_{Low} – температура, виміряна «нижнім» датчиком.

Аналогічна схема проведення експериментальних досліджень муфельної печі була вибрана і для верхнього тону (рис. 2.3).

Після проведення експериментального дослідження при відключеному нижньому теному муфельна піч була охолоджена до температури 25°C . Потім був включений верхній тен при цьому потужність верхнього тону була збільшена

на 40%. На рисунку 2.3: U_2 – керуюча дія (вхідна величина), а T_{Upp} і T_{Low} – вихідні величини.

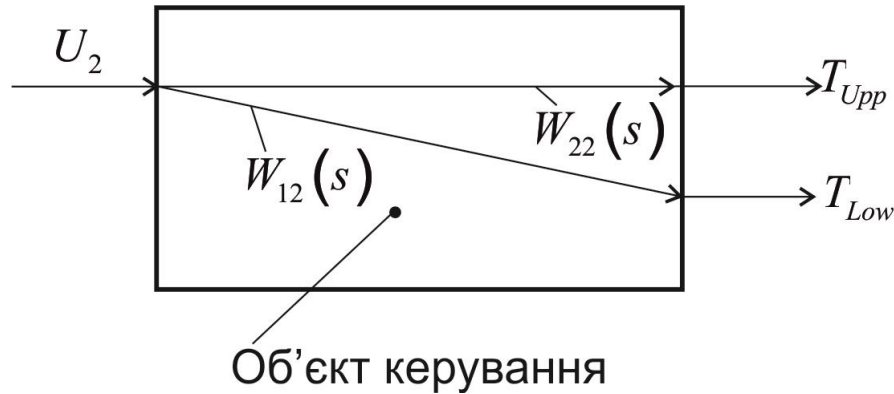


Рисунок 2.3 – Схема проведення експериментального дослідження муфельної печі (верхній тен)

Результати вимірювань температур T_{Upp} і T_{Low} фіксувались за допомогою експериментального двоканального програмного регулятора температури МІК-344 (виробництва ТОВ «Мікрол») [41]. Похибка вимірювання температури для діапазону температур 0-1300°C не гірше 0,02°C (АЦП-16 розрядів). Регулятор переводили в ручний режим і з його передньої панелі чи з панелі оператора НМІ стрибкоподібно змінювали потужність нагріву відповідного тону через симісторний підсилювач БУС-31 з число-імпульсним керуванням. Архівування трендів температур можна реалізувати як в НМІ, так і комп'ютері через інтерфейс RS485/Ethernet [41]. Оскільки програма SmartReview (продукт ТОВ «Мікрол») встановлена на комп'ютері надає кращий сервіс для архівування і оброблення масивів, то з її допомогою сформовані *xlsx* – файли в програмному середовищі Excel, які потім оброблялись у програмному продукті Matlab [41].

Результати експериментального дослідження динамічних властивостей муфельної печі при відключеному верхньому тені відображені у таблиці (додаток А.1).

У таблиці (додаток А.1) у двох останніх стовбцях занесені значення температур $T_{Low}, ^\circ\text{C}$ і $T_{Upp}, ^\circ\text{C}$, які відраховані від своїх початкових значень

$$T_{Low}^{(0)} = T_{Upp}^{(0)} = 27,75^\circ\text{C}, \text{ тобто } T_{Low} = T_{Low}^{(a)} - T_{Low}^{(0)} \text{ і } T_{Upp} = T_{Upp}^{(a)} - T_{Upp}^{(0)}.$$

Таблиця (додаток А.2) вміщує експериментальні дані при включеному верхньому тені за умови, що відключений нижній тен.

У таблиці (додаток А.2) прийняті такі ж позначення, що й у таблиці (додаток А.1). Результати експериментальних досліджень динамічних властивостей муфельної печі як об'єкта керування відтворено на рисунках 2.4 і 2.5.

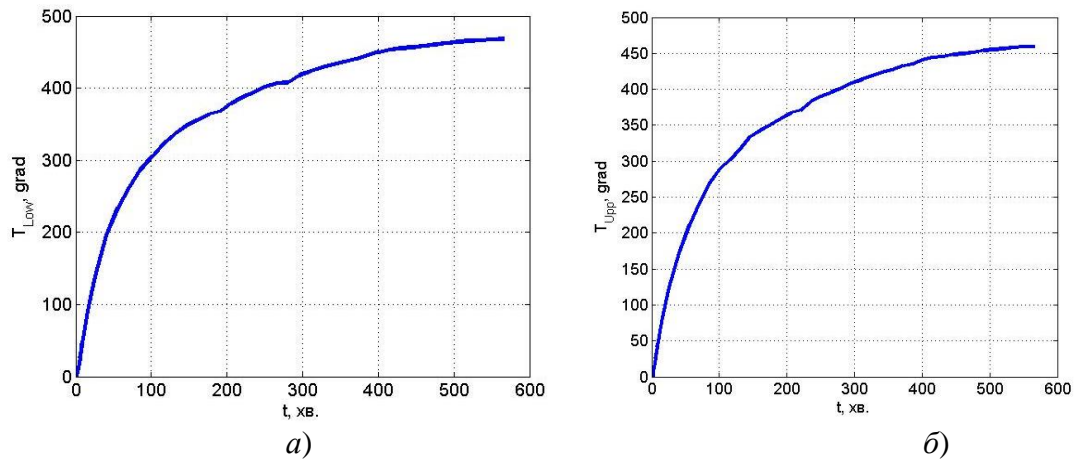


Рисунок 2.4 – Зміна у часі температур нижнього (а) і верхнього (б) країв взірця (при відключеному верхньому теніві)

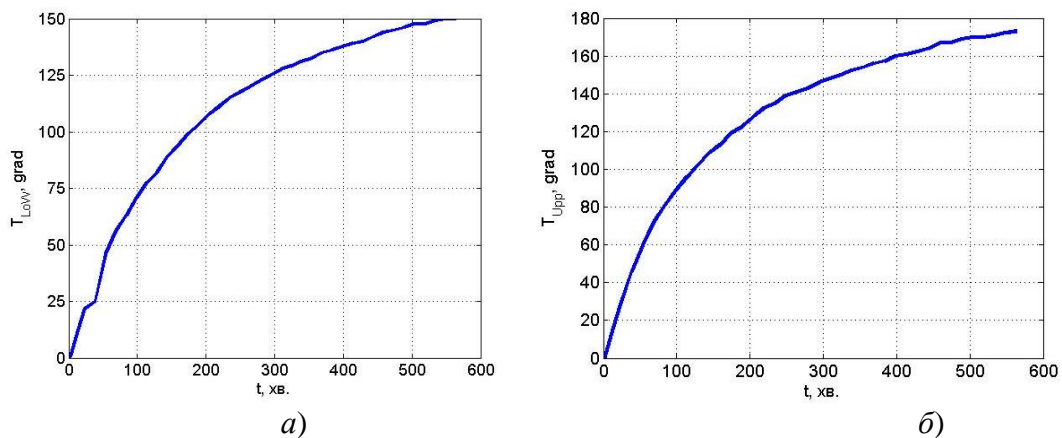


Рисунок 2.5 – Зміна в часі температур нижнього (а) і верхнього (б) країв взірця (при відключеному нижньому теніві)

Аналіз отриманих результатів показує, що криві розгону за всіма чотирма каналами передачі типу «вхід-вихід» мають аперіодичний характер і володіють властивістю самовирівнювання.

2.3 Синтез емпіричної моделі температурного режиму муфельної печі

Із аналізу експериментальних даних випливає, що муфельна піч як об'єкт автоматичного керування є багатовимірним об'єктом і має чотири канали передачі сигналів: входи U_1 та U_2 (симісторні регулятори потужності) – виходи виходи T_{Upp} і T_{Low} (рис. 2.6).

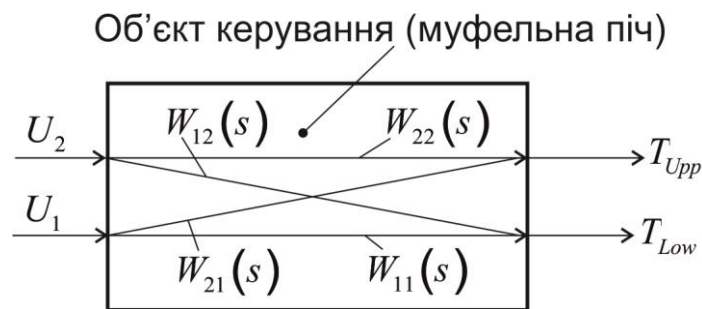


Рисунок 2.6 – Структурна схема муфельної печі як об'єкта автоматичного керування

Перехідні характеристики муфельної печі по чотирьом каналам передачі сигналів «вхід-вихід» мають аперіодичний характер і в загальному випадку можуть бути описані такими передавальними функціями [36]:

$$W(s) = \frac{\sum_{j=0}^m B_j s^j}{\sum_{i=0}^n A_i s^i}, \quad (2.1)$$

де $A_i, i = \overline{0, n}$, $B_j, j = \overline{0, m}$ постійні величини – параметри передавальної функції (2.1).

Для реальних об'єктів завжди виконується $m < n$.

Математичну модель (2.1) перетворимо до такого вигляду:

$$W(s) = \frac{B_0 \left(1 + \frac{B_1}{B_0} s + \frac{B_2}{B_0} s^2 + \dots + \frac{B_{m-1}}{B_0} s^{m-1} + \frac{B_m}{B_0} s^m \right)}{A_0 \left(1 + \frac{A_1}{A_0} s + \frac{A_2}{A_0} s^2 + \dots + \frac{A_{n-1}}{A_0} s^{n-1} + \frac{A_n}{A_0} s^n \right)},$$

Уведемо такі позначення: $k = \frac{B_0}{A_0}$; $b_j = \frac{B_j}{B_0}$, $j = \overline{1, m}$; $a_i = \frac{A_i}{A_0}$, $i = \overline{1, n}$. Тоді

$$W(s) = k \frac{1 + \sum_{j=1}^m b_j s^j}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i},$$

Останню формулу запишемо у такому вигляді:

$$w(s) = \frac{1 + \sum_{j=1}^m b_j s^j}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i}, \quad (2.2)$$

де $w(s) = \frac{W(s)}{k}$ – нормована передавальна функція; $k = \frac{B_0}{A_0}$ – коефіцієнт передачі

об'єкта; a_i , $i = \overline{1, n}$, b_j , $j = \overline{1, m}$ параметри нормованої передавальної функції.

Поставимо задачу: за результатами експериментальних досліджень динамічних властивостей муфельної печі визначити структуру і параметри нормованої передавальної функції (2.2).

Розв'язок сформованої задачі розіб'ємо на два етапи. На першому етапі виберемо структуру передавальної функції (2.2). Такий вибір здійснюється шляхом завдання значень степенів поліномів чисельника m і знаменника n .

Критерієм відбору структури нормованої передавальної функції (2.2) буде служити сума різниць квадратів відхилень розрахункових значень $y(t)$ від відповідних експериментальних значень $y_{ex}(t)$, тобто

$$Er = \sum_{k=1}^N (y(t_k) - y_{ex,k})^2, \quad (2.3)$$

де N – кількість спостережень в експериментальному дослідженні.

Для надання алгоритму визначення структури нормованої передавальної функції (2.2) універсального характеру, функцію $y(t)$ будемо обчислювати числовим методом.

Нормованій передавальній функції відповідає таке диференціальне рівняння:

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^n b_j \frac{d^j u(t)}{dt^j}. \quad (2.4)$$

Допускається, що порядки похідних у правій і лівій частинах диференціального рівняння (2.4) рівні. Якщо це не так, то коефіцієнти b_j , $j = \overline{m+1, n}$ рівняння (2.4) слід прирівняти до нуля. Тоді рівняння (2.4) можна подати як систему диференціальних рівнянь [7, 8], кожне із яких є диференціальним рівнянням першого порядку. Отже,

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= x_{i+1} + \beta_i u, \quad i = \overline{1, n-1}, \\ \frac{dx_n}{dt} &= -\frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^n a_{j-1} x_j + \beta_n u, \\ y &= x_1 + \beta_0 u. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Невідомі значення β_i , $i = \overline{1, n-1}$ обчислювались як розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь [8],

$$\sum_{j=i}^n a_j \beta_{j-i} = b_i, \quad i = \overline{0, n}. \quad (2.6)$$

Систему рівнянь (2.6) запишемо у матрично-векторній формі [41]:

$$A\bar{\beta} = \bar{b}, \quad (2.7)$$

$$\text{де } A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n & 0 \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1} & a_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Оскільки матриця A – верхня трикутна, то розв’язок системи рівнянь (2.5) можна знайти методом зворотної прогонки, або як розв’язок векторно-матричного рівняння (2.7): $\bar{\beta} = A^{-1}\bar{b}$.

Систему рівнянь (2.5) можна також подати як матрично-векторне рівняння [41]:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A_r \bar{x} + \bar{\beta}_r u, \quad (2.8)$$

$$y = \bar{c}^T \bar{x} + \beta_0 u,$$

$$\text{де } A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \cdots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \\ \frac{a_0}{a_n} & \frac{a_1}{a_n} & \frac{a_2}{a_n} & \cdots & \frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix}, \quad \bar{\beta}_r = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \cdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Рівняння (2.8) будемо розв’язувати методом Рунге-Кутта [8] четвертого порядку, який адаптований до матрично-векторного рівняння (2.8) і ґрунтується на такій ітераційній процедурі:

$$\bar{f}_1^{(k)} = \bar{f}(\bar{x}_k, u_k),$$

$$\bar{f}_2^{(k)} = \bar{f}\left(\bar{x}_k + \frac{h}{2} \bar{f}_1^{(k)}, u_k\right),$$

$$\bar{f}_3^{(k)} = \bar{f}\left(\bar{x}_k + \frac{h}{2} \bar{f}_2^{(k)}, u_k\right),$$

$$\bar{f}_4^{(k)} = \bar{f}\left(\bar{x}_k + h \bar{f}_3^{(k)}, u_k\right),$$

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + \frac{h}{6} \left(\bar{f}_1^{(k)} + 2\bar{f}_2^{(k)} + 2\bar{f}_3^{(k)} + \bar{f}_4^{(k)} \right),$$

$$y_k = x_1^{(k)} + \beta_0 u_k,$$

де $\bar{f}(\bar{x}_k, u_k) = A_r \bar{x}_k + \bar{\beta}_r u_k$, $u_1 = u_2 = \cdots = u_k = \cdots = \text{const}$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Після того як вибрана структура передавальної функції (2.2), на другому етапі розв’язування поставленої задачі, за результатами експериментального

дослідження динаміки муфельної печі, необхідно визначити параметри передавальної функції (2.2). Для цього скористаємося методом площ [9, 10].

Із аналізу рисунків 2.4 і 2.5 випливає, що муфельна піч, як об'єкт керування, володіє властивістю самовирівнювання. У відповідності з формулою (2.2) нормована перехідна характеристика за кожним каналом передачі сигналу «вхід-вихід» буде визначатись реакцією на одиничне стрибкоподібне збурення, тобто

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{w(s)}{s} \right].$$

Для кінцевого моменту часу буде справедливе таке співвідношення:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s).$$

Оскільки $H(s) = \frac{w(s)}{s}$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = w(0) = 1$.

Перехідну характеристику, для якої має місце співвідношення $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 1$, називають нормованою перехідною характеристикою.

Оскільки в результаті експериментального дослідження отримані криві розгону, вихідні координати яких мають розмірність одиниць температури, то для отримання нормованих розгінних характеристик необхідно їх привести до безрозмірного вигляду. Тоді

$$\tilde{h}(t) = \frac{Y(t)}{Y_N},$$

де Y_N – остання ордината у числовому ряді експериментальних значень температур на виході муфельної печі.

Очевидно, що $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{h}(t) = 1$.

Таким чином, параметри передавальної функції (2.2), якій відповідає нормована розгінна характеристика $\tilde{h}(t)$, будемо визначати на основі інформації, яку вміщує крива $\tilde{h}(t)$ як функція часу.

Метод площ ґрунтується на розкладі функції $\frac{1}{w(s)}$ в ряд Тейлора в околі точки $s = 0$. У результаті такого розкладу отримаємо нескінчений ряд, тобто

$$\frac{1}{w(s)} = 1 + F_1 s + F_2 s^2 + F_3 s^3 + \dots \quad (2.9)$$

Коефіцієнти F_i ряду (2.9) мають зміст площ k -порядку і їх значення формально можна обчислити за такою формулою [38]:

$$F_k = \underbrace{\int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t}_{k\text{-раз}} (z_k(\tau) - z(\tau)) \underbrace{d\tau d\tau \dots d\tau}_{k\text{-раз}}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

де $z_k(\tau)$ – відповідає передавальній функції $W_{z_k}(s) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^k a_i s^i}$, а $z(\tau)$ – функції

$$\frac{1}{W_z(s)} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i s^i.$$

Якщо врахувати формулу (2.2), то вираз (2.9) набуде такого вигляду:

$$\frac{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i}{1 + \sum_{j=1}^n b_j s^j} = 1 + F_1 s + F_2 s^2 + F_3 s^3 + \dots \quad (2.11)$$

В останньому виразі вирівняні порядки поліномів чисельника і знаменника при цьому коефіцієнти b_j , $j = \overline{m+1, n}$ можуть приймати значення нуль.

Вираз (2.11) запишемо у розгорнутому вигляді:

$$(1 + a_1 + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \dots + a_n s^n) = (1 + b_1 + b_2 s^2 + b_3 s^3 + \dots + b_n s^n) (1 + F_1 s + F_2 s^2 + F_3 s^3 + \dots).$$

Розкривши дужки і прирівнюючи коефіцієнти при рівних степенях, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$a_k = \sum_{i=1}^{k-1} b_i F_{k-i} + b_k + F_k, \quad k = 1, 2, \dots, N_q. \quad (2.12)$$

Невідомими у системі рівнянь (2.12) є коефіцієнти $a_i, i = \overline{1, n}$ та $b_j, j = \overline{1, m}$ нормованої передавальної функції (2.2). Для їх визначення систему рівнянь подамо у матрично-векторному вигляді [39]. Отже,

$$A_s \bar{\alpha} = \bar{F}, \quad (2.13)$$

де $N_q = m + n$

$$A_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & -F_1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & -F_2 & -F_1 & -1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & -F_{k-1} & -F_{k-2} & -F_{k-3} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & -F_{N_q-1} & -F_{N_q-2} & -F_{N_q-3} & \cdots & -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \cdots \\ F_k \\ \cdots \\ F_{N_q} \end{bmatrix}.$$

Матрицю A_s , яка має розмір $(m+n) \times (m+n)$, формують так [39]: у верхній лівій частині записують одиничну матрицю розміром $n \times n$; під нею розміщують нульову матрицю розміром $m \times n$. Частину матриці A_s , що залишилася, слід заповнювати стовбцями, починаючи з $n+1$ -го стовпця. Першим елементом $n+1$ -го стовпця буде «-1». Інші елементи $n+1$ -го стовпця будуть значення « $-F_i$ », $i = \overline{1, N_q-1}$. Наступні стовпці матриці A_s утворюють із попередніх нульовим зсувом на один елемент вниз. Елементи $m+n$ стовпця матриці A_s – нулі, крім $m+n$ -елемента. Його значення – «-1».

Значення площ $F_i, i = \overline{1, N_q}$ обчислюють [39] як розв'язок матрично-векторного рівняння

$$\Lambda \bar{F} = \bar{\mu}, \quad (2.14)$$

$$\text{де } \Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mu_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mu_2 & -\mu_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\mu_3 & -\mu_2 & -\mu_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\mu_{N-1} & -\mu_{N-2} & -\mu_{N-3} & -\mu_{N-4} & \cdots & -\mu_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ \cdots \\ F_{N_q} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \cdots \\ \mu_N \end{bmatrix}.$$

У матрично-векторному рівнянні прийняті такі позначення:

$$\mu_k = \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{\infty} (-t)^{k-1} \varphi(t) dt, k = 1, 2, \dots, \quad (2.15)$$

$$\varphi(t) = 1 - h(t), \quad (2.16)$$

де $h(t)$ – перехідна характеристика, яка відповідає передавальній функції (2.2).

Матриця Λ є нижньою діагональною матрицею розміром $N_q \times N_q$.

Функцію $\varphi(t)$ будують за результатами експериментального дослідження динаміки об'єкта. Як приклад, на рисунку 2.7 зображений графік залежності $\varphi(t)$ побудований за результатами експериментального дослідження динаміки муфельної печі за каналом передачі сигналу « $U_1 - T_{Upp}$ ».

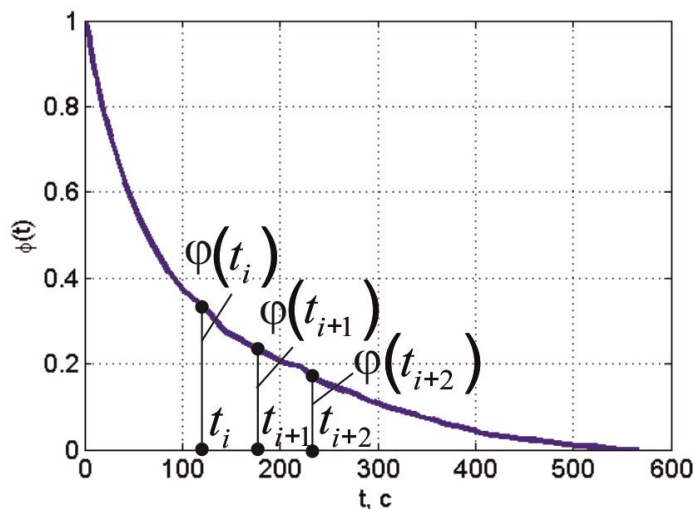


Рисунок 2.7 – Функція $\varphi(t)$ з вузлами інтерполяції

Оскільки значення функції $\varphi(t)$ відоме лише в дискретні моменти часу t_i , то інтегрування виразу у формулі (2.15) можливе лише числовим методом. Найменшу похибку інтегрування забезпечує метод Сімпсона [40], який ґрунтується на трьох точковій інтерполяції Лагранжа.

Допускаємо, що крок інтерполяції по осі абсцис нерівномірний. Тоді функція Лагранжа буде такою [8, 40]:

$$L(t) = \sum_{k=1}^{N_1} \varphi_k \frac{\prod_{i=1, i \neq k}^{N_1} (t - t_i)}{\prod_{i=1, i \neq k}^{N_1} (t_k - t_i)}, \quad (2.17)$$

де $\varphi_k = \varphi(t_k)$; N_1 – кількість точок інтерполяції.

Інтерполяційний поліном (2.17) для трьох точок (рис. 2.7) буде таким:

$$L_k^{(j)}(\tau) = \frac{y_1}{h_1(h_1 + h_2)} (\tau^2 - (\tau_2 + \tau_3)\tau + \tau_2\tau_3) - \frac{y_2}{h_1h_2} (\tau^2 - (\tau_1 + \tau_3)\tau + \tau_1\tau_3) + \\ + \frac{y_3}{h_2(h_1 + h_2)} (\tau^2 - (\tau_1 + \tau_2)\tau + \tau_1\tau_2),$$

де $\tau_1 = t_i$, $\tau_2 = t_{i+1}$, $\tau_3 = t_{i+2}$; $y_1 = (-t_i)^{k-1} \varphi(t_i)$, $y_2 = (-t_{i+1})^{k-1} \varphi(t_{i+1})$,
 $y_3 = (-t_{i+2})^{k-1} \varphi(t_{i+2})$, $k = 1, 2, \dots$; $h_1 = \tau_2 - \tau_1$, $h_2 = \tau_3 - \tau_2$, $h_1 + h_2 = \tau_3 - \tau_1$.

Запишемо окремо інтеграл, який входить до формули (2.15):

$$I_k = \int_0^{\infty} (-t)^{k-1} \varphi(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.18)$$

Очевидно, що значення інтегралу (2.18) буде дорівнювати сумі площ, кожна із яких обчислюється як площа, що обмежена кривою $L_k^{(j)}(\tau)$ на відрізку $\tau \in [\tau_1, \tau_3]$. Отже,

$$s_k^{(j)} = \int_{\tau_1}^{\tau_3} L_k^{(j)}(\tau) d\tau.$$

Враховуючи значення $L(\tau)$, знаходимо:

$$s_k^{(j)} = \frac{y_1}{h_1(h_1 + h_2)} \left(\frac{z_3}{3} - (\tau_2 + \tau_3) \frac{z_2}{2} + \tau_2\tau_3 z_1 \right) - \frac{y_2}{h_1h_2} \left(\frac{z_3}{3} - (\tau_1 + \tau_3) \frac{z_2}{2} + \tau_1\tau_3 z_1 \right) + \\ + \frac{y_3}{h_2(h_1 + h_2)} \left(\frac{z_3}{3} - (\tau_1 + \tau_2) \frac{z_2}{3} + \tau_1\tau_2 z_1 \right), \quad (2.19)$$

де $z_1 = \tau_3 - \tau_1$; $z_2 = \tau_3^2 - \tau_1^2$; $z_3 = \tau_3^3 - \tau_1^3$.

Оскільки для обчислення кожної площі s за формулою (2.19) необхідно мати три точки, то загальне число таких площ буде $N/2$, де N – число спостережень в експериментальному дослідженні. Тоді

$$I_k \square \sum_{j=1}^{N/2} s_j^{(k)} \quad (2.20)$$

Значення площ $s_j^{(k)}$ обчислюються за формулою (2.19) для значень індексів $j = \overline{0, N}$, де N повинно бути парним числом. Якщо N – непарне число, то остання y_N ордината відкидається.

При програмній реалізації алгоритму обчислень параметрів моделі (2.2) кількість значень μ_k рідко перевищує п'яти.

Знаючи значення I_k , за формулою (2.15) можна обчислити величини μ_k , $k = \overline{1, N_f}$, де $N_f \leq 5$.

Після того як визначенні значення μ_k , $k = \overline{1, N_f}$ із рівняння (2.14) знаходимо:

$$\bar{F} = \Lambda^{-1} \bar{\mu}. \quad (2.21)$$

Знайшовши площі \bar{F} , можна обчислити параметри математичної моделі (2), використавши формулу (12). Отже,

$$\bar{\alpha} = A_s^{-1} \bar{F}. \quad (2.22)$$

Таким чином, щоб визначити параметри передавальної функції за результатами експериментального дослідження необхідно визначити моменти μ_k , $k = \overline{1, N_f}$ допоміжної функції $\varphi(t)$, а потім за формулою (2.21) обчислюють компоненти вектора \bar{F} , що дає змогу обчислити вектор параметрів передавальної функції (2.2), використавши формулу (2.22).

2.4 Емпіричні моделі муфельної печі

Для обчислення параметрів нормованої передавальної функції (2.2) в середовищі MatLab розроблено програмне забезпечення (додаток Б), яке оформлено у вигляді основної програми (Script-файл) і підпрограм (М-файлів). Підпрограми розв'язують такі задачі: обчислення площ $s_j^{(k)}$, $j = \overline{0, N}$, $k = \overline{1, N_f}$ за формулою (2.19); обчислення моментів μ_k , $k = \overline{1, N_f}$ за формулами (2.15) і (2.20); обчислення перехідної характеристики за відомими параметрами передавальної функції об'єкта; формування матриці A_s .

Програма працює в діалоговому режимі: дослідник вводить порядки поліномів чисельника і знаменника m і n . При цьому повинно виконуватись співвідношення $m \leq n$.

Задавшись різними значеннями m і n можна отримати множину емпіричних моделей, які з різною точністю апроксимують експериментальні дані. Відбір кращої моделі із отриманої множини здійснюється за критерієм (2.3).

Експериментальні дані, які утворюють часовий ряд за кожним каналом передачі сигналу, попередньо оброблялись так, що від них віднімалися значення даних у початковий момент часу. Тому перша ордината часового ряду за кожним із чотирьох каналів була нульовою.

Значення m і n вибирались такими, щоб виконувалась умова $m < n$. Це пояснюється тим, що при $m = n$ початкова ордината перехідної характеристики відмінна від нуля, а це протирічить експериментальним даним.

Відліки ординат числового ряду експериментальних даних робились зі змінним кроком дискретності. Тому при числовому методі розв'язуванні емпіричної математичної моделі (2.5) методом Рунге-Кутта крок інтегрування вибраний змінний і обчислювався за формулою $h_k = t_{k+1} - t_k$, $k = \overline{0, N-1}$.

Вибір змінного кроку інтегрування пояснюється необхідністю «синхронізувати» в часі обчислені ординати перехідної характеристики з ординатами часового ряду експериментальних даних.

У таблиці 2.3 наведені результати синтезу емпіричних моделей за результатами експериментальних даних, які відображають динаміку муфельної печі як об'єкта автоматичного керування.

З метою співставлення емпіричних моделей за різними каналами передачі сигналів з експериментальними даними похибка апроксимації обчислювалась як сума квадратів різниць між нормованими і розгінними характеристиками. Останні були приведені до безрозмірного вигляду з одиничним коефіцієнтом передачі, тобто у формулі (2.3) $y(t_k)$ – нормована перехідна характеристика, а $y_{ex,k}$ – розгінна характеристика, ординати якої обчислені за такою формулою:

$$y_{ex,k} = \frac{Y_{ex,k}}{Y_{ex,N}},$$

де $y_{ex,k}$ – значення розмірних ординат розгінної характеристики в дискретні моменти часу t_k , $k = \overline{0, N}$; $y_{ex,k}$ – значення ординати розмірної розгінної характеристики в кінцевий момент часу t_N .

З таблиці 2.3 випливає, що для різних значень m і n маємо різну точність апроксимації. При цьому лише для певних значень m і n емпіричні моделі є стійкими, тобто тільки для деяких значень $n \leq 3$ коефіцієнти характеристичного рівняння нормованої передавальної функції є додатними числами.

Таблиця 2.3 – Результати побудови емпіричних моделей

Порядок полінома чисельника, m	Порядок полінома знаменника, n	Властивості емпіричних моделей		Значення похибки, Er	
		Нижній тен	Верхній тен	$U_1 - T_{Low}$	$U_2 - T_{Low}$
		$U_1 - T_{Low}$	$U_2 - T_{Low}$		
0	1	стійка	стійка	$7,94 \cdot 10^{-2}$	$1,308 \cdot 10^{-2}$
0	2	нестійка	стійка	-	$4,521 \cdot 10^{-2}$
0	3	нестійка	нестійка	-	-
1	2	нестійка	стійка	-	$1,090 \cdot 10^{-2}$
1	3	нестійка	нестійка	-	-
2	3	стійка	стійка	$6,23 \cdot 10^{-3}$	$7,435 \cdot 10^{-3}$
0	1	стійка	стійка	$5,33 \cdot 10^{-2}$	$1,527 \cdot 10^{-2}$
0	2	нестійка	стійка	-	$3,374 \cdot 10^{-2}$
0	3	нестійка	нестійка	-	-

1	2	нестійка	стійка	-	$1,506 \cdot 10^{-2}$
1	3	нестійка	нестійка	-	-
2	3	стійка	стійка	$2,987 \cdot 10^{-3}$	$3,333 \cdot 10^{-3}$

Як видно із таблиці 2.3 найвища точність апроксимації отримана для таких значень: $m = 2$ і $n = 3$. Такі значення m і n забезпечують, у більшості випадків, точність апроксимації на порядок вищий ніж інші значення m і n .

Отже, для всіх чотирьох каналів передачі сигналів передавальні функції будуть такими:

$$W(s) = k \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}. \quad (2.23)$$

Таблиця 2.4 вміщує значення параметрів нормованих функцій, які описуються формулою (2.23).

Таблиця 2.4 – Параметри емпіричних моделей

Канали передачі сигналів	k	Параметри чисельника ПФ			Параметри знаменника ПФ			
		b_0	b_1	b_2	a_0	a_1	a_2	a_3
$U_1 - T_{Low}$	468.25	7828.23	97.77	1	559116.88	16854.16	206.53	1
$U_1 - T_{Upp}$	459.25	7724.32	97.20	1	612374.61	17821.93	211.50	1
$U_2 - T_{Low}$	150,00	10401.34	136.80	1	1596016.46	34051.10	290.59	1
$U_2 - T_{Upp}$	172.88	9560.48	111.38	1	1133264.06	26531.02	254.91	1

На рисунках 2.8 і 2.9 зображені перехідна та розгінна характеристики за чотирма каналами передачі сигналів «вхід-вихід».

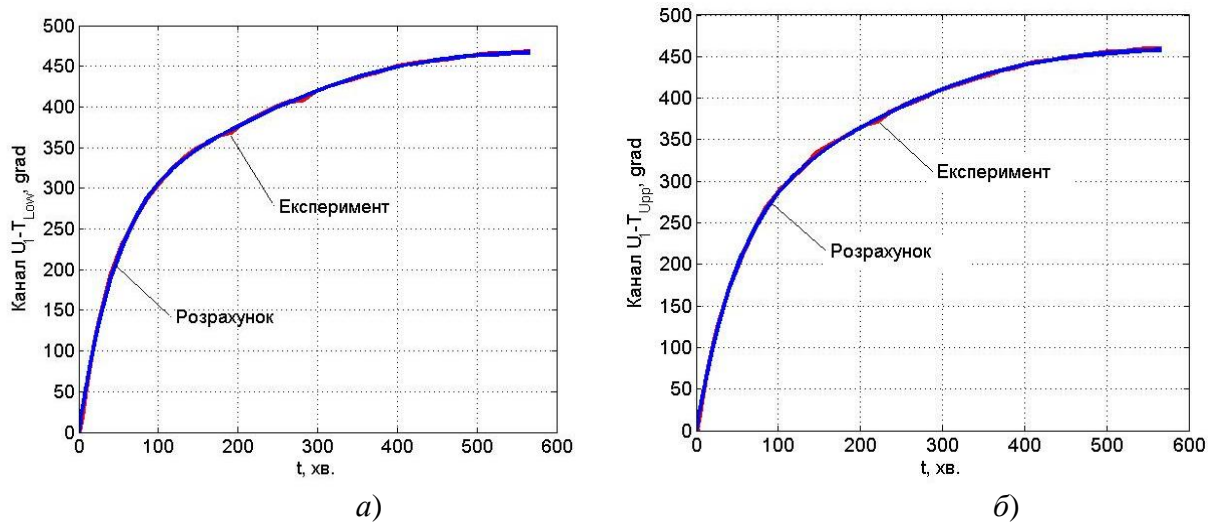


Рисунок 2.8 – Перехідні та розгінні характеристики муфельної печі за каналами $U_1 - T_{Low}$ (а) і $U_1 - T_{Upp}$ (б)

Отримані результати дають змогу математичну модель муфельної печі записати у матрично-векторному вигляді:

$$\bar{T}(s) = W(s)\bar{U}(s), \quad (2.24)$$

де $W(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}$ – матрична передавальна функція об'єкта;

$W_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ – передавальна функція об'єкта i -го виходу відносно j -го входу;

$$\bar{T}(s) = \begin{bmatrix} T_{Low}(s) \\ T_{Upp}(s) \end{bmatrix} \text{ – вектор виходів об'єкта;}$$

$$\bar{U}(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \text{ – вектор вхідних величин об'єкта.}$$

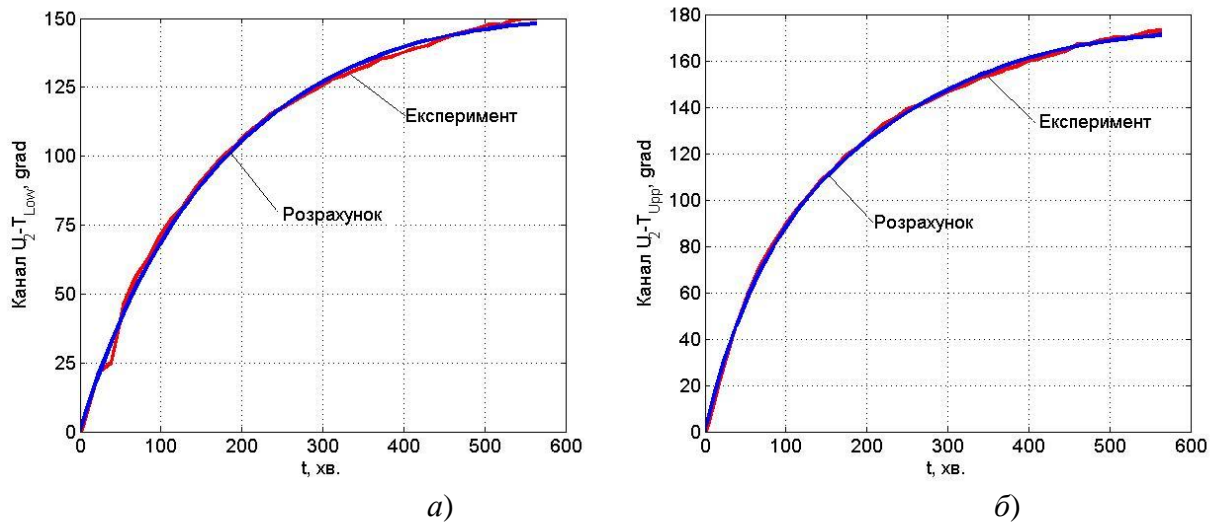


Рисунок 2.9 – Перехідні та розгінні характеристики муфельної печі за каналами $U_2 - T_{Low}$ (а) і $U_2 - T_{Upp}$ (б)

Якщо прийняти до уваги зроблені позначення, то вираз (2.24) у розгорнутому вигляді буде таким:

$$\begin{bmatrix} T_{Low}(s) \\ T_{Upp}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}.$$

Виконавши відповідні дії над матрицями, приходимо до такого результату:

$$T_{Low}(s) = W_{11}(s)U_1(s) + W_{12}(s)U_2(s), \quad (2.25)$$

$$T_{Upp}(s) = W_{21}(s)U_1(s) + W_{22}(s)U_2(s). \quad (2.26)$$

Система рівнянь (2.25) і (2.26) утворює математичну модель муфельної печі як об'єкта автоматичного керування, на основі якої створена структурна схема об'єкта (рис. 2.10).

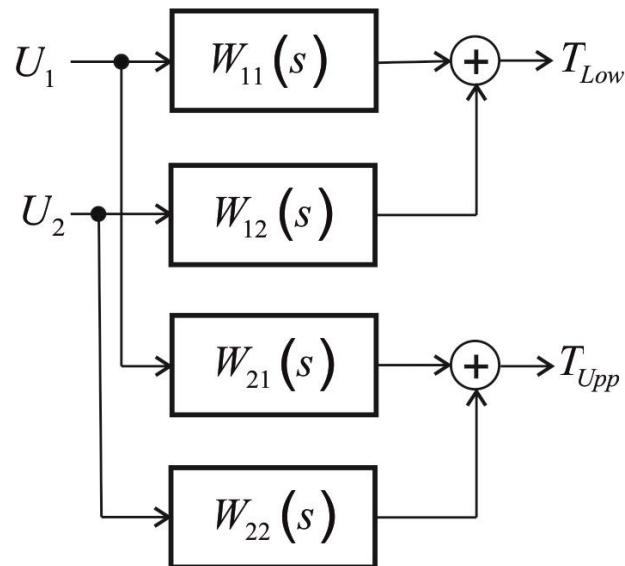


Рисунок 2.10 – Структурна схема динаміки муфельної печі як об'єкта автоматичного керування

Таким, чином, муфельна піч як об'єкт автоматичного керування є багатовимірним об'єктом з внутрішніми перехресними зв'язками, які представлені передавальними функціями $W_{12}(s)$ і $W_{21}(s)$. Наявність таких внутрішніх зв'язків значно ускладнює автоматичне керування об'єктом щодо стабілізації температурного режиму муфельної печі.

Висновки до розділу

1. Розроблено методику проведення експериментальних досліджень, на основі якої отримані розгінні характеристики муфельної печі за чотирма каналами передачі сигналів.

2. Удосконалено метод площ обчислення параметрів керованого об'єкта за його розгінною характеристикою в частині алгоритмічного забезпечення методу, що дало змогу створити ефективне програмне забезпечення і на його основі в ітеративному режимі вибрати емпіричну модель об'єкта для кожного каналу передачі сигналів із множини синтезованих моделей.

3. Розроблену структурну схему об'єкта на основі якої зроблений висновок, що муфельна піч як об'єкт автоматичного керування є

багатовимірним об'єктом з внутрішніми перехресними зв'язками, наявність яких значно ускладнює стабілізацію температурного режиму печі.

4. Отримані математичні моделі муфельної печі будуть у подальшому використані для розроблення високоефективних систем автоматичного керування для виготовлення деталей, коли необхідна висока точність підтримання температурного режиму.

РОЗДІЛ 3

АВТОНОМНА СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИМ РЕЖИМОМ МУФЕЛЬНОЇ ПЕЧІ

3.1 Математична модель автономної системи керування

У розділі 2 показано, що муфельна піч як об'єкт автоматичного керування є багатовимірним об'єктом, у якому наявні перехресні зв'язки [1]. Одним із способів покращення процесу керування такими об'єктами є синтез автономної системи керування (рис. 3.1), в якій здійснюється компенсація перехресних зв'язків.

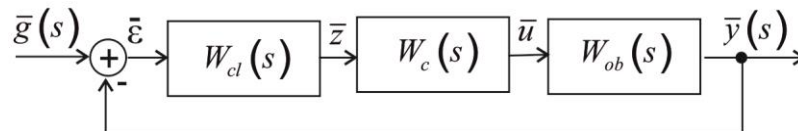


Рисунок 3.1 – Структурна схема автономної системи

Структурна схема, яка зображена на рисунку 3.1, дає змогу знайти матричну передавальну функцію автономної системи керування муфельною піччю. Маємо

$$W_{yg}(s) = (I + W_{os}(s))^{-1} W_{os}(s), \quad (3.1)$$

де $W_{os}(s) = W_{ob}(s)W_c(s)W_{cl}(s)$ – матрична передавальна функція розімкненої системи; $W_{cl}(s)$, $W_c(s)$ і $W_{ob}(s)$ – матричні передавальні функції регулятора, компенсатора і об'єкта керування.

Допускаємо, що матрична передавальна функція регуляторів $W_{cl}(s)$ – діагональна, ненульові елементи якої передавальні функції регуляторів.

Для того, щоб система автоматичного керування була автономною необхідно, щоб матриця $W_{os}(s)$ була б діагональною.

Оскільки $W_{cl}(s)$ діагональна матриця, то для діагоналізації матриці $W_{os}(s)$ повинна виконуватись умова [2]:

$$W_{ob}(s)W_c(s) = \text{diag}W_{ob}(s). \quad (3.2)$$

Матриця $\text{diag}W_{ob}(s)$ отримана із матриці $W_{os}(s)$ після обнулення її недіагональних елементів.

Із рівняння (3.2) знайдемо матричну передавальну функцію компенсатора:

$$W_c(s) = W_{ob}^{-1}(s) \text{diag}W_{ob}(s). \quad (3.3)$$

Проведені експериментальні дослідження показали, що високотемпературна муфельна піч є багатовимірним об'єктом і має два входи і виходи, а її динамічні властивості можуть бути описані чотирьом передавальними функціями. Для такого об'єкта керування рівняння (3.3) в розгорнутому вигляді набуде такого вигляду [61]:

$$W_c(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix}.$$

Після виконання відповідних дій над матрицями, отримаємо [61]:

$$W_c(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} W_{11}(s)W_{22}(s) & -W_{12}(s)W_{22}(s) \\ -W_{11}(s)W_{21}(s) & W_{11}(s)W_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

де $\Delta(s) = W_{11}(s)W_{22}(s) - W_{12}(s)W_{21}(s)$.

Для всіх чотирьох каналів передачі сигналів передавальні функції $W_{ij}(s)$, $i, j = 1, 2$ тотожні за своєю структурою і визначені формулою (2.23).

Значення параметрів математичних моделей (2.23) наведені у таблиці 2.3.

Знайдемо передавальну функцію розімкненої системи (рис.3.1), враховуючи, що $W_{ob}(s)W_c(s) = \text{diag}W_{ob}(s)$, а $W_c(s) = W_{ob}^{-1}(s) \text{diag}W_{ob}(s)$ [61]. Отже,

$$W_{os}(s) = \text{diag}W_{ob}(s)W_{cl}(s).$$

Оскільки $\text{diag}W_{ob}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix}$ і $W_{cl}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}^{(cl)}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}^{(cl)}(s) \end{bmatrix}$, то

$$W_{os}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_{11}^{(cl)}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}^{(cl)}(s) \end{bmatrix}.$$

Після перемноження двох діагональних матриць, отримаємо [61]:

$$W_{os}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s) \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Знаючи передавальну функцію (3.5), розімкненої системи, за формулою (3.1) знайдемо матричну передавальну функцію замкненої системи відносно вхідної величини $G(s)$ [61]:

$$W_{yg}(s) = \left(\begin{bmatrix} 1 + W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s) & 0 \\ 0 & 1 + W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s) \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s) \end{bmatrix}.$$

Останнє рівняння дає такий результат:

$$W_{yg}(s) = \begin{bmatrix} \frac{W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s)}{1 + W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s)} & 0 \\ 0 & \frac{W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s)}{1 + W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s)} \end{bmatrix}.$$

Таким чином, компенсатор «ліквідував» перехресні зв'язки, що привело до появи двох незалежних контурів керування з такими передавальними функціями [61]:

$$W_{y1,g1}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s)}{1 + W_{11}(s)W_{11}^{(cl)}(s)}, \quad (3.6)$$

$$W_{y2,g2}(s) = \frac{W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s)}{1 + W_{22}(s)W_{22}^{(cl)}(s)}. \quad (3.7)$$

Передавальні функції (3.6) і (3.7) є математичними моделями одноконтурних систем керування з від'ємними зворотними зв'язками, динамічні властивості яких визначаються як властивостями об'єкта керування, так і типом регулятора та параметрами його налаштування.

3.2 Автономна система керування з ПД-регуляторами

Допускаємо, що передавальні функції регуляторів $W_{11}^{(cl)}(s)$ і $W_{22}^{(cl)}(s)$ є такими:

$$W_{11}^{(cl)}(s) = C_0^{(1)}s + C_1^{(1)} + \frac{C_2^{(1)}}{s}, \quad (3.8)$$

$$W_{22}^{(cl)}(s) = C_0^{(2)}s + C_1^{(2)} + \frac{C_2^{(2)}}{s}, \quad (3.9)$$

де $C_0^{(i)}$, $C_1^{(i)}$, $C_2^{(i)}$, $i=1,2$ – параметри налаштування ПД-регуляторів.

Оскільки одноконтурні системи (3.6) і (3.7) мають математичні моделі однакової структури та кожний канал передачі сигналів «вхід-вихід» описуються тотожними за структурою передавальними функціями типу (2.23), то у подальших викладках будемо опускати індекси, які ідентифікують відповідний канал передачі сигналів з входу на вихід системи.

Поставимо задачу: визначити такі параметри налаштування регуляторів $C_0^{(i)}$, $C_1^{(i)}$, $C_2^{(i)}$, $i=1,2$, щоб інтегральний квадратичний критерій [3] набув мінімального значення. Отже,

$$J = \int_0^{\infty} (\varepsilon^2(t) + \tau^2 \dot{\varepsilon}^2(t)) dt, \quad (3.10)$$

де τ – постійна величина;

$\varepsilon(t) = g - y(t)$ – похибка керування (величина неузгодженості).

Для обчислення величини критерію (3.10) необхідно знайти зображення похибки керування за Лапласом [61].

Враховуючи ту обставину, що передавальні функції об'єкта і регулятора ідентичні за структурою, розрахунки будемо вести тільки для одного контуру керування. Різниця між першим і другим контуром буде лише в числових значеннях відповідних величин. Тому у подальших викладках індексацію контурів опускаємо [61].

Знайдемо зображення похибки керування за умови, що на вході контуру керування діє одиничне стрибкоподібне збурення. Тоді

$$E(s) = \frac{1}{s} \cdot W_{\varepsilon g}(s),$$

де $W_{\varepsilon g}(s)$ – передавальна функція похибки керування відносно завдання [61].

Оскільки $W_{\varepsilon g}(s) = \frac{1}{1+W_{os}(s)}$, де $W_{os}(s)$ – передавальна функція розімкненої системи, то

$$E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+W_{os}(s)}.$$

Передавальна функція $W_{os}(s)$ розімкненої системи визначається із виразів (3.6) або (3.7). Без врахування індексів, які ідентифікують відповідний контур, $W_{os}(s)$ буде такою:

$$W_{os}(s) = W_{ob}(s)W_{cl}(s),$$

де $W_{ob}(s)$ – одна із передавальних функцій $W_{11}(s)$ або $W_{22}(s)$.

Нехай $W_{os}(s) = \frac{R_{os}(s)}{Q_{os}(s)}$. Тоді

$$E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{Q_{os}(s)}{Q_{os}(s) + R_{os}(s)}. \quad (3.11)$$

Запишемо передавальну функцію розімкненої системи з врахуванням передавальних функцій регулятора та об'єкта керування (без врахування відповідних індексів), тобто

$$W_{os}(s) = \frac{(C_0s^2 + C_1s + C_2)r_{ob}(s)}{sq_{ob}(s)},$$

де $r_{ob}(s)$, $q_{ob}(s)$ – поліноми чисельника і знаменника передавальної функції $W_{11}(s)$ або $W_{22}(s)$ [61].

Тоді $R_{os}(s) = (C_0s^2 + C_1s + C_2)r_{ob}(s)$ і $Q_{os}(s) = sq_{ob}(s)$. Отримані значення $R_{os}(s)$ і $Q_{os}(s)$ підставимо у формулу (3.11). У результаті отримаємо:

$$E(s) = \frac{q_{ob}(s)}{C_0r_{ob}(s)s^2 + (C_1r_{ob}(s) + q_{ob}(s))s + C_2r_{ob}(s)}. \quad (3.12)$$

Із формули (2.23) випливає, що чисельник передавальної функції $W(s)$ – поліном, степінь якого $\deg(r_{ob}) = n-1$, де n – степінь полінома $q_{ob}(s)$.

Передавальна функція розімкненої автономної системи $W_{os}(s)$ по кожному із двох каналів (без врахування індексу ідентифікації каналу) має вигляд, який визначений формулою (3.11). Аналіз формули (3.11) показує, що різниця між порядками знаменника і чисельника дорівнює нулю, тобто

$$\deg(Q_{os}) - \deg(R_{os}) = 0.$$

З останнього виразу випливає, що у формулі (3.11) порядки поліномів чисельника і знаменника є однакові. Тому порядок полінома у виразі, за яким визначена величина $E(s)$, є таким: $\deg(Q_{os}(s) + R_{os}(s)) = n + 1$. Так як порядок полінома знаменника у формулі (3.12) утворений шляхом множення полінома $Q_{os}(s)$ на комплексно змінну s , то $\deg(sQ_{os}) = n_s$ і відповідно $\deg(Q_{os}) = n_s - 1$, де $n_s = n + 1$.

Таким чином, для визначення інтегрального квадратичного критерію (3.10) можна скористатися готовими формулами [8], які отримані для різних значень n_i при виконанні умови: $\deg(Q_{os} + R_{os}) = n_s - 1$.

Оскільки передавальні функції $W_{11}(s)$ і $W_{22}(s)$ ідентичні за структурою, різниця між ними лише в числових значеннях їх параметрів, то у загальному вигляді маємо

$$r_{ob}(s) = k(b_0s^2 + b_1s + 1),$$

$$q_{os}(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1.$$

З врахуванням значень $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ формула (3.12) набуде такого вигляду:

$$E(s) = \frac{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1}{(b_0C_0k + a_0)s^4 + (b_1C_0k + b_0C_1k + a_1)s^3 + (C_0k + b_1C_1k + b_0C_2k + a_2)s^2 + (C_1k + b_1C_2k + 1)s + C_2k} \quad (3.13)$$

Уведемо такі позначення: $\pi_0 = b_0C_0k + a_0$; $\pi_1 = b_1C_0k + b_0C_1k + a_1$; $\pi_2 = C_0k + b_1C_1k + b_0C_2k + a_2$; $\pi_3 = C_1k + b_1C_2k + 1$; $\pi_4 = C_2k$.

Прийняті позначення дають змогу записати формулу (3.13) так:

$$E(s) = \frac{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4}. \quad (3.14)$$

Інтегральний критерій (3.10) подамо як суму двох критеріїв

$$J = J_0 + J_1,$$

$$\text{де } J_0 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt; \quad J_1 = \tau^2 \int_0^{\infty} \dot{\varepsilon}^2(t) dt.$$

У тому випадку, коли відомі зображення за Лапласом похибки керування $\varepsilon(t)$ та її похідної $\dot{\varepsilon}(t)$ значення J_0 і J_1 , можна виразити [4] через параметри виразу (3.14).

Зображення за Лапласом похибки керування $\varepsilon(t)$ визначає формула (3.14). Знайдемо зображення за Лапласом величини $\dot{\varepsilon}(t)$. Отже,

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = sE(s) - \varepsilon(0),$$

$$\text{де } \varepsilon(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sE(s).$$

Визначимо $\varepsilon(0)$, враховуючи співвідношення (3.14). Отже,

$$\varepsilon(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4} = \frac{a_0}{\pi_0}.$$

Знаючи $\varepsilon(0)$, знайдемо

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{(a_1 \pi_0 - a_0 \pi_1) s^3 + (a_2 \pi_0 - a_0 \pi_2) s^2 + (\pi_0 - a_0 \pi_3) s - a_0 \pi_4}{\pi_0 (\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4)}. \quad (3.15)$$

Якщо у виразі (3.15) ввести такі позначення: $\mu_0 = a_1 \pi_0 - a_0 \pi_1$, $\mu_1 = a_2 \pi_0 - a_0 \pi_2$, $\mu_2 = \pi_0 - a_0 \pi_3$, $\mu_3 = -a_0 \pi_4$, то отримаємо:

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{\mu_0 s^3 + \mu_1 s^2 + \mu_2 s + \mu_3}{\pi_0 (\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4)}. \quad (3.16)$$

Аналіз співвідношень (3.14) і (3.16) показує, що різниця степенів поліномів знаменника і чисельника $n - m = 1$. Для таких випадків існують

таблиці [6], які дають змогу виразити значення J_0 і J_1 через параметри виразів $E(s)$ і $L[\dot{\varepsilon}(t)]$.

Для $n = 4$ будемо мати [4, 5]

$$J_0 = \frac{J_{N0}}{J_{D0}}, \quad (3.17)$$

де

$$J_{N0} = a_0^2 (\pi_2 \pi_3 \pi_4 - \pi_1 \pi_4^2) + \pi_0 \pi_3 \pi_4 (a_1^2 - 2a_0 a_2) + (a_2^2 - 2a_1) \pi_0 \pi_1 \pi_4 + \pi_0 \pi_1 \pi_2 - \pi_0^2 \pi_3; \quad (3.18)$$

$$J_{D0} = 2\pi_0 \pi_4 (\pi_1 \pi_2 \pi_3 - \pi_1^2 \pi_4 - \pi_0 \pi_3^2). \quad (3.19)$$

Тепер знайдемо значення [4]

$$J_1 = \tau^2 \frac{J_{N1}}{J_{D1}},$$

де

$$J_{N1} = \mu_0^2 (\pi_2 \pi_3 \pi_4 - \pi_1 \pi_4^2) + \pi_0 \pi_3 \pi_4 (\mu_1^2 - 2\mu_0 \mu_2) + (\mu_2^2 - 2\mu_1 \mu_3) \pi_0 \pi_1 \pi_4 + \mu_3^2 (\pi_0 \pi_1 \pi_2 - \pi_0^2 \pi_3), \quad (3.20)$$

$$J_{D1} = 2\pi_0^3 \pi_4 (\pi_1 \pi_2 \pi_3 - \pi_1^2 \pi_4 - \pi_0 \pi_3^2). \quad (3.21)$$

Порівнюючи вирази (3.19) і (3.21), приходимо до висновку, що $J_{D1} = \pi_0^2 J_{D0}$.

З врахуванням знайдених величин J_0 і J_1 узагальнений квадратичний критерій (3.10) набуде такого значення:

$$J = \frac{1}{J_{D0}} \left(J_{N0} + \left(\frac{\tau}{\pi_0} \right)^2 J_{N1} \right). \quad (3.22)$$

Узагальнений інтегральний критерій (3.22) є функцією параметрів налаштування C_0 , C_1 і C_2 ПД-регулятора. Для їх знаходження будемо мінімізувати функцію $J(C_0, C_1, C_2)$. Отже, розв'язується така задача:

$$\min_{C_0, C_1, C_2 > 0} J(C_0, C_1, C_2). \quad (3.23)$$

Функція (3.23) є нелінійною функцією відносно своїх аргументів C_0 , C_1 і C_3 . Тому задача (3.23) є задачею нелінійного програмування з обмеженнями типу нерівностей.

Розв'язування задач типу (3.23) ґрунтується на заміні задачі з обмеженнями на задачу без обмежень.

Ефективним методом розв'язування задач типу (3.23) вважається [6] застосування необхідних умов теореми Куна-Таккера з наступним використанням послідовного квадратичного програмування. Такий підхід реалізований в Matlab-функції `fmincon`, яка використана для розв'язання задачі мінімізації (3.23).

Узагальнений квадратичний критерій (3.10) можна подати [5] як суму двох інтегралів:

$$J = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t))^2 dt - 2\tau \int_0^{\infty} \varepsilon(t) \dot{\varepsilon}(t) dt.$$

Оскільки $\int_0^{\infty} \varepsilon(t) \dot{\varepsilon}(t) dt = \int_0^{\infty} \varepsilon(t) d\varepsilon(t) = \frac{1}{2} \varepsilon^2(t) \Big|_0^{\infty}$, то для системи з ПД-регулятором $\varepsilon(\infty) = 0$. Тому $J = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t))^2 dt + \tau \varepsilon^2(0)$.

Очевидно, що мінімальне значення узагальненого критерію (3.10) буде при

$$\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t) = 0. \quad (3.24)$$

Диференціальне рівняння (3.24) визначає екстремаль перехідного процесу за помилкою неузгодженості і його розв'язок буде таким [61]:

$$\varepsilon_{ex}(t) = \varepsilon(0) e^{-t/\tau}. \quad (3.25)$$

Якщо має місце умова (3.24), то мінімальне значення узагальненого квадратичного критерію (3.10) буде таким:

$$\min : J = \tau \varepsilon^2(0).$$

Числове значення вагового коефіцієнта τ рекомендують [5] вибирати із умови:

$$\frac{t_r}{6} < \tau < \frac{t_r}{3}, \quad (3.26)$$

де t_r – бажана тривалість часу регулювання.

Для контурів керування, які визначені рівняннями (3.6) і (3.7) знайдені передавальні функції по каналам передавання сигналів «завдання регулятора – температура на виході». Передавальні функції (3.6) і (3.7) ідентичні за своєю структурою, відмінність між ними лише в числових значеннях відповідних параметрів. Тому індекси, які ідентифікують передавальні функції відповідних контурів керування, в подальших викладках опускаємо [61].

Отже,

$$W_{yg}(s) = \frac{(C_0s^2 + C_1s + C_2)r_{ob}(s)}{C_0r_{ob}(s)s^2 + (q_{ob}(s) + C_1r_{ob}(s))s + C_2r_{ob}(s)},$$

де $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ – поліноми чисельника і знаменника передавальної функції (3.5) об'єкта.

З врахуванням значень $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ будемо мати:

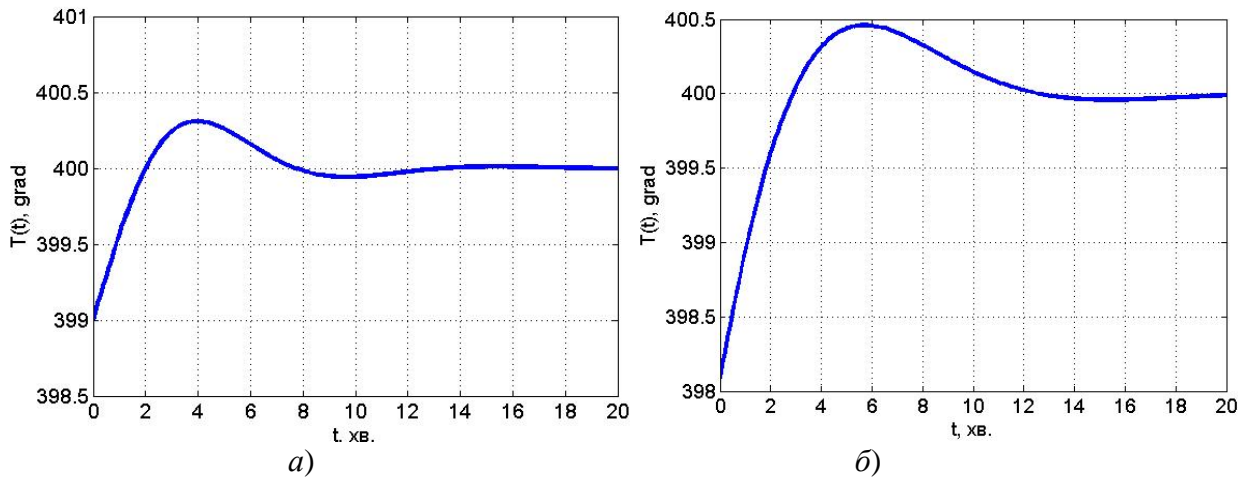
$$W_{yg}(s) = k \frac{B_0s^4 + B_1s^3 + B_2s^2 + B_3s + B_4}{\pi_0s^4 + \pi_1s^3 + \pi_2s^2 + \pi_3s + \pi_4},$$

де

$$B_0 = b_0C_0, \quad B_1 = b_0C_1 + b_1C_0, \quad B_2 = b_0C_2 + b_1C_1 + C_0, \quad B_3 = b_1C_2 + C_1, \quad B_4 = C_2.$$

За допомогою програмного забезпечення (додаток В), розробленого в середовищі MatLab, визначені параметри налаштування ПД-регуляторів як результат мінімізації узагальненого квадратичного критерію (3.23), а також побудовані графіки перехідних процесів (рис. 3.2) для контурів керування (3.5) і (3.6). Для оцінки відхилення перехідного процесу за похибкою $\varepsilon(t)$ від екстремального, який визначений формулою (3.25), побудовані графіки $\varepsilon(t)$ і $\varepsilon_{ex}(t)$ (рис. 3.3). Для побудови графіка $\varepsilon(t)$ визначена передавальна функція похибки:

$$W_{\varepsilon g}(s) = \frac{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + s}{\pi_0s^4 + \pi_1s^3 + \pi_2s^2 + \pi_3s + \pi_4}.$$



**Рисунок 3.2 – Графіки перехідних процесів за каналами
«завдання регулятора – температура на виході»**

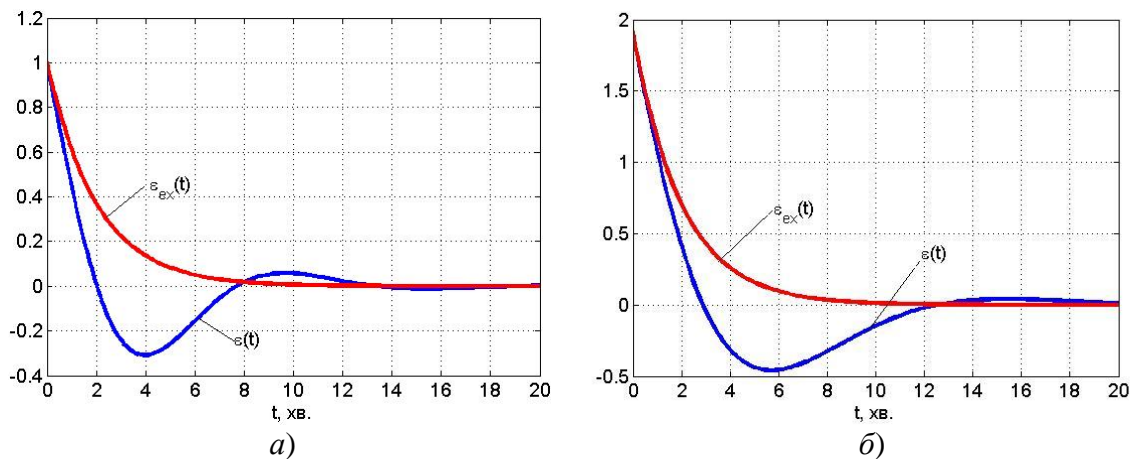


Рисунок 3.3 – Графіки похибок керування і екстремалей як функцій часу

Були вибрані такі початкові дані: $x_0 = (111)^T$; бажаний час регулювання: 9хв.; завдання регулятора $g = 400^\circ\text{C}$.

Ваговий коефіцієнт τ визначений із співвідношення (3.25). При вибраному значенні t_r мало місце таке співвідношення: $1,5 < \tau < 3$. Отже, $\tau = 2$.

Рисунок 3.2а відтворює результати розрахунків для першого, а рисунок 3.2б – для другого контуру керування.

Результати розрахунків параметрів налаштування ПД-регуляторів першого і другого контурів регулювання, а також час регулювання зведені у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Результати розрахунків параметрів налаштування ПД-регуляторів і оцінка якості процесу керування

Контури керування	C_0	C_1	C_2	Перерегулювання, %	Час регулювання, t_r , хв.	Відхилення похибки $\varepsilon(t)$ від екстремалі
Перший	6.0669e+01	3.5653e+01	2.3725e+01	0.0777	16.5	4.7121e-01
Другий	2.1259e+02	1.0606e+02	3.5692e+01	0.1176	18.6	5.9701e-01

Оцінка відхилення похибки керування $\varepsilon(t)$ від екстремалі $\varepsilon_{ex}(t)$ здійснювалась за такою формулою:

$$\delta = \max_i |\varepsilon_i(t) - \varepsilon_{ex,i}(t)|.$$

Допустимо, що передавальна функція об'єкта це відношення двох поліномів:

$$W_{ob}(s) = \frac{r_{ob}(s)}{q_{ob}(s)} \quad (3.27)$$

і має місце таке співвідношення:

$$\deg(q_{ob}(s)) - \deg(r_{ob}(s)) = 1;$$

в контур керування включений ПД-регулятор.

Тоді передавальна функція розімкненої системи буде такою:

$$W_{os}(s) = \frac{r_{cl}(s)r_{ob}(s)}{sq_{ob}(s)},$$

де $r_{cl}(s) = C_0s^2 + C_1s + C_2$.

Нехай порядок полінома знаменника передавальної функції (3.27) $\deg(q_{ob}(s)) = n$. Тоді порядок чисельника $\deg(r_{ob}(s)) = n - 1$. Знайдемо порядки поліномів чисельника і знаменника. Оскільки $\deg(r_{cl}(s)) = 2$, то $\deg(R_{os}(s)) = n + 1$. Очевидно, що $\deg(Q_{os}(s)) = \deg(sq_{ob}(s)) = n + 1$.

Передавальна функція замкненої системи є такою:

$$W_{yg}(s) = \frac{W_{os}(s)}{1 + W_{os}(s)}.$$

З врахуванням того, що $W_{os}(s) = \frac{R_{os}(s)}{Q_{os}(s)}$, маємо

$$W_{yg}(s) = \frac{R_{os}(s)}{R_{os}(s) + Q_{os}(s)}. \quad (3.28)$$

Так як має місце рівність $\deg(R_{os}(s)) = \deg(R_{os}(s) + Q_{os}(s)) = n+1$, то порядки поліномів чисельника і знаменника передавальної функції (3.28) рівні між собою.

Співвідношення (3.28) – це відношення двох поліномів, тобто

$$W_{yg}(s) = \frac{\sum_{j=0}^N b_{s,i} s^{N-j}}{\sum_{i=0}^N a_{s,i} s^{N-i}},$$

де $N = n+1$.

Оскільки в початковий момент часу: $y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s) = \frac{b_{s,0}}{a_{s,0}}$, то застосування

ПД-регуляторів як у першому, так і в другому контурах керування приводить до значного стрибка регульованої величини в початковий момент часу. Така різка зміна регульованої величини можлива лише при значному збільшенні потужності, яка підводиться до першого і другого тенів муфельної печі, що є недопустимо. Крім того, як це впливає з рисунку 3.3, є значні відхилення похибок керування у початковій фазі перехідного процесу, що свідчить про невиконання умови (3.24) на протязі часу перехідного процесу.

У такому випадку слід використовувати П-регулятор, у якого передавальна функція чисельника на одиницю менша ніж у ПД-регулятора, тобто у формулі (3.28) $\deg(R_{os}(s)) = n$ і $\deg(R_{os}(s) + Q_{os}(s)) = n+1$. Остання умова виключає стрибкоподібну зміну регульованої величини у початковий момент часу.

Застосування ПД-регуляторів доцільно використовувати у тому випадку, коли між степенями поліномів знаменника і чисельника існує таке співвідношення:

$$\deg(q_{ob}(s)) - \deg(r_{ob}(s)) \geq 2,$$

тобто порядок знаменника повинен бути більший за порядок чисельника передавальної функції керованого об'єкта не менше ніж на дві одиниці.

3.3 Автономна система керування з ПІ-регуляторами

Допускаємо, що передавальні функції регуляторів $W_{11}^{(cl)}(s)$ і $W_{22}^{(cl)}(s)$ в формулах (3.6) і (3.7) є такими:

$$W_{11}^{(cl)}(s) = C_0^{(1)} + \frac{C_1^{(1)}}{s}, \quad (3.29)$$

$$W_{22}^{(cl)}(s) = C_0^{(2)} + \frac{C_1^{(2)}}{s}, \quad i = 1, 2, \quad (3.30)$$

де $C_0^{(i)}$, $C_1^{(i)}$, $i = 1, 2$ – параметри налаштування ПІ-регуляторів.

Поставимо задачу: визначити такі параметри налаштування регуляторів $C_0^{(i)}$, $C_1^{(i)}$, $i = 1, 2$, щоб інтегральний квадратичний критерій (3.10) набув мінімального значення.

Запишемо передавальну функцію розімкненої системи з врахуванням передавальних функцій регуляторів і об'єкта керування (2.5) (без врахування відповідних індексів), тобто

$$W_{os}(s) = \frac{(C_0 s + C_1) r_{ob}(s)}{s q_{ob}(s)}, \quad (3.31)$$

де $r_{ob}(s)$, $q_{ob}(s)$ – поліноми чисельника і знаменника передавальної функції $W_{11}(s)$ або $W_{22}(s)$.

Тоді $R_{os}(s) = (C_0 p + C_1) r_{ob}(s)$ і $Q_{os}(s) = s q_{ob}(s)$. Отримані значення $R_{os}(s)$ і $Q_{os}(s)$ підставимо у формулу (3.31). У результаті отримаємо:

$$E(s) = \frac{q_{ob}(s)}{(q_{ob}(s) + C_0 r_{ob}(s))s + C_1 r_{ob}(s)}. \quad (3.32)$$

Із формули (2.23) випливає, що чисельник передавальної функції $W(s)$ поліном, степінь якого $\deg(r_{ob}) = n - 1$, де n – степінь полінома $q_{ob}(s)$.

Передавальна функція розімкненої автономної системи $W_{os}(s)$ по кожному із двох каналів (без врахування індексу ідентифікації каналу) має вигляд, який визначений формулою (3.31). Аналіз формули (3.31) показує, що різниця між порядками знаменника і чисельника дорівнює одиниці [61], тобто

$$\deg(Q_{os}) - \deg(R_{os}) = 1.$$

З останнього виразу випливає, що у формулі (3.31) порядок поліномів чисельника і знаменника будуть визначатись порядком полінома $Q_{os}(s)$. Так як порядок полінома знаменника у формулі (3.32) утворений шляхом множення полінома $Q_{os}(s)$ на комплексно змінну s , то, якщо $\deg(sQ_{os}) = n$, то $\deg(Q_{os}) = n - 1$.

Таким чином, для визначення інтегрального квадратичного критерію (3.10) можна скористатися готовими формулами [4], які отримані для різних значень n при виконанні умови: $\deg(Q_{os}) = n - 1$.

Оскільки передавальні функції $W_{11}(s)$ і $W_{22}(s)$ ідентичні за структурою, різниця між ними лише в числових значеннях їх параметрів, то у загальному вигляді маємо:

$$\begin{aligned} r_{ob}(s) &= k(b_0s^2 + b_1s + 1), \\ q_{os}(s) &= a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1. \end{aligned}$$

З врахуванням значень $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ формула (3.32) набуде такого вигляду:

$$E(s) = \frac{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1}{a_0s^4 + (a_1 + b_0C_0k)s^3 + (a_2 + b_1C_0k + b_0C_1k)s^2 + (C_0k + b_1C_1k + 1)s + C_1k}. \quad (3.33)$$

Уведемо такі позначення: $\theta_0 = \pi_0 = a_0$; $\theta_1 = a_1$; $\theta_2 = a_2$; $\theta_3 = 1$; $\pi_1 = a_1 + b_0C_0k$; $\pi_2 = a_2 + b_1C_0k + b_0C_1k$; $\pi_3 = C_0k + b_1C_1k + 1$; $\pi_4 = C_1k$.

Прийняті позначення дають змогу записати формулу (3.33) так:

$$E(s) = \frac{\theta_0 s^3 + \theta_1 s^2 + \theta_2 s + \theta_3}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4}. \quad (3.34)$$

Інтегральний критерій (3.10) подамо як суму двох критеріїв

$$J = J_0 + J_1,$$

$$\text{де } J_0 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt; \quad J_1 = \tau^2 \int_0^{\infty} \dot{\varepsilon}^2(t) dt.$$

У тому випадку, коли відомі зображення за Лапласом похибки керування $\varepsilon(t)$ та її похідної $\dot{\varepsilon}(t)$ значення J_0 і J_1 , можна виразити [4] через параметри виразу (3.34).

Зображення за Лапласом похибки керування $\varepsilon(t)$ визначає формула (3.34). Знайдемо зображення за Лапласом величини $\dot{\varepsilon}(t)$. Отже,

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = sE(s) - \varepsilon(0).$$

Оскільки $\varepsilon(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sE(s)$, то з врахуванням співвідношення (3.34),

матимемо:

$$\varepsilon(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{\theta_0 s^3 + \theta_1 s^2 + \theta_2 s + \theta_3}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4} = \frac{\theta_0}{\pi_0}.$$

Враховуючи те, що $\theta_0 = \pi_0 = a_0$, маємо $\varepsilon(0) = 1$.

Знаючи $\varepsilon(0)$, знайдемо

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = s \frac{\theta_0 s^3 + \theta_1 s^2 + \theta_2 s + \theta_3}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4} - 1,$$

або

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{(\theta_1 - \pi_1)s^3 + (\theta_2 - \pi_2)s^2 + (\theta_3 - \pi_3)s - \pi_4}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4}. \quad (3.35)$$

Якщо у виразі (3.35) ввести такі позначення: $\mu_0 = \theta_1 - \pi_1$, $\mu_1 = \theta_2 - \pi_2$, $\mu_2 = \theta_3 - \pi_3$, $\mu_3 = -\pi_4$, то отримаємо

$$L[\dot{\varepsilon}(t)] = \frac{\mu_0 s^3 + \mu_1 s^2 + \mu_2 s + \mu_3}{\pi_0 s^4 + \pi_1 s^3 + \pi_2 s^2 + \pi_3 s + \pi_4}. \quad (3.36)$$

Аналіз співвідношень (3.34) і (3.36) показує, що різниця степенів поліномів знаменника і чисельника $n - m = 1$. Для таких випадків існують

таблиці [4], які дають змогу виразити значення J_0 і J_1 через параметри виразів $E(s)$ і $L[\dot{\varepsilon}(t)]$.

Для $n=4$ будемо мати [4, 5]

$$J_0 = \frac{J_{N0}}{J_{D0}}, \quad (3.37)$$

де

$$J_{N0} = \theta_0^2 (\pi_2 \pi_3 \pi_4 - \pi_1 \pi_4^2) + \pi_0 \pi_3 \pi_4 (\theta_1^2 - 2\theta_0 \theta_2) + (\theta_2^2 - 2\theta_1 \theta_3) \pi_0 \pi_1 \pi_4 + \theta_3^2 (\pi_0 \pi_1 \pi_2 - \pi_0^2 \pi_3); \quad (3.38)$$

$$J_{D0} = 2\pi_0 \pi_4 (\pi_1 \pi_2 \pi_3 - \pi_1^2 \pi_4 - \pi_0 \pi_3^2). \quad (3.39)$$

Тепер знайдемо значення [4]

$$J_1 = \tau^2 \frac{J_{N1}}{J_{D0}},$$

де

$$J_{N1} = \mu_0^2 (\pi_2 \pi_3 \pi_4 - \pi_1 \pi_4^2) + \pi_0 \pi_3 \pi_4 (\mu_1^2 - 2\mu_0 \mu_2) + (\mu_2^2 - 2\mu_1 \mu_3) \pi_0 \pi_1 \pi_4 + \mu_3^2 (\pi_0 \pi_1 \pi_2 - \pi_0^2 \pi_3) \dots \quad (3.40)$$

З врахуванням знайдених величин J_0 і J_1 узагальнений квадратичний критерій (3.10) набуде такого значення:

$$J = \frac{1}{J_{D0}} (J_{N0} + \tau^2 J_{N1}). \quad (3.41)$$

Узагальнений інтегральний критерій (3.41) є функцією параметрів налаштування C_0 і C_1 ПІ-регулятора. Для їх знаходження будемо мінімізувати функцію $J(C_0, C_1)$. Отже, розв'язується така задача:

$$\min_{C_0, C_1 > 0} : J(C_0, C_1). \quad (3.42)$$

Функція (3.41) є нелінійною функцією відносно своїх аргументів C_0 і C_1 . Тому задача (3.22) є задачею нелінійного програмування з обмеженнями типу нерівностей.

Розв'язування задач типу (3.42) ґрунтується на заміні задачі з обмеженнями на задачу без обмежень.

Ефективним методом розв'язування задач типу (3.42) вважається [6] застосування необхідних умов теореми Куна-Таккера з наступним використанням послідовного квадратичного програмування. Такий підхід

реалізований в Matlab-функції `fmincon`, яка використана для розв'язання задачі мінімізації (3.42) [61].

Узагальнений квадратичний критерій (3.10) можна подати [5] як суму двох інтегралів

$$J = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t))^2 dt - 2\tau \int_0^{\infty} \varepsilon(t) \dot{\varepsilon}(t) dt.$$

Оскільки $\int_0^{\infty} \varepsilon(t) \dot{\varepsilon}(t) dt = \int_0^{\infty} \varepsilon(t) d\varepsilon(t) = \frac{1}{2} \varepsilon^2(t) \Big|_0^{\infty}$, то для системи з П-регулятором $\varepsilon(\infty) = 0$. Тому $J = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t))^2 dt + \tau \varepsilon^2(0)$.

Очевидно, що мінімальне значення узагальненого критерію (3.10) буде при

$$\varepsilon(t) + \tau \dot{\varepsilon}(t) = 0. \quad (3.43)$$

Диференціальне рівняння (3.43) визначає екстремаль перехідного процесу за помилкою неузгодженості і його розв'язок буде таким [61]:

$$\varepsilon_{ex}(t) = \varepsilon(0) e^{-t/\tau}. \quad (3.44)$$

Якщо має місце умова (3.23), то мінімальне значення узагальненого квадратичного критерію (3.10) буде таким:

$$\min : J = \tau \varepsilon^2(0).$$

Числове значення вагового коефіцієнта τ рекомендують [5] вибирати із умови

$$\frac{t_r}{6} < \tau < \frac{t_r}{3}, \quad (3.45)$$

де t_r – бажана тривалість часу регулювання.

Для контурів керування, які визначені рівняннями (3.6) і (3.7) знайдені передавальні функції по каналам передавання сигналів «завдання регулятору – температура на виході». Передавальні функції (3.6) і (3.7) ідентичні за своєю структурою, різниця між ними лише в числових значеннях відповідних параметрів. Тому індекси, які ідентифікують передаточні функції відповідних контурів керування, в подальших викладках опускаємо [61].

Отже,

$$W_{yx}(s) = \frac{r_{ob}(s)(C_0s + C_1)}{(q_{ob}(s) + C_0r_{ob}(s))s + C_1r_{ob}(s)},$$

де $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ – поліноми чисельника і знаменника передавальної функції (3.5) об'єкта.

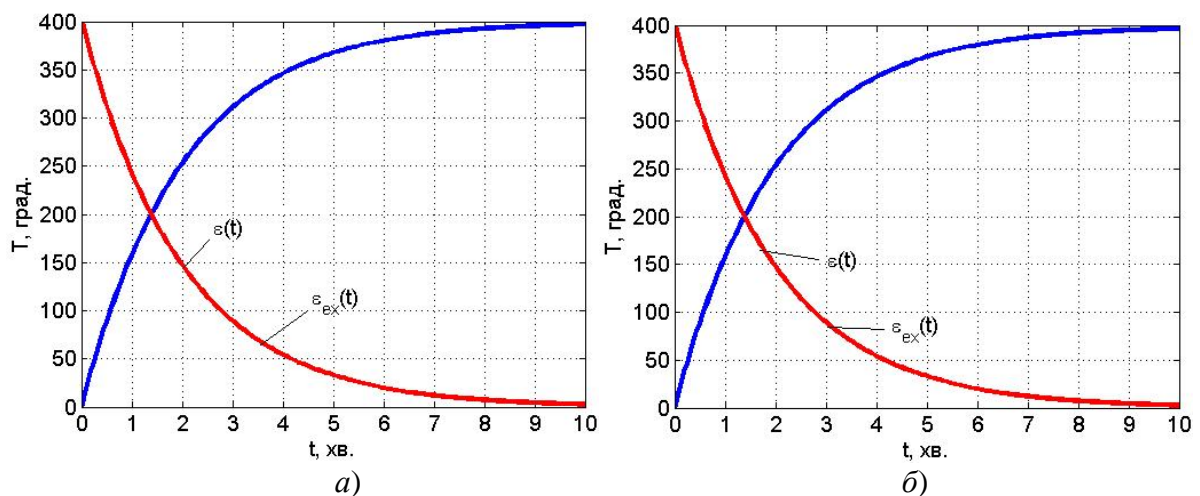
З врахуванням значень $r_{ob}(s)$ і $q_{ob}(s)$ будемо мати:

$$W_{yx}(s) = k \frac{b_0C_0s^3 + (b_1C_0 + b_0C_1)s^2 + (C_0 + b_1C_1)s + C_1}{a_0s^4 + (a_1 + b_0C_0k)s^3 + (a_2 + b_1C_0k + b_0C_1k)s^2 + (a_3 + C_0k + b_1C_1k)s + C_1k}.$$

За допомогою програмного забезпечення (додаток Г), розробленого в середовищі MatLab, визначені параметри налаштування ПІ-регуляторів як результат мінімізації узагальненого квадратичного критерію (3.41), а також побудовані графіки перехідних процесів (рис. 3.4) для контурів керування (3.5) і (3.6). Для оцінки відхилення перехідного процесу за похибкою $\varepsilon(t)$ від екстремального, який визначений формулою (3.45), набудовані графіки $\varepsilon(t)$ і $\varepsilon_{ex}(t)$ (рис. 3.4).

Були вибрані такі початкові дані: $x_0 = (10\ 10)^T$; бажаний час регулювання 9хв.; завдання регулятора $g = 400^\circ\text{C}$.

Ваговий коефіцієнт τ визначений із співвідношення (3.45). При вибраному значенні t_r мало місце таке співвідношення: $1,5 < \tau < 3$. Отже, $\tau = 2$.



**Рисунок 3.4 – Графіки перехідних процесів за каналами
«завдання регулятору – температура на виході»**

Рисунок 3.4а відтворює результати розрахунків для першого, а рисунок 3.4б – для другого контуру керування.

Результати розрахунків параметрів налаштування ПІ-регуляторів першого і другого контурів регулювання, а також час регулювання зведені у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Результати розрахунків параметрів налаштування ПІ-регуляторів і оцінка якості процесу керування [61]

Контури керування	C_0	C_1	Час регулювання, t_r , хв.	Відхилення похибки $\varepsilon(t)$ від екстремалі
Перший	3.4403e-01	7.6305e-02	9.9500	0
Другий	3.5765e-03	1.3624e-03	9.9500	8.4876e-01

Оцінка відхилення похибки керування $\varepsilon(t)$ від екстремалі $\varepsilon_{ex}(t)$ здійснювалась за такою формулою:

$$\delta = \max_i : (\varepsilon_i(t) - \varepsilon_{ex,i}(t)).$$

Таким чином, синтезована автономна система керування забезпечує незалежне керування двома контурами, які створюють необхідний температурний режим в муфельній печі [61]. Структурна схема такої системи зображена на рисунку 3.5, яка створена на основі рисунка 3.1 та матричного рівняння компенсатора

$$\begin{bmatrix} y_{c1}(s) \\ y_{c2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}(s) & -w_{12}(s) \\ -w_{21}(s) & w_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1}(s) \\ u_{r2}(s) \end{bmatrix},$$

З останнього співвідношення знаходимо

$$y_{c1}(s) = w_{11}(s)u_{r1}(s) - w_{12}(s)u_{r2}(s),$$

$$y_{c2}(s) = -w_{21}(s)u_{r1}(s) + w_{22}(s)u_{r2}(s),$$

де $u_{r1}(s)$, $u_{r2}(s)$ – сигнали на вході компенсатора (вихідні сигнали регулятора);

$y_{c1}(s)$, $y_{c2}(s)$ – сигнали на виході компенсатора;

$$w_{11}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)}; \quad w_{12}(s) = \frac{W_{12}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)};$$

$$w_{21}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{21}(s)}{\Delta(s)}; \quad w_{22}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)}.$$

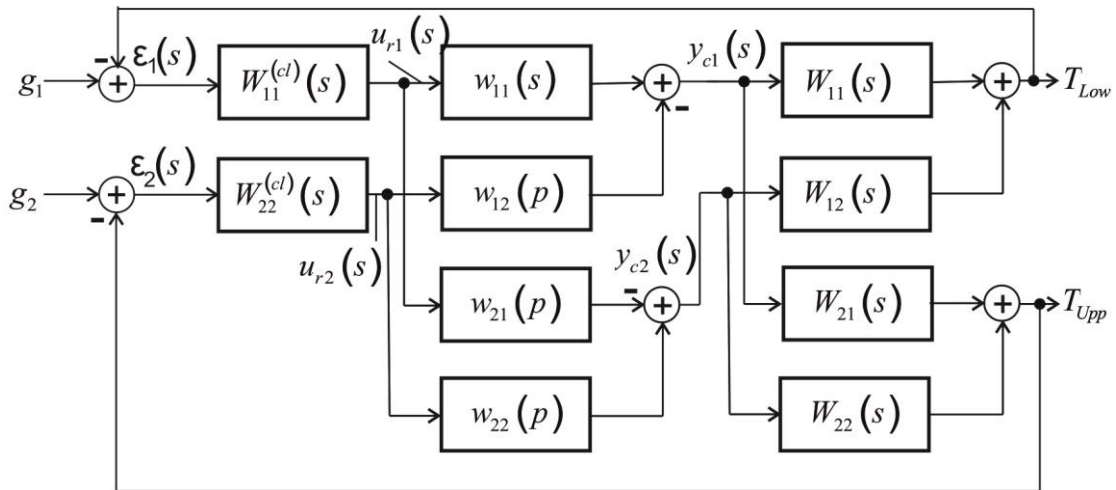


Рисунок 3.5 – Структурна схема автономної системи керування муфельною піччю

Передавальні функції $w_{ij}(s)$ мають однакові структури. Тому подальші викладки щодо їх властивостей будимо доводити без врахування індексації, яка вказує на приналежність передавальних функцій до відповідного каналу передачі вхідних сигналів [61].

Отже, (рис. 3.5) маємо добутки двох функцій, який ділиться на певний визначник:

$$w(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)}{\Delta(s)}.$$

Оскільки, у нашому випадку, порядки поліномів чисельника і знаменника передавальних функцій $W_1(s)$ і $W_2(s)$ відрізняються на одиницю, то степені відповідних поліномів у виразі $W_1(s)W_2(s)$ будуть такими: $2(n-1)$ і $2n$ ($n=3$). Неважко переконатись, що $\Delta(s)$ – це також відношення двох поліномів: степінь чисельника – $2(2n-1)$, а степінь знаменника $4n$.

$$\text{Нехай } W_1(s)W_2(s) = \frac{R_1(s)}{Q_1(s)}, \text{ а } \Delta(s) = \frac{R_2(s)}{Q_2(s)}. \text{ Тоді } w(s) = \frac{R_1(s)Q_2(s)}{R_2(s)Q_1(s)}. \text{ Звідси}$$

впливає, що степінь поліномів $R_1(s)Q_2(s)$ і $R_2(s)Q_1(s)$ рівні між собою.

Знайдемо, наприклад, степінь полінома $R_1(s)Q_2(s)$.

Отже, $\deg(R_1(s)Q_2(s)) = \deg(R_1(s)) + \deg(Q_2(s))$. Оскільки $\deg(R_1(s)) = 2(n-1)$ і $\deg(Q_2(s)) = 4n$, то $\deg(R_1(s)Q_2(s)) = 2n - 2 + 4n = 2(3n - 1)$.

Таким чином,

$$\deg(R_1(s)Q_2(s)) = \deg(R_2(s)Q_1(s)) = 2(3n - 1). \quad (3.46)$$

При обчисленні величин $R_1(s)$, $R_2(s)$, $Q_1(s)$ і $Q_2(s)$, а також $R_1(s)Q_2(s)$ і $R_2(s)Q_1(s)$ необхідно виконати множення двох поліномів.

У загальному випадку це добуток двох поліномів степені n і m . Позначимо їх так:

$$\eta_1(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}, \quad (3.47)$$

$$\eta_2(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^{m-j}. \quad (3.48)$$

Результатом множення поліномів (3.47) і (3.48) буде поліном [7]

$$\eta(s) = \sum_{k=0}^{n+m} c_k s^{n+m-k}$$

степені $n + m$, коефіцієнти якого обчислюють за такою формулою:

$$c_k = \sum_{r=0}^k a_r b_{k-r}, \quad k = \overline{0, n+m-1},$$

за умови, що $a_j = 0$ при $j > n$ і $b_j = 0$ при $j > m$.

Таким чином, для передавальних функцій компенсатора перехресних зв'язків виконується умова рівності степенів поліномів чисельника і знаменника, тобто передавальні функції $w_{ij}(s)$, $i, j = 1, 2$ можна фізично реалізувати [61].

3.4 Оцінка якості процесу керування температурним режимом муфельної печі за частотним критерієм

Синтезована система автономного керування температурним режимом муфельної печі є стійкою, оскільки перехідні характеристики системи з плином часу прямують до усталеного значення (рис. 3.4).

Стійка система повинна відповідати певним вимогам, перш за все, вона повинна мати бажані запаси стійкості за амплітудою і за фазою.

Оскільки, внаслідок застосування компенсатора перехресних зв'язків, отримали два незалежних контури керування з ідентичними за структурою передавальними функціями, то у подальшому дослідженні будемо опускали індекси, які ідентифікують відповідний контур керування.

Запас стійкості за амплітудою і за фазою оцінюють за ступенем наближення амплітудно-фазової характеристики розімкненої системи до критичної точки $(-1; j0)$.

Запас стійкості за амплітудою визначають [11] при фазовому зсуві $-\pi$. Ця величина визначає у скільки разів можна збільшити коефіцієнт передачі системи так, щоб амплітудно-фазова характеристика розімкненої системи (годограф Найквіста) пройшла через точку $(-1; j0)$.

Запас стійкості за фазою визначає [11] такий від'ємний фазовий зсув на частоті зрізу, при якій годограф Найквіста пройшов би через точку $(-1; j0)$.

Визначимо передавальну функцію розімкненої системи, яка включає в себе ПІ-алгоритми (3.29) або (3.30) і передавальну функцію об'єкта. У відповідності з формулою (3.31) будемо мати:

$$W_{os}(s) = \frac{(C_0s + C_1)r_{ob}(s)}{sq_{ob}(s)}.$$

Враховуючи значення $r_{ob}(s) = k(b_0s^2 + b_1s + 1)$ і $q_{os}(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1$, отримаємо:

$$W_{os}(s) = k \frac{b_0C_0s^3 + (b_1C_0 + b_0C_1)s^2 + (b_2C_0 + b_1C_1)s + b_2C_1}{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + s}. \quad (3.49)$$

За допомогою MatLab-функції `margin` побудовані логарифмічні характеристики, які зображені на рисунках 3.6 і 3.7.

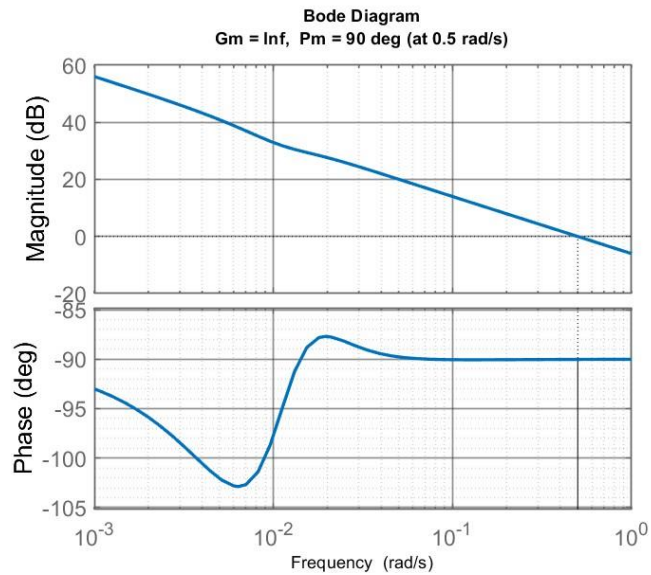


Рисунок 3.6 – Логарифмічні характеристики першого контуру керування

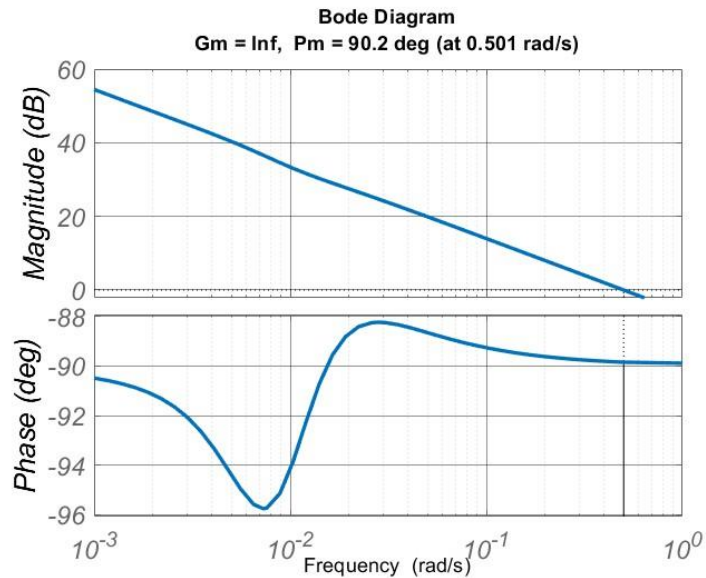


Рисунок 3.7 – Логарифмічні характеристики другого контуру керування

Для першого контуру отримали такі результати:

ЗАПАС СТІЙКОСТІ ЗА АМПЛІТУДОЮ І ФАЗОЮ

Запас за амплітудою, дБ

$G_m = \infty$

Запас за фазою, град.

$P_m = 8.9977e+01$

Для другого контуру маємо такий результат:

ЗАПАС СТІЙКОСТІ ЗА АМПЛІТУДОЮ І ФАЗОЮ

Запас за амплітудою, дБ

$G_m = \infty$

Запас за фазою, град.

$P_m = 9.0151e+01$

Наочне уявлення про частотні характеристики розімкненої системи (годограф Найквіста) зображено на рисунках 3.8 і 3.9, які побудовані для діапазону частот $\omega \in [-10; -0,01]$ і $\omega \in [0,01; 10]$.

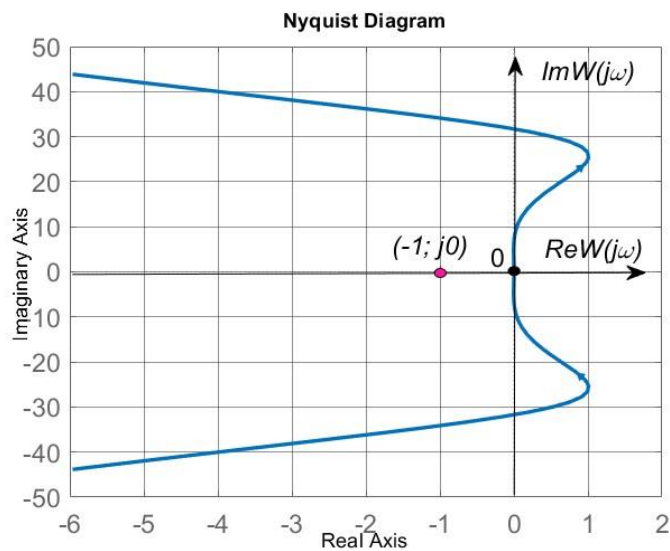


Рисунок 3.8 – Годограф Найквіста першого контуру системи

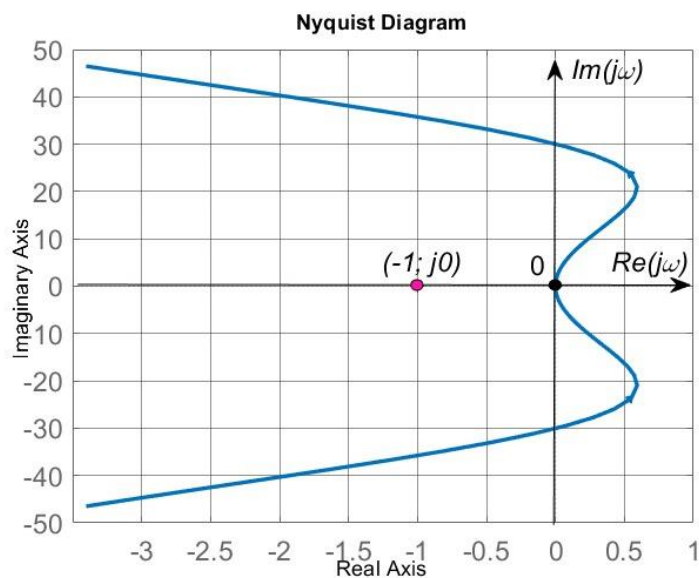


Рисунок 3.9 – Годограф Найквіста другого контуру системи

Таки чином, перший і другий контури керування автономної системи мають нескінченно великий запас стійкості за амплітудою. Запас стійкості за фазою для першого контуру складає $Pm_1 = 89,98$ град., а для другого контуру – $Pm_2 = 90,15$ град., що свідчить про досить високу ефективність спроектованої автономної системи.

У процесі експлуатації муфельної печі відбувається деградація нагрівальних елементів (тенів), змінює свої властивості термоізоляція, що може проявлятися через зміну параметрів передавальних функцій муфельної печі. Крім того на значення параметрів передавальних функцій впливають похибки вимірювань приладів, які використовувались для експериментального дослідження динаміки муфельної печі, похибки заокруглень тощо.

Метою подальшого дослідження є оцінка впливів неконтрольованих факторів на якісні показники автономної системи керування.

З огляду на ідентичні структури передавальних функцій першого і другого контурів керування, як і раніше, будемо нехтувати індексами, які ідентифікують відповідний контур керування.

Передавальна функція першого і другого контурів керування розімкненої автономної системи подана формулою (3.49).

Після уведення таких позначень; $B_0 = b_0C_0$; $B_1 = b_1C_0 + b_0C_1$; $B_2 = b_2C_0 + b_1C_1$; $B_3 = b_2C_1$, отримаємо:

$$W_{os}(s) = k \frac{B_0s^3 + B_1s^2 + B_2s + B_3}{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + s}. \quad (3.50)$$

Передавальну функцію (3.50) подамо як відношення двох поліномів:

$$W_{os}(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}.$$

Характеристичний поліном (3.50) розімкненої системи є таким:

$$Q(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^{n-i} \quad (3.51)$$

де $n = 4$, $a_4 = 0$.

Будемо вважати параметри характеристичного рівняння (3.51) нечіткими величинами з трикутною функцією належності [12].

Для врахування фактору нечіткості, при математичному описі об'єктів, необхідно над нечіткими величинами виконувати певні арифметичні операції. Процес виконання арифметичних операцій (додавання, віднімання, множення і ділення) стає можливим, якщо нечіткі числа визначити як числа $(L-R)$ – типу [53].

Нехай x нечітка величина $(L-R)$ – типу. Тоді її функція належності може бути подана як композиція L і R – функцій [13]

$$\mu_{L-R}(z) = \begin{cases} L\left(\frac{a_x - x}{\alpha_L}\right), & x \leq a_x, \\ R\left(\frac{x - a_x}{\alpha_R}\right), & x > a_x, \end{cases}$$

де $\alpha_L > 0$, $\alpha_R > 0$, – лівий і правий коефіцієнти нечіткості; a_x – модальне значення нечіткого числа.

Отже, нечітке число $(L-R)$ – типу однозначно визначається трійкою своїх параметрів $\langle a_x, \alpha_L, \alpha_R \rangle$ [53].

Відмітимо, що трикутна функція належності, яка симетрична відносно a_x є функцією $(L-R)$ – типу. Така функція є незручною для практичного використання, оскільки недиференційована в деяких точках із області визначення.

Тому трикутну функцію належності

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta}(x - a_x) + 1, & x \in [a_x - \Delta/2; a_x], \\ -\frac{2}{\Delta}(x - a_x) + 1, & x \in [a_x; a_x + \Delta/2]. \end{cases} \quad (3.52)$$

будемо апроксимувати гаусовою функцією [37, 75, 53]

$$\mu_G(x) = \exp\left(-\frac{(x - a_x)^2}{2\alpha^2}\right), \quad (3.53)$$

де Δ – інтервал невизначеності нечіткої величини x ; $\mu(a_x) = \mu_G(a_x) = 1$;

α – коефіцієнт концентрації нечіткої величини x [53].

Оскільки функції (3.52), (3.53) на кожному із інтервалів визначення – $x \in [a_x - \Delta/2; a_x]$ і $x \in [a_x; a_x + \Delta/2]$ монотонні, то при їх апроксимації такі функції матимуть не більше двох спільних точок [53]. Перша із них визначається значенням a_x , а друга буде мати місце, коли $x = x_a$. При такому значенні x буде мати місце співвідношення:

$$\mu(x_a) = \mu_G(x_a) = \theta. \quad (3.54)$$

Очевидно, що величина a_x не впливає на форму функцій належності (3.51) і (3.53), а лише визначає їх положення на осі абсцис. Тому значення a_x не впливає на точність апроксимації функції (3.52) функцією (3.53). Нехай $a_x = 0$. Тоді формули (3.52), (3.54) набудуть такого вигляду [37, 75, 53]:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta}x + 1, & x \in [-\Delta/2; 0], \\ -\frac{2}{\Delta}x + 1, & x \in [0; \Delta/2]. \end{cases} \quad (3.55)$$

і

$$\mu_G(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right). \quad (3.56)$$

Враховуючи те, що функції (3.55), (3.56) симетричні відносно початку координат, апроксимацію будемо здійснювати на інтервалі значень $x \in [0; \Delta/2]$.

Знайдемо $\mu(x_a)$ із рівняння (3.56) на інтервалі значень $x \in [0; \Delta/2]$. Маємо

$$\mu(x_a) = -\frac{2}{\Delta}x_a + 1.$$

Якщо врахувати умову (3.54), то будемо мати:

$$\theta = -\frac{2}{\Delta}x_a + 1.$$

Із останнього рівняння знаходимо:

$$x_a = \frac{(1-\theta)\Delta}{2}. \quad (3.57)$$

З врахуванням значення x_a , яке визначене формулою (3.57), функція належності (3.56) буде такою [53]:

$$\mu_G(x_a) = \exp\left(-\frac{(1-\theta)^2 \Delta^2}{8\alpha^2}\right).$$

Оскільки $\mu_G(x_a)=\theta$, то

$$\exp\left(-\frac{(1-\theta)^2 \Delta^2}{8\alpha^2}\right) = \theta.$$

Звідси знаходимо, що

$$\alpha^2 = -\frac{(1-\theta)^2 \Delta^2}{8 \ln \theta}, \quad (3.58)$$

де $0 < \theta < 1$.

Аналіз формули (3.58) показує [53], що коефіцієнт концентрації α функції належності (3.53) залежить від основи Δ трикутної функції належності і від значення ординати, яка визначається точкою перетину функцій належності (3.52) і (3.53) при $x \in [a_x - \Delta/2; a_x]$.

Оскільки Δ апіорі відома величина, то точність апроксимації функції (3.51) функцією (3.53) буде залежати від значення ординати θ .

Точність апроксимації визначимо [53] як суму квадратів відхилення ординат функції (3.56) від відповідних ординат функції (3.55)

$$E = \sum_{i=1}^N (\mu(x_i) - \mu_G(x_i))^2. \quad (3.59)$$

де $x_i \in [0; \Delta/(2iT)]$; T – крок дискретності; n – кількість ординат функції $\mu(x)$ на відріжку $x \in [0; \Delta/2]$.

Параметр θ виберемо із умови мінімуму виразу (3.59). Для цього у співвідношення (3.59) підставимо значення $\mu_G(x_i)$, яке визначено формулою (3.53). При цьому врахуємо значення величини α^2 за формулою (3.56). У результаті отримаємо [53]:

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^n \left(\mu_i - \exp\left(\frac{4x_i^2 \ln \theta}{(1-\theta)^2 \Delta^2}\right) \right)^2, \quad (3.60)$$

де $\mu_i = \mu(x_i)$.

Функція $E(\theta)$ – нелінійна і значення θ , яке мінімізує (3.60), можна знайти тільки числовим методом. Оскільки відомі числові методи знаходять лише локальний мінімум [14] на певному інтервалі зміни θ , то побудуємо графік функції $E(\theta)$ (рис. 3.10).

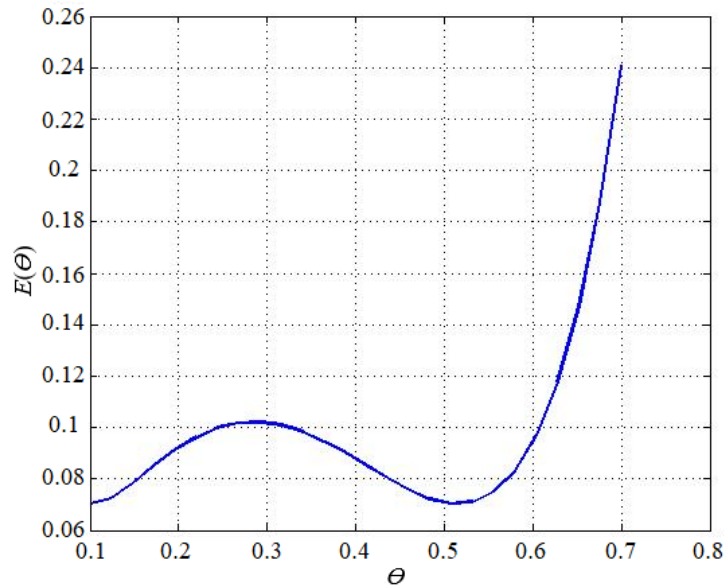


Рисунок 3.10 – Залежність похибки апроксимації від значення θ

Із графіка [53], який побудований для $\Delta=0,5$, видно, що функція (3.60) досягає свого найменшого значення на відрізку $\theta \in [0,5; 0,6]$. Для знаходження мінімуму функції (3.60) скористаємося методом золотого січення [15].

Були вибрані такі параметри програми [53]:

- початкова точка для пошуку інтервалу локального мінімуму – 0,4;
- похибка пошуку мінімуму функції (3.58) – 10^{-6} ;
- інтервал невизначеності нечіткої величини – 0,5.

У результаті отримали такий розв’язок задачі [53]:

$$\theta^*=0,5152; E(\alpha^*)=0,703.$$

Рисунок 3.11 ілюструє процес апроксимації функції (3.55) функцією (3.56). Із аналізу рисунку 3.11 випливає, що значення θ^* практично не залежить від значення інтервалу невизначеності Δ , а величина $E^*(\Delta)$ є монотонно зростаючою функцією, яка має лінійний характер [53].

Методом найменших квадратів були визначені коефіцієнти залежності [53]:

$$E^*(\Delta) = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta. \quad (3.61)$$

У результаті отримали – $\alpha_0=0,0026$ і $\alpha_1=0,1355$.

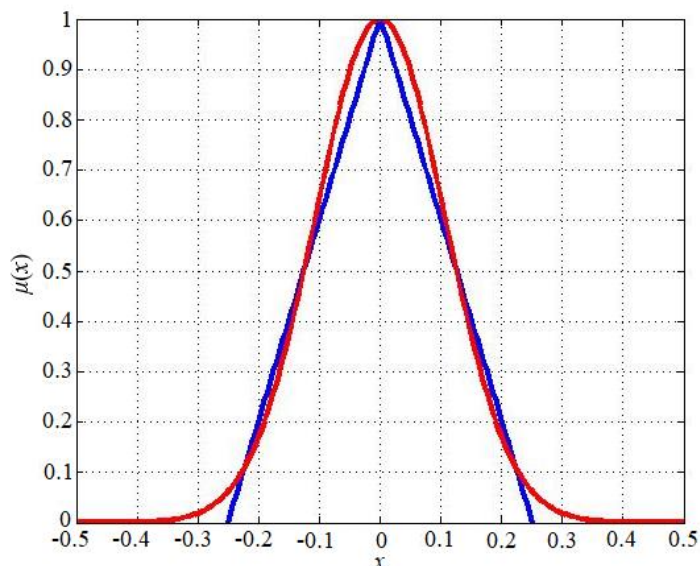


Рисунок 3.11 – Апроксимація трикутної функції гаусовою функцією належності

На рисунку 3.12 значками «o» відмічені значення, які отримані як результат розв’язування задачі мінімізації функції (3.59) («експериментальні» дані), а суцільна лінія побудована за рівнянням (3.60) [53].

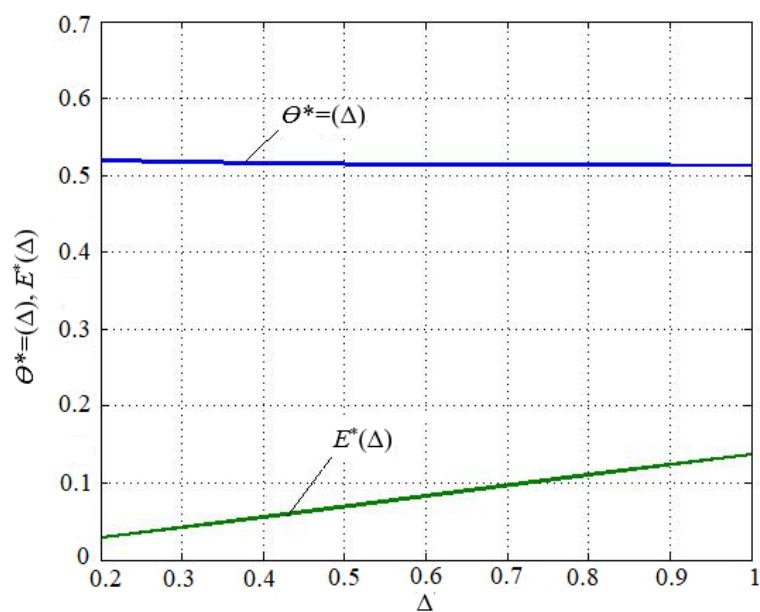


Рисунок 3.12 – Залежність $\Theta^*(\Delta)$ і $E^*(\Delta)$ і від зміни значення Δ

Фактично відбулося повний збіг «експериментальних» і розрахункових даних, про що свідчить значення похибки апроксимації, обчислене як сума квадратів відхилень розрахункових значень від відповідних «експериментальних» даних. Похибка апроксимації обчислювалась за такою формулою [53]:

$$\delta = \sum_{i=1}^N (E_i^* - E^*(\Delta_i))^2$$

і при $N=5$ склала – $\delta=5,9 \cdot 10^{-8}$.

Відмітимо, що у роботі [16] без обґрунтування на основі інтуїтивних міркувань, було вибране значення $\theta=0,5$, яке мало відрізняється від значення θ^* , яке отримано як результат розв'язання задачі мінімізації (3.59).

У формулі (3.51) – комплексна змінна s – чітка величина. Оскільки параметри характеристичного рівняння $a_i, i = \overline{0, n}$ нечіткі величини, то поліном $Q(s)$ буде також нечіткою величиною.

При виконанні операцій додавання гаусових нечітких чисел, а також множення на чітку величину гаусового нечіткого числа у результаті отримаємо гаусове нечітке число [17].

Отже, є всі підстави вважати, що $\hat{Q}(s)$ – нечітка величина з такою функцією належності:

$$\mu(Q) = \exp\left(-\frac{(\hat{Q}-a_q)^2}{2\alpha_q^2}\right), \quad (3.62)$$

де a_q, α_q , – модальне значення і коефіцієнт концентрації нечіткої величини Q .

Для знаходження параметрів a_q і α_q і функції належності (3.62) необхідні такі дії над нечіткими числами: додавання нечітких чисел і множення нечіткого числа на чітку величину [53].

Виходячи із правил виконання арифметичних операцій над нечіткими числами [13], адаптуємо їх для випадку гаусових функцій належності (3.53). Тоді будь-яке нечітке число буде характеризуватись двома параметрами – модальним значенням і коефіцієнтом нечіткості.

У роботі [18] доказано, що для операції обчислення суми нечітких чисел і множення нечіткого числа на чітке число здійснюється за такою формулою:

$$a_q = \sum_{i=0}^n \varphi_i \hat{a}_i, \quad \alpha_q = \sum_{i=0}^n \varphi_i \alpha_i. \quad (3.63)$$

Для випадку, що розглядається: $\varphi_i = s^{n-i}$, $i = \overline{0, n}$.

Додатково допускаємо, що виконуються необхідні умови стійкості лінійної (лінеаризованої) динамічної системи, тобто $a_i > 0$, $i = \overline{0, n}$.

Нехай γ – зріз для функції належності (3.61). Тоді

$$\exp\left(-\frac{(\hat{Q} - a_q)^2}{2\alpha_q^2}\right) = \gamma_q,$$

де $0 < \gamma_q \leq 1$.

Із останнього рівняння знаходимо

$$\hat{Q} = a_q + \alpha_q \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_q^2}}.$$

Значення γ – зрізу визначає ступінь «розмитості» нечіткої величини \hat{Q} . Зі збільшенням значення γ_q нечіткість функції \hat{Q} зменшується і при $\gamma_q = 1$ функція стає чіткою величиною і, навпаки, при зменшенні γ_q збільшується невизначеність в оцінці параметрів характеристичного полінома (3.51).

Якщо враховувати a_q і α_q і, які визначаються співвідношеннями (3.63), то отримаємо характеристичний поліном системи за умови, що параметри залежності (3.51) трактуються як нечіткі величини. Отже,

$$\hat{Q}(s) = \sum_{i=0}^n \hat{a}_i s^{n-i} + \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_q^2}} \sum_{i=0}^n \alpha_i s^{n-i},$$

або

$$\hat{Q}(s) = \sum_{i=0}^n (\hat{a}_i + a_q \alpha_i) s^{n-i}, \quad (3.64)$$

$$\text{де } a_\gamma = \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_q^2}}.$$

Оскільки всі параметри a_i характеристичного полінома (3.51) трактуються як нечіткі величини з трикутною функцією належності (3.52), які апроксимовані експоненціальною функцією (3.51), то α_i , $i = \overline{0, n}$ будемо обчислювати за формулою (3.57)

$$\alpha_i = \eta \Delta_{q,i}, \quad i = \overline{0, n}, \quad (3.65)$$

$$\text{де } \eta = (1 - \theta) \left(8 \ln \frac{1}{\theta} \right)^{-1/2}.$$

З врахуванням формули (3.65) характеристичне рівняння (3.64) набуде такого вигляду:

$$\hat{Q}(s) = \sum_{i=0}^n (\hat{a}_i + A_\gamma \Delta_{q,i}) s^{n-i}, \quad (3.66)$$

де $A_\gamma = a_\gamma \eta$.

$$\text{Якщо врахувати значення } a_\gamma \text{ і } \eta, \text{ то } A_\gamma = \frac{1}{2} (1 - \theta) \sqrt{\frac{\ln \gamma_q}{\ln \theta}}.$$

За аналогією з (3.62) визначимо функцію належності для полінома чисельника. Отже,

$$\mu(R) = \exp \left(- \frac{(\hat{R} - a_r)^2}{2\alpha_r^2} \right). \quad (3.67)$$

У формулі (3.67) a_r – модальне значення і α_r – коефіцієнт розмитості. Визначимо їх значення.

Оскільки параметри передавальної функції (3.48) нечіткі величини, то природньо допустити, що і параметри налаштування ПІ-регулятора C_0 і C_1 також нечіткі величини. Допускаємо, що C_0 і C_1 нечіткі величини з функцією належності гаусовського типу:

$$\mu(C_i) = \exp\left(\frac{(\hat{C}_i - a_{C,i})^2}{2\alpha_{C,i}^2}\right), \quad i = 0, 1,$$

інтервал невизначеності яких $\Delta_{C,i}$, $i = 0, 1$.

Виходячи із допущення, що параметри моделі (2.23) нечіткі величини визначимо значення B_i , $i = \overline{0,3}$.

Оскільки $B_0 = b_0 C_0$, то за правилом множення нечітких додатних чисел [13, 19] будемо мати:

$$b_0 C_0 = B_0 = \langle a_{B,0}, \alpha_{B,0} \rangle,$$

$$\text{де } a_{B,0} = \hat{b}_0 \hat{C}_0, \quad \alpha_{B,0} = \hat{C}_0 \alpha_{b,0} + \hat{b}_0 \alpha_{C,0}.$$

Ступені розмитості $\alpha_{b,0}$ і $\alpha_{C,0}$ обчислимо за формулою, яка аналогічна (3.64)

$$\alpha_{b,0} = \eta \Delta_{b,0} \quad \text{і} \quad \alpha_{C,0} = \eta \Delta_{C,0}.$$

З врахуванням знайдених значень $\alpha_{b,0}$ і $\alpha_{C,0}$, маємо:

$$\alpha_{B,0} = \eta (\hat{C}_0 \Delta_{b,0} + \hat{b}_0 \Delta_{C,0}). \quad (3.68)$$

Тепер знайдемо нечітку величину $B_1 = b_1 C_0 + b_0 C_1$. Позначимо: $\xi_1 = b_1 C_0$ і $\xi_2 = b_0 C_1$. Тоді за аналогією (3.68) можна записати:

$$\alpha_{\xi,1} = \eta (\hat{C}_0 \Delta_{b,1} + \hat{b}_1 \Delta_{C,0}), \quad (3.69)$$

$$\alpha_{\xi,2} = \eta (\hat{C}_1 \Delta_{b,0} + \hat{b}_0 \Delta_{C,1}). \quad (3.70)$$

Очевидно, що ξ_1 і ξ_2 нечіткі величини і за правилом додавання нечітких чисел [13] їх сума буде такою:

$$a_{B,1} = \hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_2,$$

$$\alpha_{B,1} = \alpha_{\xi,1} + \alpha_{\xi,2},$$

$$\text{де } \hat{\xi}_1 = \hat{b}_1 \hat{C}_0; \quad \hat{\xi}_2 = \hat{b}_0 \hat{C}_1.$$

Далі $B_2 = b_2 C_0 + b_1 C_1$. Позначимо: $\zeta_3 = b_2 C_0$ і $\zeta_4 = b_1 C_1$. Використовуючи

формулу, яка за структурою ідентична (3.68), отримали

$$\alpha_{\zeta,3} = \eta(\hat{C}_0\Delta_{b,2} + \hat{b}_2\Delta_{C,0}),$$

$$\alpha_{\zeta,4} = \eta(\hat{C}_1\Delta_{b,1} + \hat{b}_1\Delta_{C,1}).$$

Отже,

$$a_{B,2} = \hat{\zeta}_3 + \hat{\zeta}_4,$$

$$\alpha_{B,2} = \alpha_{\zeta,3} + \alpha_{\zeta,4},$$

де $\hat{\zeta}_3 = \hat{b}_2\hat{C}_0$, $\hat{\zeta}_4 = \hat{b}_1\hat{C}_1$.

I, на кінець, знаходимо: $a_{B,3} = \hat{b}_2\hat{C}_1$ $\alpha_{B,3} = \eta(\hat{C}_1\Delta_{b,2} + \hat{b}_2\Delta_{C,1})$.

Якщо γ_r зріз для функції належності (3.66), то

$$\hat{R} = a_r + \alpha_r \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_r^2}}. \quad (3.71)$$

Значення a_r і α_r обчислимо за формулами, які аналогічні виразам (3.63).

Отже,

$$a_r = \sum_{j=0}^m \hat{B}_j s^{m-j} \quad \text{і} \quad \alpha_r = \sum_{j=0}^m \alpha_{B,j} s^{m-j}. \quad (3.72)$$

Знайдені значення a_r і α_r підставимо в (3.71). У результаті отримаємо:

$$\hat{R} = \sum_{j=0}^m \hat{B}_j s^{m-j} + \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_r^2}} \sum_{j=0}^m \alpha_{B,j} s^{m-j}.$$

Останній вираз запишемо у такому вигляді:

$$\hat{R}(s) = \left(\sum_{j=0}^m \hat{B}_j + a_\gamma \alpha_{B,j} \right) s^{m-j}. \quad (3.73)$$

Оскільки (3.66) і (3.71) нечіткі величини, то і передавальна функція (3.51) буде також нечіткою величиною з такою функцією належності:

$$\mu(W) = \exp \left(- \frac{(\hat{W} - a_w)^2}{2\alpha_w^2} \right). \quad (3.74)$$

Знайдемо модальне значення a_w і величину розмитості α_w . Якщо маємо

відношення двох нечітких величин [13], то

$$a_w = \frac{b_r}{a_q}; \quad \alpha_w = \frac{a_q \alpha_r + b_r \alpha_q}{a_q^2}, \quad (3.75)$$

де a_q, b_r, α_q і α_r обчислюються за формулами (3.63), (3.72).

Якщо задатись γ_w зрізом, який характеризує ступінь нечіткості параметрів передавальної функції динамічної системи, то із рівняння (3.68) знайдемо:

$$\hat{W} = a_w + \alpha_w \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_w^2}}.$$

З врахуванням формул (3.74), матимемо:

$$\hat{W} = \frac{b_r}{a_q} + a_{w,\gamma} \frac{a_q \alpha_r + b_r \alpha_q}{a_q^2},$$

$$\text{де } a_{w,\gamma} = \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma_w^2}}.$$

Прийнявши до уваги значення a_q, b_r, α_q і α_r які обчислюються за формулами (3.64) і (3.72), отримаємо:

$$\hat{W}(s) = \frac{\sum_{j=0}^m \hat{B}_j s^{m-j}}{\sum_{i=0}^n \hat{a}_i s^{n-i}} + A_{w,\gamma} \frac{\sum_{i=0}^n \hat{a}_i s^{n-i} \sum_{j=0}^m \tilde{\alpha}_{r,j} s^{m-j} + \sum_{j=0}^m \hat{B}_j s^{m-j} \sum_{i=0}^n \Delta_{q,i} s^{n-i}}{\left(\sum_{i=0}^n \hat{a}_i s^{n-i} \right)^2}, \quad (3.76)$$

$$\text{де } n=4; m=3; A_{w,\gamma} = \frac{1}{2}(1-\theta) \sqrt{\frac{\ln \gamma_w}{\ln \theta}}; \quad \tilde{\alpha}_{B,0} = \hat{C}_0 \Delta_{b,0} + \hat{b}_0 \Delta_{C,0};$$

$$\tilde{\alpha}_{B,1} = \hat{C}_0 \Delta_{b,1} + \hat{C}_1 \Delta_{b,0} + \hat{b}_0 \Delta_{C,1} + \hat{b}_1 \Delta_{C,0}; \quad \tilde{\alpha}_{B,2} = \hat{C}_0 \Delta_{b,2} + \hat{C}_1 \Delta_{b,1} + \hat{b}_2 \Delta_{C,0} + \hat{b}_1 \Delta_{C,1};$$

$$\tilde{\alpha}_{B,3} = \hat{C}_1 \Delta_{b,2} + \hat{b}_2 \Delta_{C,1}.$$

Наведемо числовий експеримент, який ілюструє розроблений метод врахування нечіткості параметрів моделі при дослідженні автономної системи на стійкість з врахуванням нечіткості параметрів передавальних функцій об'єкта та нечіткості параметрів налаштування ПІ-регуляторів.

Параметри чисельника і знаменника передавальних функцій об'єкта (першого і другого контурів керування) розглядались як нечіткі числа.

Значення величини нечіткості для параметрів a_i , $i = \overline{0, n}$ і b_j , $j = \overline{0, m}$ ($n = 3$, $m = 2$) були взяті такими: $\Delta_{a,i} = \zeta_a^{n-i} \hat{a}_i$ і $\Delta_{a,j} = \zeta_b^{m-j} \hat{b}_j$, а значення інтервалів нечіткості для параметрів налаштування ПІ-регулятора обчислювались за такими формулами: $\Delta_{C,0} = \zeta_c C_0$ і $\Delta_{C,1} = \zeta_c C_1$.

За допомогою програмного забезпечення (додаток Д), написаного в середовищі MatLab, побудовані годографи Найквіста для першого і другого контурів керування автономної системи для двох випадків: $\gamma_w = 1$ (параметри передавальної функції (3.50) – чіткі числа); $\gamma_w = 0,25$, а також логарифмічні характеристики.

На рисунку 3.13 зображений годограф Найквіста для випадку, коли параметри передавальної функції чіткі числа і для випадку – нечітких чисел параметрів передавальної функції (3.50). Були вибрані такі значення вхідних даних алгоритму: $\zeta_a = 0,1$, $\zeta_b = 0,05$, $\zeta_{C,0} = 0,1$ і $\zeta_{C,1} = 0,2$.

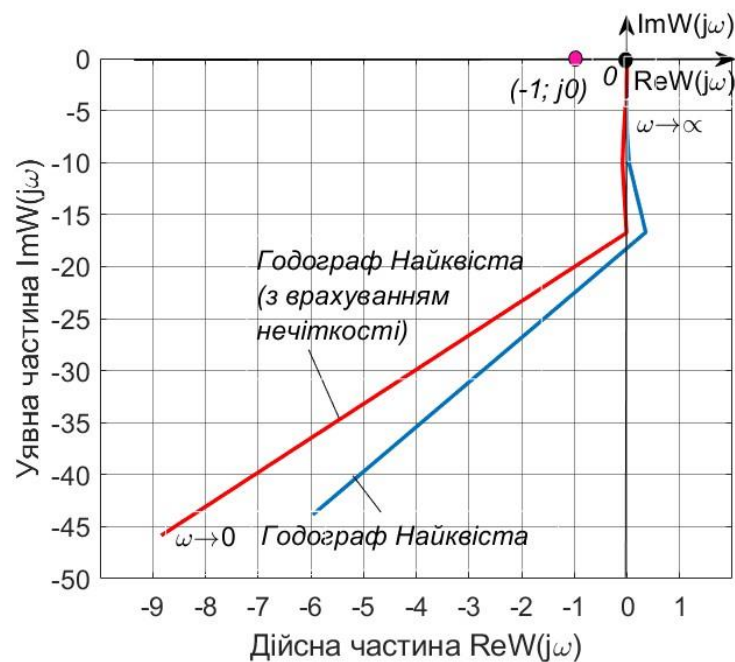


Рисунок 3.13 – Годографи Найквіста першого контуру

Рисунок 3.14 відтворює логарифмічні характеристики першого контуру, які побудовані за передавальною функцією (3.76), а також обчислені запаси

стійкості за амплітудою і фазою для двох випадків: параметри моделі (3.50) і параметри налаштування ПІ-регулятора нечіткі числа. Результат обчислень дав такі результати:

ЗАПАС СТІЙКОСТІ ЗА АМПЛІТУДОЮ І ФАЗОЮ

Запас за амплітудою, дБ

Gm=Inf Gm1=Inf

Запас за фазою, град.

Pm=8.9977e+01 Pm1=8.9908e+01

ЗМІНА ФАЗИ

Зміна фази DPm=6.9100e-02

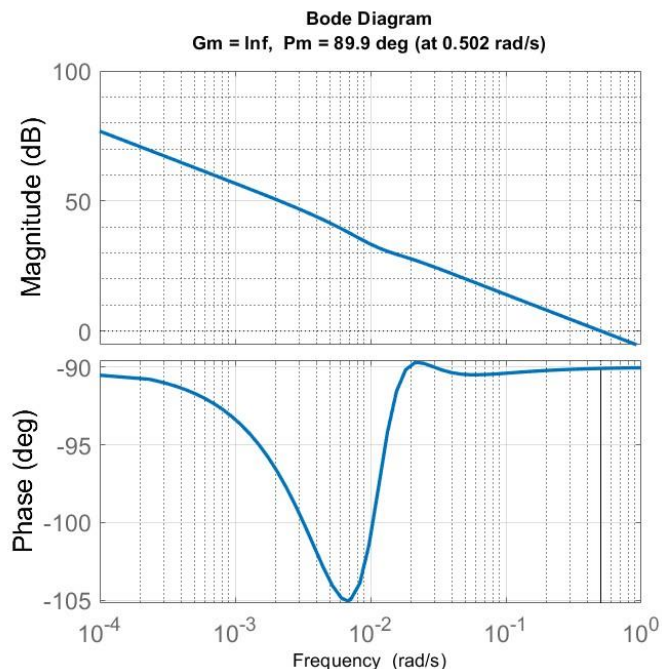


Рисунок 3.14 – Логарифмічні характеристики першого контуру

За аналогічною процедурою побудовані годограф Найквіста і логарифмічні характеристики другого контуру керування. Параметри вхідних даних алгоритму для другого контуру залишені без змін. Результат роботи програмного забезпечення зображений на рисунках 3.15 і 3.16.

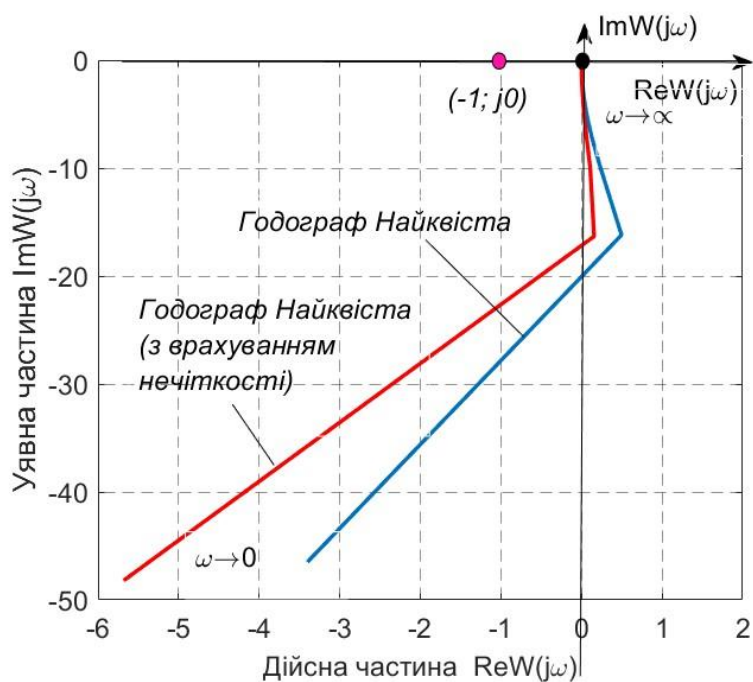


Рисунок 3.15 – Годографи Найквіста другого контуру

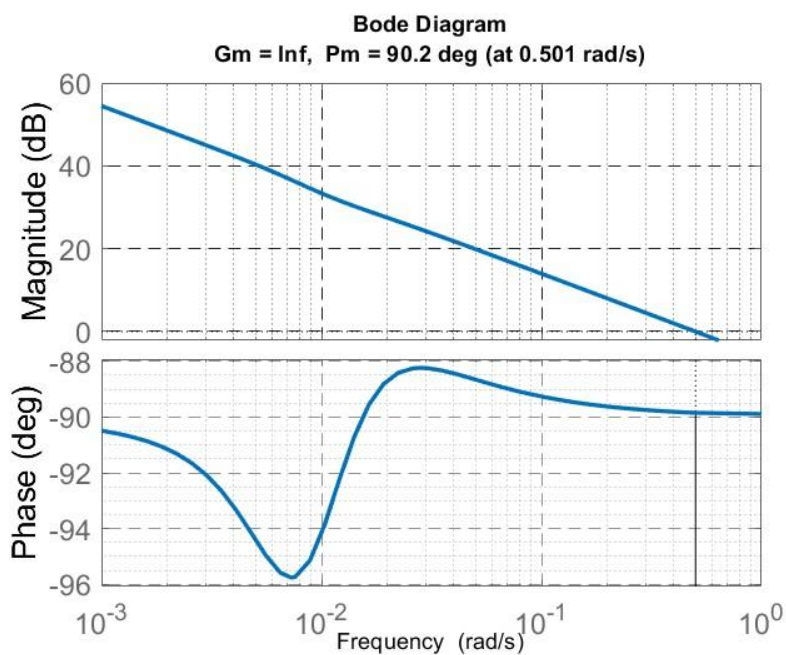


Рисунок 3.16 – Логарифмічні характеристики другого контуру

Для другого контуру також обчислено запас за амплітудою і за фазою. Результат таких обчислень наведений нижче:

ЗАПАС СТІЙКОСТІ ЗА АМПЛІТУДОЮ І ФАЗОЮ

Запас за амплітудою, дБ

$G_m = \text{Inf}$ $G_{m1} = \text{Inf}$

Запас за фазою, град.

$P_m = 9.0151e+01$ $P_{m1} = 9.0079e+01$

ЗМІНА ФАЗИ

Зміна фази $DP_m = 7.2753e-02$

Аналіз отриманих результатів показує, що внаслідок введення нечіткості у передавальну функцію (3.49) і у ПІ-алгоритм запас стійкості за амплітудою не змінився, а запас стійкості за фазою змінився незначно, що пояснюється незначною різницею між частотними характеристиками першого і другого контурів на високих частотах, які побудовані за формулами (3.49) і (3.75).

Висновки до розділу

1. Синтезована автономна система автоматичного керування температурним режимом муфельної печі, яка дає змогу «ліквідувати» перехресні зв'язки і отримати дві незалежні одноконтурні системи керування [61].

2. Розроблено програмне забезпечення у середовищі MatLab, за допомогою якого обчислені параметри налаштування ПІ- та ПІД-регуляторів з використанням узагальненого критерія мінімізації похибки неузгодженості для кожного із двох контурів керування та побудовані графіки перехідних процесів для першого і другого контуру керування. Показано, що при застосуванні ПІ-регуляторів перерегулювання відсутнє, а час регулювання становить 9.95 хв. як для першого, так і для другого контуру керування [61].

3. Для оцінки відхилення похибки неузгодженості від екстремалі побудовані графіки перехідних процесів таких похибок і встановлено, що при застосуванні ПІД-регуляторів таке відхилення відповідно становить $4.7121e-01$ і $5.9701e-01$; при використанні ПІ-регулятора маємо: для першого контуру

відхилення немає, а для другого контуру відхилення становить $8.4876e-01$ (у безрозмірних одиницях) [61].

4. Встановлено: у тому випадку, коли порядок полінома чисельника передавальної функції об'єкта керування менше на одиницю від порядку полінома знаменника, використання ПД-регулятора недоцільно, оскільки це спричиняє стрибкоподібну зміну регульованої величини у початковий момент часу, що може призвести до різкого збільшення потужності, яка підводиться до тенів від джерела живлення.

5. Знайдені передавальні функції перехресних зав'язків і на цій основі синтезована структурна схема автономної системи керування температурним режимом муфельної печі, що дало змогу отримати формулу для обчислення порядку полінома передавальної функції компенсатора і сформулювати задачу подальших досліджень щодо апаратурної реалізації цифрового компенсатора перехресних зав'язків [61].

6. Проведено апроксимацію трикутної функції гаусовою функцією належності. Методом найменших квадратів визначено коефіцієнти залежності похибки апроксимації від інтервалу невизначеності нечіткої величини, що складають – $\alpha_0=0,0026$ і $\alpha_0=0,1355$. Похибка апроксимації дорівнює $\delta=5,9 \cdot 10^{-8}$ [53].

7. Отримано формули для обчислення характеристичного полінома і передавальної функції розімкненої системи з врахування нечіткості їх параметрів. Це дало змогу встановити, що врахування нечіткості параметрів передавальної функції не вплинуло на стійкість замкненої системи [51]. Запас стійкості за амплітудою не змінився, а за фазою змінився незначно, що пояснюється незначною різницею між частотними характеристиками першого і другого контурів на високих частотах, які побудовані за формулами (3.50) і (3.76).

РОЗДІЛ 4

СИНТЕЗ КОМПЕНСАТОРА ПЕРЕХРЕСНИХ ЗВ'ЯЗКІВ АВТОНОМНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ

4.1 Математична модель компенсатора перехресних зв'язків

Структурна схема компенсатора зображена на рисунку 4.1, а параметри передавальних функцій муфельної печі як об'єкта автоматичного керування вміщує таблиця 2.4.

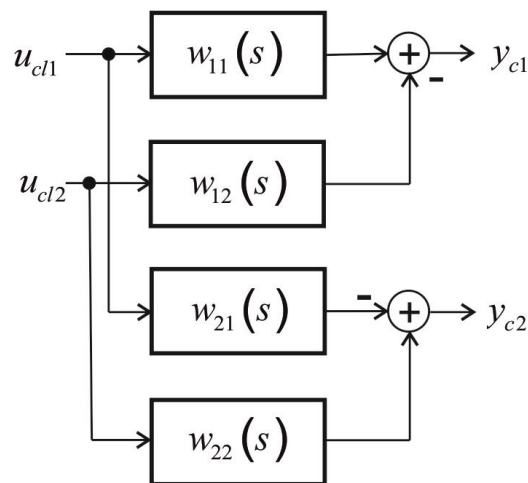


Рисунок 4.1 – Структурна схема компенсатора перехресних зв'язків

На рисунку 4.1 u_{cl1} і u_{cl2} – вихідні сигнали регуляторів, а y_{c1} і y_{c2} – виходи компенсатора, які є командними сигналами, що поступають на об'єкт керування.

Передавальні функції компенсатора $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ обчислюють [60] за такими формулами:

$$w_{11}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)}; \quad w_{12}(s) = -\frac{W_{12}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)};$$

$$w_{21}(s) = -\frac{W_{21}(s)W_{11}(s)}{\Delta(s)}; \quad w_{22}(s) = \frac{W_{11}(s)W_{22}(s)}{\Delta(s)},$$

де $\Delta(s) = W_{11}(s)W_{22}(s) - W_{12}(s)W_{21}(s)$.

У розділі 3 показано [61], що порядки поліномів чисельників і знаменників передавальних функцій $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ компенсатора мають однакові порядки і дорівнюють $2(3n-1)$, де n – порядок передавальних функцій $W_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$. Як випливає із таблиці 2.4 усі передавальні функції об'єкта мають однакові порядки і $n = 3$.

За допомогою програмного забезпечення (додаток Е), розробленого в середовищі MatLab, отримані передавальні функції компенсатора перехресних зв'язків. Коефіцієнти передавальних функцій компенсатора $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ для відповідних каналів передачі сигналів наведені у таблицях 4.1 – 4.3 [73, 76].

Таблиця 4.1 – Параметри коректора по каналу $w_{11}(s) = w_{22}(s)$

i,k	b_i	a_k	i,k	b_i	a_k
0	3.752e36	1.53e36	9	2.269e22	5.466e21
1	4.807e35	1.856e35	10	1.752e20	3.96e19
2	3.016e34	1.101e34	11	1.09e18	2.306e17
3	1.225e33	4.229e32	12	5.349e15	1.059e15
4	3.597e31	1.173e31	13	2.007e13	3.711e12
5	8.081e29	2.486e29	14	5.431e10	9.366e09
6	1.435e28	4.16e27	15	9.493e07	1.523e07
7	2.053e26	5.601e25	16	8.095e04	1.206e04
8	2.389e24	6.128e23			

Таблиця 4.2 – Параметри коректора по каналу $w_{12}(s)$

i,k	b_i	a_k	i,k	b_i	a_k
0	-1.597e36	4.367e36	9	- 8.863e21	8.489e21
1	- 2.057e35	4.912e35	10	- 6.688e19	5.778e19
2	- 1.291e34	2.711e34	11	- 4.055e17	3.163e17
3	- 5.224e32	9.704e32	12	- 1.938e15	1.365e15
4	- 1.523e31	2.514e31	13	- 7.064e12	4.492e12
5	-3.385e29	4.985e29	14	- 1.855e10	1.064e10
6	- 5.93e27	7.815e27	15	- 3.142e07	1.625e07
7	- 8.346e25	9.869e25	16	-25932	1.206e04
8	- 9.531e23	1.014e24			

Таблиця 4.3 – Параметри коректора по каналу $w_{21}(s)$

i,k	b_i	a_k	i,k	b_i	a_k
0	-8.053e36	8.267e35	9	- 5.447e22	4.262e21
1	- 1.039e36	1.05e35	10	- 4.273e20	3.203e19
2	- 6.58e34	6.511e33	11	- 2.699e18	1.934e17
3	- 2.702e33	2.609e32	12	- 1.346e16	9.205e14
4	- 8.03e31	7.541e30	13	- 5.123e13	3.341e12
5	-1.828e30	1.664e29	14	- 1.406e11	8.733e09
6	- 3.292e28	2.896e27	15	- 2.491e08	1.471e07
7	- 4.779e26	4.053e25	16	-2.15e05	1.206e04
8	- 5.647e24	4.605e23			

Математичну модель компенсатора (рис. 4.1) запишемо у матрично-векторній формі

$$\begin{bmatrix} y_{c1}(s) \\ y_{c2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}(s) & w_{12}(s) \\ w_{21}(s) & w_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{c1}(s) \\ u_{c2}(s) \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Із рівняння (4.1) знаходимо

$$y_{c1}(s) = w_{11}(s)u_{c1}(s) + w_{12}(s)u_{c2}(s),$$

$$y_{c2}(s) = w_{21}(s)u_{c1}(s) + w_{22}(s)u_{c2}(s).$$

Для лінійних систем справедливий принцип суперпозиції. Тому

$$y_{c1}(t) = y_{11}(t) + y_{12}(t), \quad (4.2)$$

$$y_{c2}(t) = y_{22}(t) + y_{21}(t), \quad (4.3)$$

де $y_{11}(t) = L^{-1}[w_{11}(s)u_{c1}(s)]$; $y_{12}(t) = L^{-1}[w_{12}(s)u_{c2}(s)]$;

$y_{22}(t) = L^{-1}[w_{22}(s)u_{c2}(s)]$; $y_{21}(t) = L^{-1}[w_{21}(s)u_{c1}(s)]$.

Символом L^{-1} позначено зворотнє перетворення Лапласа.

На рисунку 4.2 зображені графіки функцій $y_{c1}(t)$ і $y_{c2}(t)$, які побудовані за допомогою програмного забезпечення (додаток Ж), створеного в середовищі MatLab. На всі входи компенсатора подавався одиничний стрибкоподібний

сигнал. Тому $u_{c1}(s) = u_{c2}(s) = \frac{1}{s}$.

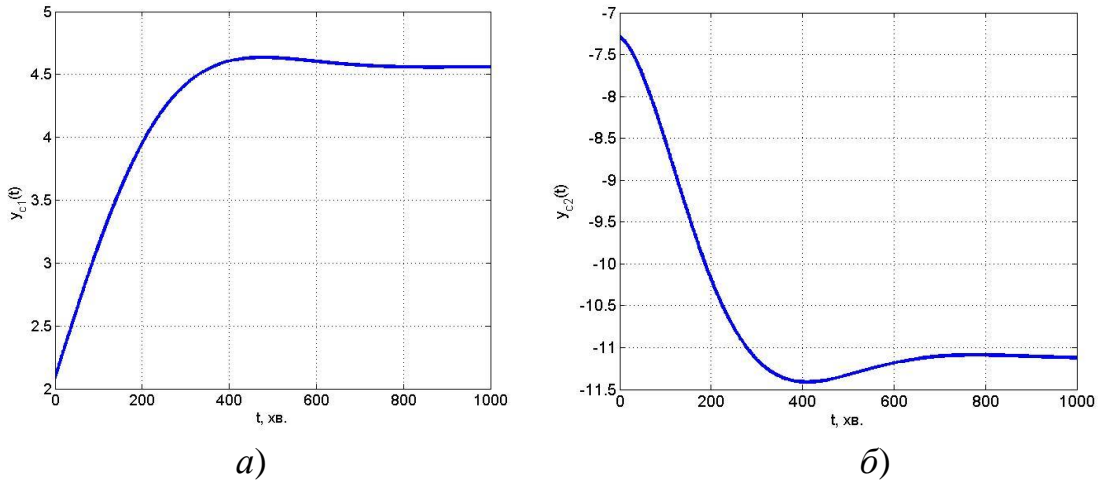


Рисунок 4.2 – Графіки залежностей $y_{c1}(t)$, а і $y_{c2}(t)$, б

Як видно із рис. 4.2, сигнал на першому виході компенсатора зростає, а на другому – зменшується, що є умовою для компенсації перехресних зв'язків.

4.2 Метод реалізації компенсатора перехресних зв'язків

Компенсатори перехресних зв'язків з передавальними функціями $w_{ij}(s)$ можна реалізувати на цифрових спеціалізованих обчислювальних пристроях або промислових контролерах, але важливо при цьому, забезпечити їхню адекватність аналоговому варіанту. Особливістю цифрових коректорів є представлення їх вхідних та вихідних сигналів у вигляді ґратчастих функцій з постійним кроком дискретизації. З цією метою подамо передавальні функції $w_{ij}(s)$ у термінах Z-перетворення [73].

Можливі декілька варіантів реалізації дискретних коректорів, які відрізняються структурами представлення передатних функцій для реалізації:

– пряма форма $w(z)$;

– каскадна (послідовна) структура $w(z) = \prod_{k=1}^L H_k(z)$ з бікватратними секціями 2-го порядку $H_k(z)$. Секції утворюються після попарного об'єднання за певними правилами полюсів та нулів $w(z)$;

– паралельна структура $w(z) = C + \sum_{k=1}^L H_k(z)$ з секціями $H_k(z)$ першого та другого порядку. Секції утворюються після розкладу $w(s)$ на прості множники, з наступним переходом в Z -область та об'єднання комплексно-спряжених полюсів [73].

Каскадна та паралельна структура представлення коректора (фільтра) мають практичне застосування при реальній реалізації на локальних контролерах в умовах обмеженої розрядності процесора. Вони забезпечують вищу точність при округленні коефіцієнтів, проміжних результатів обчислення та уникнення переповнення акумуляторів обчислення сум у порівнянні з прямою реалізацією. Розглянемо детальніше метод отримання паралельної структури передавальної функції дискретного коректора [73].

У третьому розділі доказано: якщо передавальні функції об'єкта по каналам «вхід-вихід» є однотипними і мають порядок n , то передавальні функції компенсатора $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ будуть мати порядок, який обчислюється за такою формулою:

$$\deg(w_{ij}(s)) = 2(3n - 1), \quad i = j = 1, 2.$$

Оскільки передавальні функції компенсатора $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ мають однакові структури, то в подальших викладках опускаємо індекси, які визначають належність відповідної передавальної функції до певного каналу передачі сигналу. Тому в подальшому будемо розглядати передавальну функцію $w(s)$ як відношення двох поліномів – чисельника $R(s) = \sum_{j=0}^n b_j s^{n-j}$ і знаменника $Q(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}$, які мають однакові порядки n ($n = 16$).

У тому випадку, коли передавальна функція – це відношення двох поліномів і $m = n$, де $m = \deg R(s)$ і $n = \deg Q(s)$, виділимо цілу частину

відношення $\frac{R(s)}{Q(s)}$ і «залишок», який є також відношенням двох поліномів [73].

Отже,

$$w(s) = \left[\frac{R(s)}{Q(s)} \right] + \frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)}, \quad (4.4)$$

де $\left[\frac{R(s)}{Q(s)} \right]$ – ціла частина відношення двох поліномів $\frac{R(s)}{Q(s)}$; $\mathfrak{R}(s)$ – поліном

степені $n-1$, отриманий у результаті ділення.

Виконавши ділення полінома $R(s)$ на поліном $Q(s)$, прийшли до такого результату:

$$\left[\frac{R(s)}{Q(s)} \right] = \frac{b_0}{a_0}, \quad (4.5)$$

$$\mathfrak{R}(s) = \sum_{j=1}^n \left(b_j - \frac{b_0}{a_0} a_j \right) s^{n-j}. \quad (4.6)$$

Другий доданок у правій частині формули (4.4) розкладемо на прості множники, тобто

$$\frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)} = \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{s - s_i}. \quad (4.7)$$

У формулі (4.7) r_i залишки, які для простих коренів s_i , $i = \overline{1, n}$ характеристичного полінома $Q(s)$, обчислюють за таким співвідношенням:

$$r_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s - s_i) \frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.8)$$

Поліном $Q(s)$ запишемо як добуток простих множників

$$Q(s) = a_0 \prod_{k=1}^n (s - s_k),$$

де s_k – прості полюси передавальної функції, серед яких можуть бути комплексно-спряжені.

Отже, коефіцієнти r_i розкладу (4.7) можна обчислити за такою формулою:

$$r_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s - s_i) \frac{\mathfrak{R}(s)}{a_0 \prod_{k=1}^n (s - s_k)}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Поліном $Q(s)$ запишемо у такій формі:

$$Q(s) = a_0 (s - s_i) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (s - s_k).$$

Тоді

$$r_i = \frac{\mathfrak{R}(s_i)}{a_0 \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (s_i - s_k)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.9)$$

Врахування формули (4.6) дає змогу вираз (4.9) подати у такому вигляді:

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^n \left(b_j - \frac{b_0}{a_0} a_j \right) s_i^{n-j}}{a_0 \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (s_i - s_k)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.10)$$

Оскільки у виразах $w(s)$ і $\frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)}$ однакові знаменники, то формули для

знаходження коефіцієнтів r_i від виразів $w(s)$ і $\frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)}$ будуть відрізнятись лише чисельниками.

Тому візьмемо до уваги чисельник у формулі (4.4), який будемо обчислювати при значенні $s = s_i$:

$$\mathfrak{R}(s) = \sum_{j=1}^n \left(b_j - \frac{b_0}{a_0} a_j \right) s_i^{n-j}.$$

Враховуючи те, що операція взяття суми – лінійна операція, будемо мати [73]:

$$\mathfrak{R}(s) = \sum_{j=1}^n b_j s_i^{n-j} - \frac{b_0}{a_0} \sum_{j=1}^n a_j s_i^{n-j}. \quad (4.11)$$

Другий доданок, у правій частині формули (4.11), подамо у такому вигляді:

$$\frac{b_0}{a_0} \sum_{j=1}^n a_j s_i^{n-j} = \frac{b_0}{a_0} \left(\sum_{j=1}^n a_j s_i^{n-j} + a_0 s_i^n - a_0 s_i^n \right) = \frac{b_0}{a_0} \left(\sum_{j=0}^n a_j s_i^{n-j} - a_0 s_i^n \right). \quad (4.12)$$

Оскільки s_i – корінь рівняння $Q(s) = 0$, то $Q(s_i) = \sum_{j=0}^n a_j s_i^{n-j} = 0$.

Враховуючи останню обставину, вираз (4.12) набуде такого значення:

$$\frac{b_0}{a_0} \sum_{j=1}^n a_j s_i^{n-j} = -b_0 s_i^n.$$

Підстановка отриманого значення для виразу $\frac{b_0}{a_0} \sum_{j=1}^n a_j s_i^{n-j}$ у формулу (4.11), дає такий результат:

$$\mathfrak{R}(s) = \sum_{j=1}^n b_j s_i^{n-j} + b_0 s_i^n = \sum_{j=0}^n b_j s_i^{n-j}.$$

Отримане значення $\mathfrak{R}(s)$ підставимо у вираз (4.9). У результаті отримаємо

$$r_i = \frac{\sum_{j=0}^n b_j s_i^{n-j}}{a_0 \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (s_i - s_k)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.13)$$

Таким чином, отримаємо таку формулу для розкладу передавальної функції $w(s)$ для випадку, коли $\deg R(s) = \deg Q(s) = n$:

$$w(s) = r_0 + \sum_{j=1}^n \frac{r_j}{s - s_j}, \quad (4.14)$$

де $r_0 = \frac{b_0}{a_0}$; r_j обчислюється за формулою (4.13).

На відміну від MatLab residue-функції, яка заснована на діленні полінома чисельника на поліном знаменника з наступним виділенням залишку $\frac{\mathfrak{R}(s)}{Q(s)}$, до

якого застосовують процедуру обчислень r_i за формулою (4.8), розроблений алгоритм не вміщує операції ділення полінома $R(s)$ на $Q(s)$ [73].

Формулу (4.14) запишемо у такому еквівалентному вигляді:

$$r_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s - s_i) w(s), \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.15)$$

Як впливає із рисунку 4.2 функції $y_{c1}(t)$ і $y_{c2}(t)$ мають коливний згасаючий характер. Це означає, що серед полюсів передавальної функції $w(s)$ є комплексно-спряжені.

Допустимо, що серед полюсів передавальної функції $w(s)$ є n_r дійсних коренів, а $n - n_r$ – це комплексно-спряжені корені.

Як показує рисунку 4.2 сигнали на виході компенсатора з плином часу прямують до постійного значення. Це означає, дійсні частини полюсів передавальної функції $w(s)$ є від'ємними числами (полюси функції $w(s)$ є лівими).

У випадку комплексно-спряжених полюсів, як це впливає із формули (4.13), коефіцієнти розкладу r_i , $i = \overline{1, n - n_r}$ також будуть комплексно-спряженими.

Позначимо дійсні корені полінома $Q(s)$ через $s_j = -\sigma_j$, $j = \overline{1, n_r}$, а для комплексно-спряжених введемо такі позначення: $s_i = -\alpha_i \pm j\beta_i$, $i = \overline{1, (n - n_r)/2}$.

Тоді $r_i = \eta_i \pm j\mu_i$, $i = \overline{1, (n - n_r)/2}$.

З врахуванням значень полюсів s_k і s_i та формули (4.15), отримаємо

$$r_j = \lim_{s \rightarrow -\sigma_j} (s - s_j) w(s), \quad j = \overline{1, n_r}, \quad (4.16)$$

$$r_i = \lim_{s \rightarrow -\alpha_i + j\beta_i} (s - s_i) w(s) + \lim_{s \rightarrow -\alpha_i - j\beta_i} (s - s_i) w(s), \quad i = \overline{1, (n - n_r)/2}. \quad (4.17)$$

Якщо прийняти до уваги формули (4.16) і (4.17), то вираз (4.14) набуде такого значення:

$$w(s) = r_0 + \sum_{j=1}^{n_r} \frac{r_j}{s + \sigma_j} + \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} \frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i}. \quad (4.18)$$

У формулі (4.18) кожний доданок слід розглядати як деяку передавальну функцію, для яких знайдемо Z – перетворення за умови, що на вході кожного із елементів, як описуються передавальними функціями $w_j(s)$, $k = \overline{1, n_r}$ і $w_i(s)$, $i = \overline{1, (n-n_r)/2}$, розміщений фіксатор нульового порядку [73].

Нехай $w(s)$ передавальна функція, яка задана як відношення двох поліномів $R(s)$ і $Q(s)$, і має місце таке співвідношення: $\deg(R(s)) \leq \deg(Q(s))$. Тоді [49]

$$w(z) = (1 - z^{-1}) \sum_{k=1}^{n_p} \text{Res} \left[\frac{w(s)}{s} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1} e^{st_0}} \right]_{s=s_k}, \quad (4.19)$$

де n_p – кількість коренів рівняння $sQ(s) = 0$.

Співвідношення (4.18) показує, що рівняння $sQ(s) = 0$ має тільки один простий корінь $s_1 = 0$. Знайдемо лишок для значення $s_1 = 0$. Отже,

$$\text{Res} \left[\frac{w(s)}{s} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1} e^{st_0}} \right]_{s=0} = \lim_{s \rightarrow 0} w(s) \cdot \frac{1}{1 - z^{-1} e^{st_0}} = \frac{w(0)}{1 - z^{-1}}.$$

З врахуванням отриманого результату формула (4.19) набуде такого вигляду:

$$w(z) = w(0) + (1 - z^{-1}) \sum_{k=1}^{n_p-1} \text{Res} \left[\frac{w(s)}{s} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1} e^{st_0}} \right]_{s=s_k}. \quad (4.20)$$

Використовуючи формулу (4.20), знайдемо

$$Z \left[\frac{r_j}{s + \sigma_j} \right] = \frac{r_j (1 - \theta_j) z^{-1}}{\sigma_j (1 - \theta_j z^{-1})}, \quad (4.21)$$

де $\theta_j = e^{-\sigma_j t_0}$; t_0 – час дискретності.

У відповідності з формулою (4.18) та, враховуючи значення $r_i = \eta_i \pm j\mu_i$, $i = \overline{1, (n-n_r)/2}$, $s_1 = -\alpha_i + j\beta_i$ і $s_2 = -\alpha_i - j\beta_i$, де $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i > 0$, матимемо

$$\frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i} = \frac{\eta_i + j\mu_i}{s - (-\alpha_i + j\beta_i)} + \frac{\eta_i - j\mu_i}{s - (-\alpha_i - j\beta_i)}, \quad i = \overline{1, (n-n_r)/2}. \quad (4.22)$$

У формулі (4.21) знайдемо Z -перетворення від кожного доданку. За формулою (4.20) знаходимо Z -перетворення від першого

$$Z \left[\frac{\eta_i + j\mu_i}{s - (-\alpha_i + j\beta_i)} \right] = \left[\frac{\eta_i + j\mu_i}{\alpha_i - j\beta_i} + (1 - z^{-1}) \frac{\eta_i + j\mu_i}{(-\alpha_i + j\beta_i)(1 - (\varphi_{i,1} + j\varphi_{i,2})z^{-1})} \right]$$

і від другого доданків

$$Z \left[\frac{\eta_i - j\mu_i}{s + \alpha_i + j\beta_i} \right] = \left[\frac{\eta_i - j\mu_i}{\alpha_i + j\beta_i} + (1 - z^{-1}) \frac{\eta_i - j\mu_i}{(-\alpha_i - j\beta_i)(1 - (\varphi_{i,1} - j\varphi_{i,2})z^{-1})} \right],$$

де $\varphi_{i,1} = \theta_{1,i} \cos(\beta_i t_0)$; $\varphi_{i,2} = \theta_{1,i} \sin(\beta_i t_0)$; $\theta_{1,i} = e^{-\alpha_i t_0}$.

Враховуючи лінійність Z -оператора, маємо:

$$Z \left[\frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i} \right] = \frac{\eta_i - j\mu_i}{\alpha_i + j\beta_i} + \frac{\eta_i + j\mu_i}{\alpha_i - j\beta_i} + (1 - z^{-1}) \left[\frac{\eta_i + j\mu_i}{(-\alpha_i + j\beta_i)(1 - (\varphi_{i,1} + j\varphi_{i,2})z^{-1})} + \frac{\eta_i - j\mu_i}{(-\alpha_i - j\beta_i)(1 - (\varphi_{i,1} - j\varphi_{i,2})z^{-1})} \right]. \quad (4.23)$$

Після виконання необхідних арифметичних операцій над правою частиною рівності (4.23), отримаємо такий результат:

$$Z \left[\frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i} \right] = \frac{2\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \cdot \frac{(\pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1 - \varphi_{i,1}))z^{-1} + (\pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2})z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}} \quad i = \overline{1, (n-n_r)/2}, \quad (4.24)$$

де $a_{1,i} = \alpha_i \varphi_{i,1} + \beta_i \varphi_{i,2}$; $a_{2,i} = \alpha_i \varphi_{i,2} - \beta_i \varphi_{i,1}$; $\pi_{1,i} = \alpha_i - \frac{\mu_i}{\eta_i} \beta_i$; $\pi_{2,i} = \beta_i + \frac{\mu_i}{\eta_i} \alpha_i$

З врахуванням формул (4.21) вираз (4.24) буде таким:

$$w(z) = r_0 + \sum_{j=1}^{n_r} \frac{r_j}{\sigma_j} \cdot \frac{(1 - \theta_j)z^{-1}}{1 - \theta_j z^{-1}} +$$

$$+2 \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} \frac{\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \cdot \frac{(\pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1-\varphi_{i,1}))z^{-1} + (\pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2})z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}}. \quad (4.25)$$

Тоді передавальна функція (4.25) буде такою:

$$w(z) = V_1(z) + \sum_{j=1}^{n_r} V_j^{(2)}(z) + \sum_{i=n_r+1}^{(n+n_r)/2} V_i^{(3)}(z), \quad (4.26)$$

де $V_1(z) = r_0$; $V_j^{(2)}(z) = \frac{r_j}{\sigma_j} \cdot \frac{(1-\theta_j)z^{-1}}{1-\theta_j z^{-1}}$;

$$V_i^{(3)}(z) = \frac{\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \cdot \frac{(\pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1-\varphi_{i,1}))z^{-1} + (\pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2})z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}}.$$

Формула (4.26) дає змогу створити структурну схему передачі сигналу по каналу з передавальною функцією $w(z)$ (рис.4.3).

Для передавальної функції $w(z)$ можна записати таку рівність:

$$y(z) = w(z)u_{cl}(z),$$

де $u_{cl}(z)$ – вхідний сигнал структури, зображеної на рисунку 4.3.

Аналогічні співвідношення можна записати для кожного елемента структури (рис. 4.3). Отже,

$$y_1(z) = V_1(z)u_{cl}(z),$$

$$y_2(z) = u_{cl}(z) \sum_{j=1}^{n_r} V_j^{(2)}(z),$$

$$y_3(z) = u_{cl}(z) \sum_{i=n_r+1}^{(n+n_r)/2} V_i^{(3)}(z).$$

Якщо врахувати значення $V_1(z)$, $V_j^{(2)}(z)$ і $V_i^{(3)}(z)$, то отримаємо:

$$y_1(z) = r_0 u_{cl}(z), \quad (4.27)$$

$$y_2(z) = u_{cl}(z) \sum_{j=1}^{n_r} \frac{r_j}{\sigma_j} \frac{(1-\theta_j)z^{-1}}{1-\theta_j z^{-1}}, \quad (4.28)$$

$$y_3(z) = 2u_{cl}(z) \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} \frac{\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \cdot \frac{(\pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1-\varphi_{i,1}))z^{-1} + (\pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2})z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}}. \quad (4.29)$$

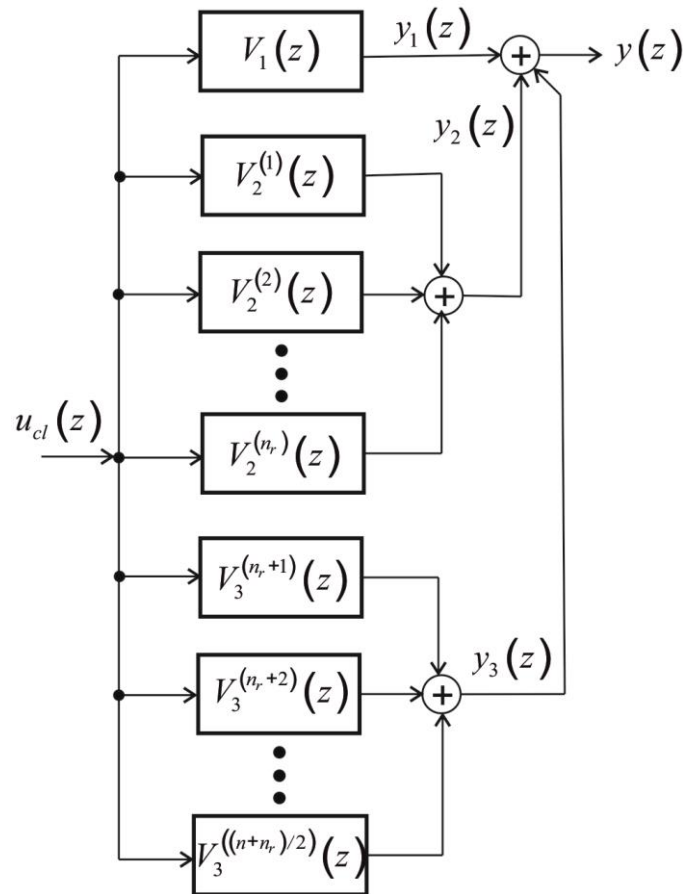


Рисунок 4.3 – Структурна схема передавальної функції $w(z)$

Оскільки на вході кожної передавальної функції $w_j(z)$ і $w_i(z)$ (рис. 4.3) діє сигнал $u_{cl}(z)$, то на виході отримаємо реакцію $y_j(z)$ і $y_i(z)$ відповідного елемента. Тому можемо записати:

$$y_j(z) = \frac{r_j}{\sigma_j} \cdot \frac{(1 - \theta_j)z^{-1}}{1 - \theta_j z^{-1}} u_{cl}(z), \quad j = \overline{1, n_r}, \quad (4.30)$$

$$y_i(z) = \frac{2\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \cdot \frac{(\pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1 - \varphi_{i,1}))z^{-1} + (\pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2})z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}} u_{cl}(z),$$

$$i = \overline{1, (n - n_r) / 2}. \quad (4.31)$$

Для цифрових систем керування є справедливим принцип суперпозиції. Тому мають місце такі співвідношення (рис. 4.3):

$$y_2(z) = \sum_{j=1}^{n_r} y_j(z), \quad (4.32)$$

$$y_3(z) = \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} y_i(z). \quad (4.33)$$

Для співвідношення (4.31) введемо такі позначення:

$$K_{\eta,i} = \frac{2\eta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2},$$

$$b_{1,i} = \pi_{2,i}\varphi_{i,2} + \pi_{1,i}(1 - \varphi_{i,1}), \quad b_{2,i} = \pi_{1,i}(\theta_{1,i}^2 - \varphi_{i,1}) - \pi_{2,i}\varphi_{i,2}.$$

Тоді (4.31) набуде такого вигляду:

$$y_i(z) = K_{\eta,i} \cdot \frac{b_{1,i}z^{-1} + b_{2,i}z^{-2}}{1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2z^{-2}} u_{cl}(z), \quad i = \overline{1, (n-n_r)/2}. \quad (4.34)$$

Формулу (4.34) подамо у такому вигляді:

$$(1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2z^{-2})y_i(z) = K_{\eta,i}(b_{1,i}z^{-1} + b_{2,i}z^{-2})u_{cl}(z). \quad (4.35)$$

Подібний вираз запишемо і для формули (4.30):

$$\sigma_j(1 - \theta_j z^{-1})y_j(z) = r_j(1 - \theta_j)z^{-1}u_{cl}(z). \quad (4.36)$$

Якщо прийняти до уваги теорему про зсув за часом вправо [62], то рівняння (4.35) і (4.36) трансформуються у такі вирази:

$$\sigma_j y_j(kt_0) - \sigma_j \theta_j y_j((k-1)t_0) = r_j(1 - \theta_j)u_{cl}((k-1)t_0), \quad j = \overline{1, n_r}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} & y_i(kt_0) - 2\varphi_{i,1}y_i((k-1)t_0) + \theta_{1,i}^2y_i((k-2)t_0) = \\ & = K_{\eta,i}(b_{1,i}u_{cl}((k-1)t_0) + b_{2,i}u_{cl}((k-2)t_0)), \quad i = \overline{1, (n-n_r)/2}, \quad k = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (4.38)$$

Початкові умови для рівнянь (4.37) і (4.38) будуть такими:

$$y_j(0) = 0, \quad j = \overline{1, n_r},$$

$$y_i(0) = 0, \quad y_i(t_0) = 0.$$

Рівняння (4.37) і (4.38) дають змогу отримати рекурентну процедуру для обчислення ординат функцій $y_j(kt_0)$ і $y_i(kt_0)$ в дискретні моменти часу kt_0 , $k = 0, 1, 2, \dots$. Для отримання такої процедури, рівняння (4.37) і (4.38) розв'яжемо відносно функцій $y_j(kt_0)$ і $y_i(kt_0)$, тобто

$$y_j(kt_0) = \frac{r_j}{\sigma_j} (1 - \theta_j) u_{cl}((k-1)t_0) + \theta_j y_j((k-1)t_0), \quad j = \overline{1, n_r}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.39)$$

$$y_i(kt_0) = K_{\eta, i} (b_{1, i} u_{cl}((k-1)t_0) + b_{2, i} u_{cl}((k-2)t_0)) + 2\varphi_{1, i} y_i((k-1)t_0) - \theta_{1, i}^2 y_i((k-2)t_0), \quad i = \overline{1, (n-n_r)/2}, \quad k = 2, 3, 4, \dots \quad (4.40)$$

Таким чином, сигнал на виході структури (рис. 4.3) буде таким:

$$y(kt_0) = y_1(kt_0) + \sum_{j=1}^{n_r} y_j(kt_0) + 2 \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} y_i(kt_0), \quad (4.41)$$

де $y_j(kt_0)$ і $y_i(kt_0)$ обчислюють за допомогою рекурентних процедур (4.34) і (4.35).

Реалізацію рекурентних процедур (4.37) і (4.38) розглянемо на прикладі передавальної функції $w_{11}(s)$. За допомогою програмного забезпечення, розробленого в середовищі MatLab, обчислені значення ординат $y_j(kt_0)$ і $y_i(kt_0)$ в дискретні моменти часу kt_0 , $k = 0, 1, 2, \dots$ з використанням рекурентних процедур (4.39) і (4.40) при одиничному стрибкоподібному значенні $u_{cl}(kt_0)$. Значення $y(kt_0)$, яке відповідає дискретній передавальній функції $w_{11}(z)$, обчислені за формулою (4.41) (рис. 4.4).

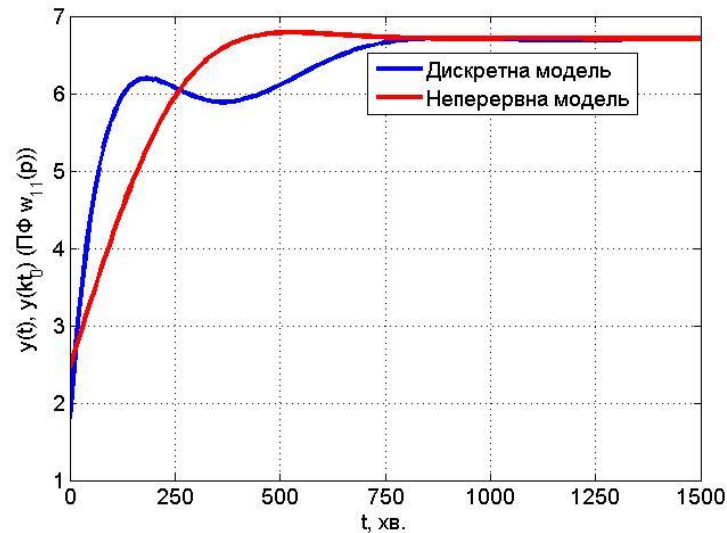


Рисунок 4.4 – Графіки залежностей $y(t)$ і $y(kt_0)$, побудовані для передавальної функції $w_{11}(s)$ компенсатора

На рис. 4.4 також зображений графік залежності $y(t) = L^{-1} \left[\frac{w_{11}(s)}{s} \right]$, який отриманий як зворотне перетворення Лапласа від функції $Y(s) = w_{11}(s)U_{cl}(s)$, де $U_{cl}(s) = \frac{1}{s}$.

Аналіз отриманих результатів показує, що функції $y(t)$ і $y(kt_0)$ не співпадають в точках kt_0 . Для в'яснення природи такої розбіжності розглянемо передавальну функцію

$$V_i^{(3)}(s) = \frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i}.$$

Оскільки $r_i = \mu_i \pm j\eta_i$, то

$$V_i^{(3)}(s) = \frac{r_i}{s + \alpha_i \mp j\beta_i} = 2\eta_i \frac{s + \pi_i}{(s + \alpha_i)^2 + \beta_i^2}.$$

Передавальну функцію подамо у такому вигляді:

$$V_i^{(3)}(s) = \frac{b_{i,0}s + b_{i,1}}{a_{0,i}s^2 + a_{1,i}s + a_{2,i}}, \quad (4.42)$$

де $b_{i,0} = 2\eta_i$; $b_{i,1} = 2\eta_i\pi_i$; $a_{0,i} = 1$; $a_{1,i} = 2\alpha_i$; $a_{2,i} = \alpha_i^2 + \beta_i^2$.

Перейдемо від передавальної функції (4.42) до диференціального рівняння (при нульових початкових умовах). Отже,

$$a_{0,i} \frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} + a_{1,i} \frac{dy_{3,i}(t)}{dt} + a_{2,i} y_{3,i}(t) = b_{i,0} \frac{du_{cl}(t)}{dt} + b_{i,1} u_{cl}(t). \quad (4.43)$$

Будемо обчислювати наближено першу і другу похідні. Маємо

$$\frac{dy_{3,i}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (y_{3,i}(t) - y_{3,i}(t - t_0)). \quad (4.44)$$

За визначенням другої похідної

$$\frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy_{3,i}(t)}{dt} \right).$$

Якщо врахувати (4.43), то

$$\frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} \approx \frac{1}{t_0} \left(\frac{dy_{3,i}(t)}{dt} - \frac{dy_{3,i}(t - t_0)}{dt} \right).$$

Наближене значення $\frac{dy_{3,i}(t)}{dt}$ знаходиться за формулою (4.44), а для обчислення $\frac{dy_{3,i}(t - t_0)}{dt}$ у виразу (4.44) t слід замінити на t_0 . У результаті отримаємо

$$\frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} \approx \frac{1}{t_0^2} (y_{3,i}(t) - 2y_{3,i}(t - t_0) + y_{3,i}(t - 2t_0)).$$

За аналогією (4.43) маємо

$$\frac{du_{cl}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (u_{cl}(t) - u_{cl}(t - t_0)).$$

При переході до дискретного часу $t = kt_0$ отримаємо такі співвідношення:

$$\frac{dy_{3,i}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (y_{3,i}(kt_0) - y_{3,i}((k-1)t_0)), \quad (4.45)$$

$$\frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} \approx \frac{1}{t_0^2} (y_{3,i}(kt_0) - 2y_{3,i}((k-1)t_0) + y_{3,i}((k-2)t_0)), \quad (4.46)$$

$$\frac{du_{cl}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (u_{cl}(kt_0) - u_{cl}((k-1)t_0)). \quad (4.47)$$

Нехай E оператор зміщення вліво [44]. Тоді $y((k-1)t_0) = Ey(kt_0)$, $y((k-2)t_0) = E^2 y(kt_0)$ і $u_{cl}((k-1)t_0) = E_r u_{cl}(kt_0)$. Застосуємо оператор зміщення вліво E (E_r) до виразів (4.44) – (4.46). У результаті отримаємо:

$$\frac{dy_{3,i}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (1-E) y_{3,i}(kt_0), \quad (4.48)$$

$$\frac{d^2 y_{3,i}(t)}{dt^2} \approx \frac{1}{t_0^2} (1-E)^2 y_{3,i}(kt_0), \quad (4.49)$$

$$\frac{du_{cl}(t)}{dt} \approx \frac{1}{t_0} (1-E_r) u_{cl}(kt_0). \quad (4.50)$$

Після підстановки (4.48) – (4.50) в (4.43), будемо мати:

$$\left(\frac{a_{0,i}}{t_0^2} (1-E)^2 + \frac{a_{1,i}}{t_0} (1-E) + a_{2,i} \right) y_{3,i}(kt_0) = \left(\frac{b_{i,0}}{t_0} (1-E_r) + b_{i,1} \right) u_{cl}(kt_0). \quad (4.51)$$

При стрибкоподібній вхідній величині $u_{cl}((k-j_1)t_0) = 1(kt_0)$, $j_1 = 0, 1$ $u_{cl}(kt_0) = u_{cl}((k-1)t_0)$, $\forall k$. Із (4.47) випливає, що $u_{cl}(kt_0) - u_{cl}((k-1)t_0) = 0$ і відповідно $(1-E_r)u_{cl}(kt_0) = 0$, тобто $E_r = 1$, $\forall k$.

Отже, при постійному значенні $u_{cl}(kt_0)$, всі значення $(1-E_r)u_{cl}(kt_0)$, в рівнянні (4.51) набудуть нульових значень.

Таким чином, наявність у правій рівняння (4.38) лівого зсуву, який визначається оператором E_r , при використанні рекурентного співвідношення (4.40) для обчислення ординат функції $y_i(kt_0)$ за умови, що $u_{cl}(kt_0) = 1(kt_0)$, приводить до втрати частини інформації.

У формулах (4.32) і (4.33) врахуємо значення виразів, які визначені формулами (4.30) і (4.34); потім вирази, які знаходяться під знаком суми, приведемо до спільного знаменника. У результаті приходимо до такого результату:

$$\begin{aligned}
y_1(z) &= r_0 u_{cl}(z), \\
y_2(z) &= u_{cl}(z) \frac{z^{-1} \sum_{j=1}^{n_r} (r_j / \sigma_j) (1 - \theta_j) \prod_{\substack{\tau=1 \\ \tau \neq j}}^{n_r-1} (1 - \theta_\tau z^{-1})}{\prod_{j=1}^{n_r} (1 - \theta_j z^{-1})}, \\
y_3(z) &= 2u_{cl}(z) \frac{\sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} K_{\eta,i} (b_{1,i} z^{-1} + b_{2,i} z^{-2}) \prod_{\substack{\tau=1 \\ \tau \neq i}}^{(n-n_r)/2-1} (1 - 2\varphi_{\tau,1} z^{-1} + \theta_{1,\tau}^2 z^{-2})}{\prod_{i=1}^{(n-n_r)/2} (1 - 2\varphi_{i,1} z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2})},
\end{aligned}$$

або

$$y_2(z) \prod_{j=1}^{n_r} (1 - \theta_j z^{-1}) = u_{cl}(z) z^{-1} \sum_{j=1}^{n_r} (r_j / \sigma_j) (1 - \theta_j) \prod_{\substack{\tau=1 \\ \tau \neq j}}^{n_r-1} (1 - \theta_\tau z^{-1}), \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned}
& y_3(z) \prod_{i=1}^{(n-n_r)/2} (1 - 2\varphi_{i,1} z^{-1} + \theta_{1,i}^2 z^{-2}) = \\
& = 2u_{cl}(z) \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} K_{\eta,i} (b_{1,i} z^{-1} + b_{2,i} z^{-2}) \prod_{\substack{\tau=1 \\ \tau \neq i}}^{(n-n_r)/2-1} (1 - 2\varphi_{\tau,1} z^{-1} + \theta_{1,\tau}^2 z^{-2}). \quad (4.53)
\end{aligned}$$

Однією із переваг подання математичної моделі у вигляді структури, яка зображена на рисунку 4.3, це декомпозиція складної задачі на простіші.

Якщо у виразах (4.32) і (4.33) виконати відповідні математичні операції, які зумовлені операторами суми і добутку, то отримаємо різницеві рівняння, які записані у термінах Z-перетворень. Отже,

$$Y_2(z^{-1}) \sum_{i=0}^{n_r} a_i^{(2)} z^{-i} = U_{ck}(z^{-1}) \sum_{j=0}^{n_r-1} b_j^{(2)} z^{-j}$$

і

$$Y_3(z^{-1}) \sum_{i=0}^{(n-n_r)/2} a_i^{(3)} z^{-i} = U_{ck}(z^{-1}) \sum_{j=0}^{(n-n_r)/2-1} b_j^{(3)} z^{-j}.$$

Перейдемо від Z-перетворень до значень ґратчастих функцій. Оскільки [63] $Y(z^{-1})z^{-i} = y((k-i)t_0)$ і $U(z^{-1})z^{-j} = u((k-j)t_0)$, то

$$\sum_{i=0}^{n_r} a_i^{(2)} y_2((k-i)t_0) = \sum_{j=0}^{n_r-1} b_j^{(2)} u_{cl}((k-j)t_0), \quad (4.54)$$

$$\sum_{i=0}^{(n-n_r)/2} a_i^{(3)} y_3((k-i)t_0) = \sum_{j=0}^{(n-n_r)/2-1} b_j^{(3)} u_{cl}((k-j)t_0). \quad (4.55)$$

Рівняння (4.34) і (4.35) слід трактувати як моделі цифрового фільтра, які, з обчислювальної точки зору, є рекурентними співвідношеннями, що дають змогу при нульових початкових умовах крок за кроком обчислювати ординати гратчастих функцій в дискретні моменти часу kt_0 , $k = 1, 2, \dots$.

У лівих частинах рівнянь виділимо перший доданок. Тоді (4.54) і (4.55) набудуть такого вигляду:

$$a_0^{(2)} y_2(kt_0) + \sum_{i=1}^{n_r} a_i^{(2)} y_2((k-i)t_0) = \sum_{j=0}^{n_r-1} b_j^{(2)} u_{cl}((k-j)t_0),$$

$$a_0^{(3)} y_3(kt_0) + \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} a_i^{(3)} y_3((k-i)t_0) = \sum_{j=0}^{(n-n_r)/2-1} b_j^{(3)} u_{cl}((k-j)t_0).$$

Із останніх співвідношень знаходимо

$$y_2(kt_0) = \frac{1}{a_0^{(2)}} \left(\sum_{j=0}^{n_r-1} b_j^{(2)} u_{cl}((k-j)t_0) - \sum_{i=1}^{n_r} a_i^{(2)} y_2((k-i)t_0) \right), \quad k = n_r + 1, n_r + 2, \dots, \quad (4.56)$$

$$y_3(kt_0) = \frac{1}{a_0^{(3)}} \left(\sum_{j=0}^{(n-n_r)/2-1} b_j^{(3)} u_{cl}((k-j)t_0) - \sum_{i=1}^{(n-n_r)/2} a_i^{(3)} y_3((k-i)t_0) \right), \quad (4.57)$$

де $k = (n-n_r)/2 + 1, (n-n_r)/2 + 2, \dots$

Крім того

$$y_1(kt_0) = r_0 u_{cl}(kt_0), \quad (4.58)$$

Для рекурентних формул (4.56) і (4.57) початкові умови є нульовими, тобто

$$y_2(kt_0) = 0, \quad k = \overline{1, n_r - 1}; \quad y_3(kt_0) = 0, \quad k = \overline{1, (n-n_r)/2 - 1}.$$

Таким чином, сигнал на виході структури (рис. 4.3) буде таким:

$$y(kt_0) = y_1(kt_0) + y_2(kt_0) + y_3(kt_0), \quad (4.59)$$

де $y_2(kt_0)$ і $y_3(kt_0)$ обчислюють за допомогою рекурентних процедур (4.56) і (4.57).

Аналіз формули (4.53) показує, що поліном має дванадцятий порядок.

$$Q(z) = \prod_{i=1}^{(n-n_r)/2} (1 - 2\varphi_{i,1}z^{-1} + \theta_{1,i}^2z^{-2})$$

Проведені машинні експерименти показали, що при спробі реалізувати фільтр (4.59) отримали нестійку обчислювальну процедуру. Теоретично кожний множник $Q(z)$ має два корені, які знаходяться в середині одиничного круга, що повинно б забезпечувати стійкість цифрового фільтру (4.59). Але внаслідок неточностей, які породженні методом обчислення коренів поліному високих порядків полюси фільтру (4.59) виходять за межі круга одиничного радіуса.

Проведені теоретичні дослідження та машинні експерименти показали, що передавальні функції компенсатора по всім чотирьом каналам передачі мають високі порядки передавальних функцій. Ця обставина ставить нову задачу дослідження: знайти способи спрощення передавальних функцій (без суттєвої втрати точності), які б враховували можливості сучасної мікропроцесорної техніки.

У подальшому для спрощення передавальних функцій компенсатора будемо використовувати метод інваріантного перетворення імпульсної характеристики та метод Ганкеля.

4.3 Подання дискретної моделі компенсатора у просторі станів

Відмітимо одну особливість рекурентних формул (4.56) і (4.57). При спробі обчислити ординати гратчастої функції за обчислювальними процедурами (4.56) і (4.57) при стрибкоподібному вхідному сигналові $u_{cl}(kt_0) = 1(kt_0)$, $\forall k$ отримаємо невірний результат [64]. У роботі [64], доведено, що при $u_{cl}((k-j)t_0) = \text{const}$ рекурентні співвідношення (4.56) і (4.57) можна використовувати лише в тому випадку, коли права частина відповідних різницевих рівняння не вміщує різниць.

Є ще одна особливість рекурентних процедур (4.56) і (4.57), заснованих на розкладі передавальних функцій компенсатора на прості дроби. Якщо поліноми чисельника і знаменника мають близькі за значеннями корені, то виникає некоректна задача, тобто невеликі зміни в даних, включаючи помилки заокруглень, можуть спричинити значні зміни в результатах обчислень як залишків, так і полюсів. Альтернативою може бути формалізація задачі у просторі станів.

Як і раніше, у подальших викладках будемо опускати індекси, які ідентифікують канали передачі сигналів. Отже, передавальній функції $w(s)$ поставимо у відповідність диференціальне рівняння n -го порядку,

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ = b_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \end{aligned}$$

яке замінимо еквівалентною системою диференціальних рівнянь першого порядку [64], тобто

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= x_{i+1}(t) + \beta_i u(t), \quad i = \overline{1, n-1}, \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= -\frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^n a_{j-1} x_j(t) + \beta_n u(t), \\ y(t) &= x_1(t) + \beta_0 u(t). \end{aligned} \quad (4.60)$$

Система рівнянь (4.60) вміщує невідомі коефіцієнти β_i , $i = \overline{0, n}$, які знаходять як розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=i}^n a_j \beta_{j-i} = b_i, \quad i = \overline{0, n}. \quad (4.61)$$

Для компактного запису системи рівнянь (4.61) використаємо матрично-векторну форму. Тоді [74]

$$A_\beta \bar{\beta} = \bar{b}, \quad (4.62)$$

$$\text{де } A_{\beta} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n & 0 \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1} & a_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \bar{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Очевидно, що матриця A_{β} є квадратною матрицею розміром $n \times n$. Тому із рівняння (4.62) визначимо

$$\bar{\beta} = A_{\beta}^{-1} \bar{b}.$$

У матрично-векторній формі система рівнянь (4.60) буде такою [74]:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + \bar{\beta}_r u(t), \quad (4.63)$$

$$y(t) = \bar{c}^T \bar{x}(t) + \beta_0 u(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \cdots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \\ \frac{a_n}{a_n} & \frac{a_n}{a_n} & \frac{a_n}{a_n} & \cdots & \frac{a_n}{a_n} \end{bmatrix}, \bar{\beta}_r = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \cdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Якщо використати оператор зсуву назад, то

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} \square \frac{\bar{x}(kt_0) - \bar{x}((k-1)t_0)}{t_0}. \quad (4.64)$$

Наближення (4.64) дає змогу рівняння (4.63) записати у такому вигляді:

$$\frac{\bar{x}(kt_0) - \bar{x}((k-1)t_0)}{t_0} = A\bar{x}((k-1)t_0) + \bar{\beta}_r u((k-1)t_0), \quad (4.65)$$

$$y(kt_0) = x_1(kt_0) + \beta_0 u(kt_0). \quad (4.66)$$

Співвідношення (4.65) і (4.66) дають змогу отримати рекурентну процедуру обчислення ординат різницевого рівняння

$$\bar{x}(kt_0) = \bar{x}((k-1)t_0) + t_0 \left(A\bar{x}((k-1)t_0) + \bar{\beta}_r u((k-1)t_0) \right), \quad (4.67)$$

$$y(kt_0) = x_1(kt_0) + \beta_0 u(kt_0), \quad (4.68)$$

де $\bar{x}(0) = 0$, $k = \overline{1, 2, \dots}$.

Співвідношення (4.67) і (4.68) утворюють ітераційний процес, за допомогою якого можна обчислити ординати вихідної величини компенсатора за відповідним каналом передачі сигналу.

Слід відмітити, що точність обчислення ординат функції $y(kt_0)$ залежить від кроку дискретності t_0 , який повинен бути значно меншим ніж тривалість перехідного процесу.

За допомогою програмного забезпечення (додаток 3), розробленого в середовищі MatLab, за формулами (4.67) і (4.68) були обчислені значення ординат компенсатора за кожним каналом передачі сигналів при одиничних вхідних величинах. Крок дискретності був таким: $t_0 = 0,5 \text{ хв}$. Крім того обчислені значення $y_{c1}(t)$ і $y_{c2}(t)$ за формулами (4.2) і (4.3). Результат таких обчислень ілюструє рисунок 4.5.

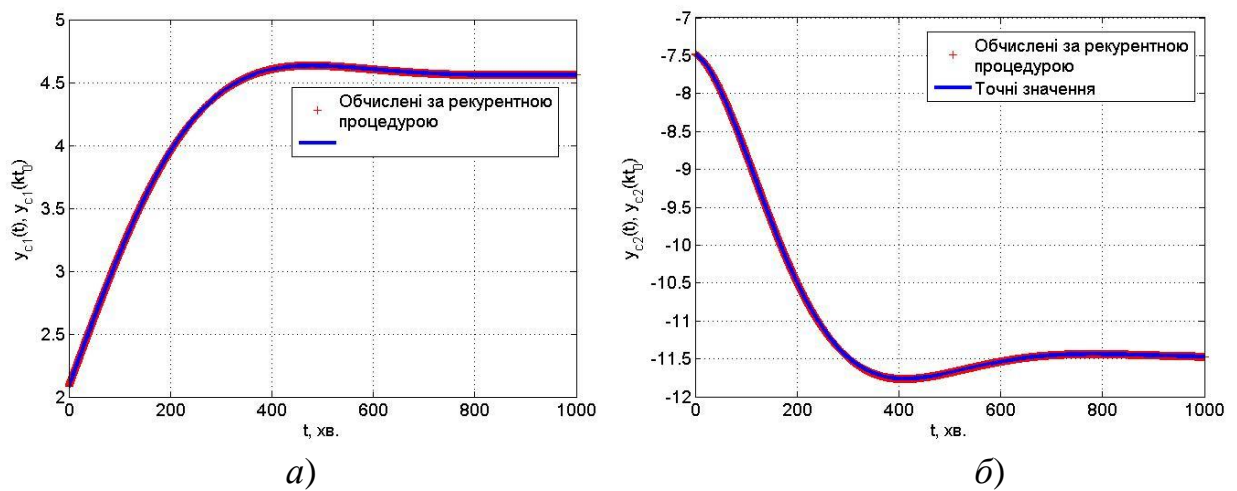


Рисунок 4.5 – Порівняння точних і дискретних значень вихідних величин компенсатора

Для оцінки похибки дискретизації за рекурентними співвідношеннями (4.48) і (4.49) обчислювались максимальні різниці між величинами $y_{c1}(t)$ і $y_{c1}(kt_0)$ та $y_{c2}(t)$ і $y_{c2}(kt_0)$ за такими формулами:

$$Er_i = \max |y_{ci}(t) - y_{ci}(kt_0)|, i = 1, 2. \quad (4.69)$$

У результаті обчислень за формулою (4.38) отримали такі результати:

Максимальна похибка по каналу ус1

$$Er_1 = 3.7201e-03$$

Максимальна похибка по каналу ус2

$$Er_2 = 6.6569e-03$$

Слід відмітити, що похибки Er_i , $i = 1, 2$ залежать від кроку дискретності t_0 : зі збільшення значення t_0 збільшуються і похибки Er_i дискретизації. Як показує аналіз отриманих результатів похибка дискретизації залежить не тільки від значення t_0 , але й від характеру зміни залежностей $y_{c1}(t)$ і $y_{c2}(t)$ (додаток К). Чим ближче такі залежності до аперіодичного процесу, тим менша похибка дискретизації. З рисунку 4.5 видно, що $y_{c1}(t)$ (рис. 4.5а) має значно менше виражений коливний характер ніж залежність $y_{c2}(t)$ (рис. 4.5б). Тому $Er_2/Er_1 = 1,79$.

Для значень $t_0 = \frac{t_e}{N}$, де t_e – кінцевий час; N – кількість дискрет гратчастої функції, обчислені похибки дискретизації (рис. 4.6). Значення N змінювали у межах від 100 до 2000 з кроком 100.

На рисунку 4.6а зображено зміна похибок дискретизації Er_1 і Er_2 як функцій від часу дискретності t_0 для значень, $t_0 \in \{0,5; 0,6667\}$, а на рисунку 4.6б зображені залежностей $Er_1(t_0)$ і $Er_2(t_0)$ для значень $t_0 \in \{0,5; 10\}$ при кінцевому часі $t_e = 1000$ с.

Як впливає із аналізу рисунка 4.6 залежності похибок дискретизації Er_1 і Er_2 від кроку дискретності t_0 є лінійними функціями, які можна описати такими рівняннями:

$$Er_i = v_0^{(i)} + v_1^{(i)} t_0, i = 1, 2. \quad (4.70)$$

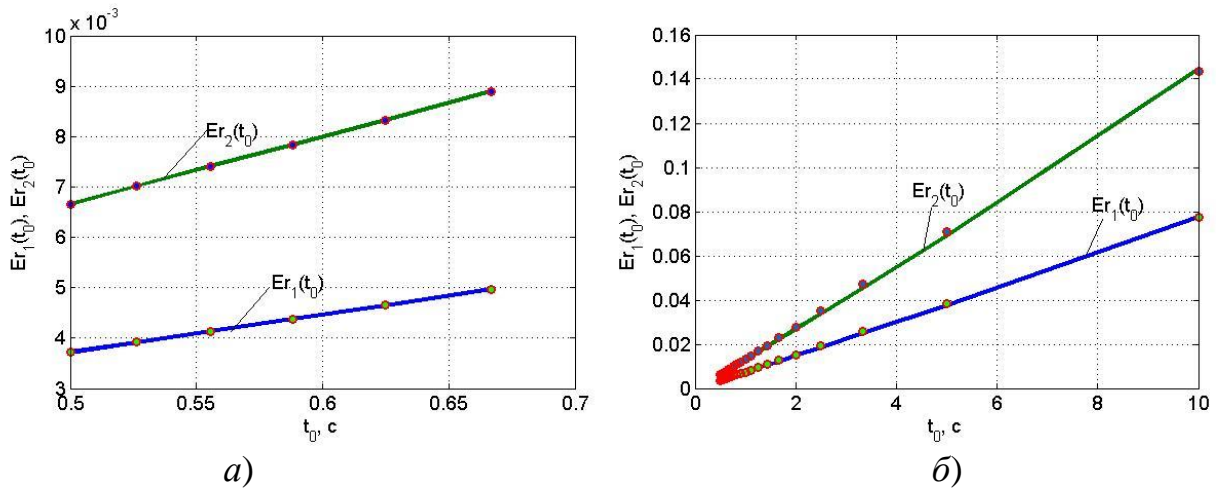


Рисунок 4.6 – Залежності похибок дискретизації від кроку дискретності

Коефіцієнти лінійної залежності (4.39) визначали за методом найменших квадратів

$$\bar{v}^{(i)} = (F^T F)^{-1} F^T \bar{Er}_i, \quad i = 1, 2,$$

де $\bar{v}^{(i)} = (v_0^{(i)}, v_1^{(i)})^T$ – вектор коефіцієнтів моделі (4.70); $F = \begin{bmatrix} \bar{l} & \bar{t}_0 \end{bmatrix}$ – матриця розміром $n_c \times 2$; n_c – розмірність вектора \bar{t}_0 ; \bar{l} – вектор розмірності n_c , компоненти якого одиниці; \bar{t}_0 – вектор з компонентами $t_0^{(k)} = \frac{t_e}{N_k}$; N_k – кількість кроків у рекурентній процедурі в процесі дискретизації; \bar{Er}_i – вектор похибок, зумовлених кроком дискретизації. Значення коефіцієнтів моделі (4.70) наведені в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Значення коефіцієнтів залежності (4.70)

Номер рисунка		$v_0^{(i)}$	$v_1^{(i)}$
Рисунок 4.6a	Er_1	-1.2083e-05	7.4642e-03
	Er_2	-3.9156e-05	1.3391e-02
Рисунок 4.6б	Er_1	-3.5212e-04	7.7823e-03
	Er_2	-1.1760e-03	1.4452e-02

Отримані залежності (4.60) дають змогу прогнозувати похибку дискретизації для вибраного значення t_0 із інтервалу значень $0,5 \leq t_0 \leq 10$.

4.4 Дослідження стійкості компенсатора перехресних зав'язків

Компенсатор перехресних зав'язків буде ефективно виконувати свої функції, якщо він відповідає вимогам стійкості.

Одним із способів дослідження лінійних систем на стійкість – за розміщенням полюсів передавальної функції на S – площині (на комплексній площині коренів характеристичного рівняння). Якщо всі полюси передавальної функції розміщені у лівій напівплощині (є лівими), то системи буде стійкою.

Відомо [62], що за розміщенням лівих полюсів на S – площині можна судити не тільки про стійкість системи, але й визначити такі її важливі показники як ступінь стійкості та ступінь коливань.

Ступінь стійкості визначається найближчим до уявної осі полюсом передавальної функції і характеризує швидкодію системи. Якщо s_k корені характеристичного рівняння системи, то ступінь стійкості будемо визначати за такою формулою:

$$\eta = \min_k : |\operatorname{Re} s_k|. \quad (4.71)$$

Ступінь коливань η опосередковано характеризує схильність системи до коливань, які виникають при перехідних процесах. Значення η можна обчислити за такою формулою:

$$\mu = \max_k : \left| \frac{\operatorname{Im} s_k}{\operatorname{Re} s_k} \right|. \quad (4.72)$$

Компенсатор характеризується чотирма передавальними функціями, які мають ідентичні структури. Тому у подальших викладах будемо опускали індекси, які ідентифікують канали передачі сигналів з входу на вихід компенсатора.

Передавальні функції компенсатора подамо у такому вигляді [76]:

$$W(s) = \frac{\sum_{j=0}^n b_j s^{n-j}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}}. \quad (4.73)$$

Розв'язок характеристичного рівняння $\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i} = 0$ визначає полюси передавальної функції (4.73). Ця операція здійснена за допомогою MatLab-функції roots.

На рисунку 4.7 показано розміщення полюсів на s – площині.

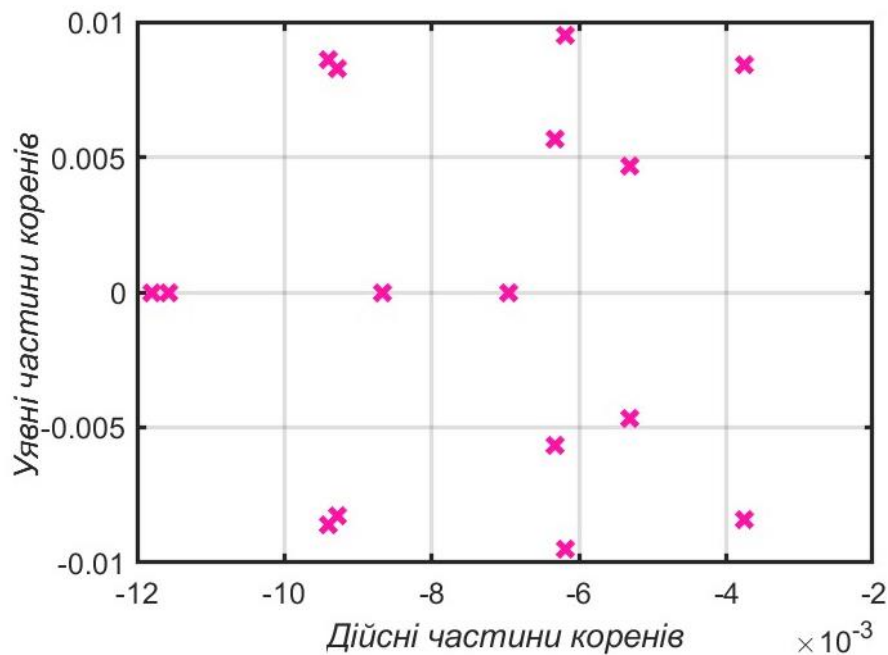


Рисунок 4.7 – Розміщення полюсів передавальної функції компенсатора на s – площині

Аналізуючи рисунок 4.7, можна зробити висновок, що всі полюси відповідних передавальних функцій є лівими. Тому канали передачі сигналів за всіма чотирма каналами є стійкими.

4.5 Розроблення методики реалізації компенсатора перехресних зв'язків на базі мікропроцесорної техніки

Проведені дослідження [65] показали, що безпосередній перехід від передавальних функцій до Z –перетворення не забезпечує необхідну точність такого переходу в часовій області.

Альтернативний перехід щодо синтезу цифрового компенсатора, який можна реалізувати на сучасній мікропроцесорній базі, ґрунтується на використанні методу, який носить назву інваріантного перетворення імпульсної характеристики [66].

Суть методу у тому, що за відомою передавальною функцією $w(s)$ знаходять імпульсну характеристику $h(t)$; потім переходять до дискретної форми, замінивши t на kt_0 , де t_0 – крок дискретності. Якщо тепер до $h(kt_0)$ застосувати Z –перетворення, то отримаємо передавальну функцію $w(z)$, так званого, рекурсивного фільтра. Отримана у такий спосіб передавальна функція фільтра забезпечує необхідну точність при переході від неперервного сигналу до дискретного і така точність залежить лише від значення кроку дискретності t_0 .

Отже, розглядається передавальна функція $w_{ij}(s)$ по i –тому виходу відносно j –го входу компенсатора. Розкладемо функцію $w_{ij}(s)$ на прості множники (наприклад, за допомогою MatLab-функції `residue`). Оскільки передавальні функції компенсатора $w_{ij}(s)$ є однаковими за своєю структурою, то в подальших викладках індекси i, j будемо опускати.

Маємо

$$w(s) = r_0 + \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{s - s_i}, \quad (4.74)$$

де s_i – полюси передавальної функції $w(s)$; r_i – постійні величини; r_0 – константа.

Нехай

$$H_i(s) = \frac{r_i}{s - s_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.75)$$

Зворотнє перетворення Лапласа від функції (4.63) визначає її імпульсну характеристику

$$h_i(t) = r_i L^{-1} \left[\frac{1}{s - s_i} \right].$$

За допомогою таблиці, яка наведена в [62] знаходимо:

$$r_i L^{-1} \left[\frac{1}{s - s_i} \right] = r_i e^{s_i t}.$$

Після заміни t на kt_0 , отримаємо:

$$h_i(kt_0) = r_i e^{s_i kt_0}. \quad (4.76)$$

Застосуємо до виразу (4.64) Z – перетворення

$$H_i(z) = r_i Z \left[e^{s_i kt_0} \right].$$

Z – перетворення від $e^{s_i kt_0}$ можна знайти безпосередньо із визначення Z – перетворення або за допомогою таблиці, яка наведена в [62]. Отже,

$$Z \left[e^{s_i kt_0} \right] = \frac{1}{1 - z^{-1} e^{s_i t_0}}. \quad (4.77)$$

З врахуванням формули (4.77), передавальна функція компенсатора у термінах Z – перетворення буде такою:

$$w(z) = r_0 + \sum_{i=1}^n H_i(z) = r_0 + \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{1 - z^{-1} e^{s_i t_0}}.$$

Серед плюсів передавальної функції $w(s)$ є n_r реальних і $n - n_r$ комплексно-спряжених (допускаємо, що всі s_i – прості корені).

Оскільки компенсатор є стійкою системою, то всі полюси передавальної функції $w(s)$ є лівими. Це означає, що $s_i = -\sigma_i$, $\sigma_i > 0$, $i = \overline{1, n_r}$ і $s_k = -\alpha_k \pm j\beta_k$, $\alpha_k > 0$, $\beta_k > 0$, $k = \overline{1, (n - n_r) / 2}$.

З врахуванням розподілу полюсів передавальної функції $w(s)$ на дійсні і комплексно-спряжені, будемо мати:

$$\tilde{w}(z) = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{r_i}{1 - z^{-1} e^{s_i t_0}} + \sum_{k=1}^{n-n_r} \frac{r_k}{1 - z^{-1} e^{s_k t_0}}, \quad (4.78)$$

де $w(z) = r_0 + \tilde{w}(z)$.

Оскільки корені s_k , $k = \overline{1, n - n_r}$ комплексно-спряжені, то коефіцієнти в (4.78) також будуть комплексно-спряженими, тобто $r_k = \eta_k \pm j\mu_k$.

З врахування полюсів передавальної функції і значень r_i , вираз (4.78) набуде такого вигляду:

$$\tilde{w}(z) = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{r_i}{1 - z^{-1} \varphi_{i,0}} + \sum_{k=1}^{(n-n_r)/2} \left(\frac{\eta_k + j\mu_k}{1 - z^{-1} \varphi_{k,0} (\varphi_{k,1} - j\varphi_{k,2})} + \frac{\eta_k - j\mu_k}{1 - z^{-1} \varphi_{k,0} (\varphi_{k,1} + j\varphi_{k,2})} \right), \quad (4.79)$$

де $\varphi_{i,0} = e^{-\sigma_i t_0}$, $\varphi_{k,0} = e^{-\alpha_k t_0}$, $\varphi_{k,1} = \cos(\beta_k t_0)$, $\varphi_{k,2} = \sin(\beta_k t_0)$.

У формулі (4.79) окремо розглянемо вираз:

$$H_k(z) = \frac{\eta_k + j\mu_k}{1 - z^{-1} \varphi_{k,0} (\varphi_{k,1} - j\varphi_{k,2})} + \frac{\eta_k - j\mu_k}{1 - z^{-1} \varphi_{k,0} (\varphi_{k,1} + j\varphi_{k,2})}.$$

Після виконання відповідних алгебраїчних операцій будемо мати:

$$H_k(z) = 2 \frac{\eta_k - \varphi_{k,0} (\eta_k \varphi_{k,1} + \mu_k \varphi_{k,2}) z^{-1}}{1 - 2\varphi_{k,0} \varphi_{k,1} z^{-1} + \varphi_{k,0}^2 z^{-2}}.$$

Враховуючи отримані результати, дискретна передавальна функція набуде такого вигляду:

$$w(z) = r_0 + \sum_{i=1}^{n_r} \frac{r_i}{1 - z^{-1} \varphi_{i,0}} + 2 \sum_{k=1}^{(n-n_r)/2} \frac{\eta_k - \varphi_{k,0} (\eta_k \varphi_{k,1} + \mu_k \varphi_{k,2}) z^{-1}}{1 - 2\varphi_{k,0} \varphi_{k,1} z^{-1} + \varphi_{k,0}^2 z^{-2}}. \quad (4.80)$$

Оскільки порядок $w_{11}(s)$ ($n = m = 16$) досить високий доцільно оптимізувати структуру коректора, який описується передавальною функцією $w_{11}(s)$. Спрощення передавальної функції проведено за результатами аналізу впливу полюсів коректора на його відгук при стрибкоподібному збуренні по входу [76].

У таблиці 4.5 наведені коефіцієнти розкладу передавальної функції $w_{11}(s)$ на прості дроби за формулою (4.74).

Таблиця 4.5 – Параметри розкладу функції $w_{11}(s)$ на прості дроби [76]

k	r_i	s_i	k	r_i	s_i
1	-3.34e-06 + 1.31e-06i	-0.009277 + 0.00826i	9	-2.06e-06 - 6.04e-07i	-0.00694 + 0.00667i
2	-3.34e-06 - 1.31e-06i	-0.009277 - 0.00826i	10	-2.06e-06 + 6.04e-07i	-0.00694 - 0.00667i
3	5.81e-05 - 0.00022i	-0.00881 + 0.007899i	11	-1.144e-05	-0.00951
4	5.81e-05 + 0.00022i	-0.00881 - 0.007899i	12	0.000523 - 0.003912i	-0.00446 + 0.00767i
5	-2.969e-05	-0.0115668	13	0.000523 + 0.003912i	-0.00446 - 0.00767i
6	-4.17e-05 + 4.98e-05i	-0.006316 + 0.00941i	14	0.008465	-0.006819
7	-4.17e-05 - 4.98e-05i	-0.006316 - 0.00941i	15	0.00354 - 0.007254i	-0.00526 + 0.00429i
8	0.0002147	-0.011254	16	0.00354 + 0.007254i	-0.00526 - 0.00429i
$r_0 = 2.4525$					

Для спрощення аналізу необхідно звести члени з комплексно-спряженими полюсами. В результаті отримаємо вираз [76]:

$$w_{11}(s) = r_0 + w_{1,2}(s) + w_{3,4}(s) + w_5(s) + w_{6,7}(s) + w_8(s) + w_{9,10}(s) + w_{11}(s) + w_{12,13}(s) + w_{14}(s) + w_{15,16}(s), \quad (4.81)$$

де $r_0 = 2.4525$;

$$w_{1,2}(s) = \frac{-6.685e-06 s - 8.366e-08}{s^2 + 0.01855 s + 0.0001543};$$

$$w_{4,3}(s) = \frac{0.0001161 s + 4.593e-06}{s^2 + 0.01762 s + 0.00014};$$

$$w_{6,7}(s) = \frac{-8.338e-05 s - 1.465e-06}{s^2 + 0.01263 s + 0.0001285};$$

$$w_{9,10}(s) = \frac{-4.126e-06 s - 2.059e-08}{s^2 + 0.01389 s + 9.268e-05};$$

$$w_{12,13}(s) = \frac{0.001046s + 6.47e-05}{s^2 + 0.008915s + 7.873e-05};$$

$$w_{16,15}(s) = \frac{0.007084s + 9.954e-05}{s^2 + 0.01053s + 4.611e-05};$$

$$w_5(s) = \frac{-2.969e-05}{s + 0.0115668}; w_8(s) = \frac{0.0002147}{s + 0.011254}; w_{11}(s) = \frac{-1.144e-05}{s + 0.00951}; w_{14}(s) = \frac{0.008465}{s + 0.006819}.$$

Індекс визначають номери полюсів у відповідності до таблиці 4.5 [76].

Оцінка впливу кожної складової на відгук коректора приведена на рисунку 4.8 [76].

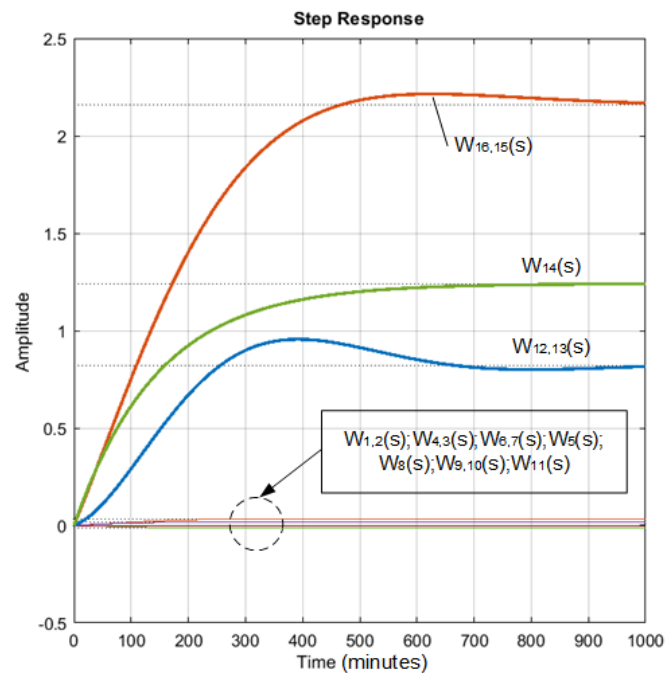


Рисунок 4.8 – Ваговий вклад складових передавальної функції $w_{II}(s)$ для виразу (4.81)

Попереднім аналізом встановлено, що основними складовими, які формують відгук коректора на вхідне збурення, є $w_{12,13}(s), w_{16,15}(s), w_{14}(s)$. Інші складові мають незначний вплив і ними можна знехтувати. Тому для технічної реалізації компенсатора можна використати спрощене подання [76]

$$w_{ff}(s) = r_0 + w_{12,13}(s) + w_{16,15}(s) + w_{14}(s).$$

Підтвердження цього факту наведено є рис. 4.9, де зроблено порівняння вагових характеристик оригінальної та спрощеної моделей і візуально вони практично співпадають [76].

Для чисельного аналізу проведемо оцінку точності апроксимації шляхом знаходження похибки розбіжності за такою формулою [76]:

$$\delta^{(\max)} = \max_t \left| \frac{y^{(or)}(t) - y^{(r)}(t)}{y^{(or)}(t)} \right| \cdot 100\%$$

де $y^{(or)}(t)$, $y^{(r)}(t)$ перехідні характеристики оригінальної і спрощеної моделей.

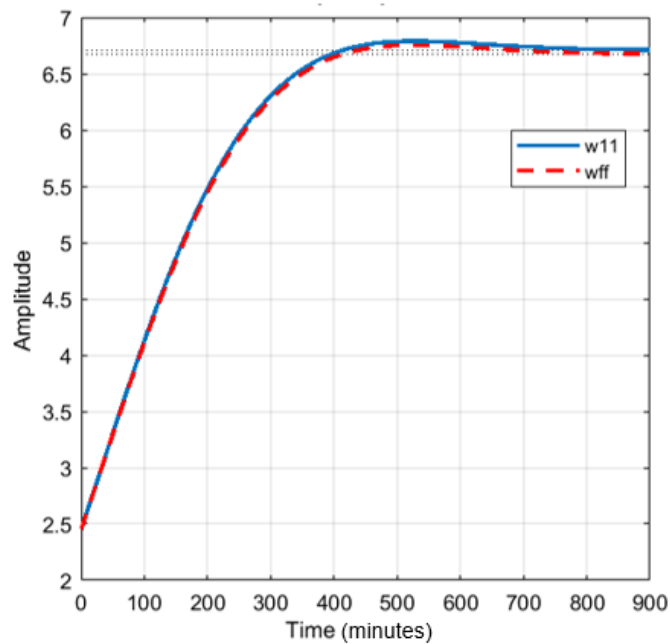


Рисунок 4.9 – Порівняння реалізації оригінального та спрощеного аналогових компенсаторів

Оцінка точності коректора за оптимізованою структурою $wff(s)$ показує, що відносна похибка реалізації не перевищує 0.54%, що є прийнятним для виробничих умов і програмної реалізації на промисловому контролері [76].

Таким чином, передавальна функція оптимізованого коректора може бути представлена у паралельній формі [76]:

$$wff(s) = 2.4525 + \frac{0.001046s + 6.47e-05}{s^2 + 0.008915s + 7.87e-05} + \frac{0.007084s + 9.954e-05}{s^2 + 0.1053s + 4.611e-05} + \frac{0.008465}{s + 0.006819} \quad (4.82)$$

або у згорнутому виді виразом

$$wff(s) = \frac{2.452s^5 + 0.081s^4 + 0.00132s^3 + 1.235e-05s^2 + 6.578e-08s + 1.652e-10}{s^5 + 0.02626s^4 + 0.0003512s^3 + 2.731e-06s^2 + 1.208e-08s + 2.475e-11} \quad (4.83)$$

Для програмної реалізації коректора необхідно представити (4.82) і (4.83) в дискретну форму. У такій формі синтезовані коректори є **рекурсивними ІІР-фільтрами** (англ. *Infinite impulse response*) оскільки у даного пристрою розрахунок поточного значення вихідної величини залежить не тільки від дійсного і попередніх $(N-1)$ значень вхідної величини, але також і від N попередніх значень вихідної величини. Основною властивістю таких фільтрів є те, що їх імпульсна характеристика має нескінченну довжину в часовій області (тому вони мають аббревіатуру ІІХ), а передавальна функція має дробово-раціональний вигляд (4.82) [76].

Слід відмітити, що для отримання стійкого представлення необхідно правильно підібрати крок квантування t_0 . Для цього скористаємося діаграмою нулів та полюсів у Z -площині (рис. 4.10) [76].

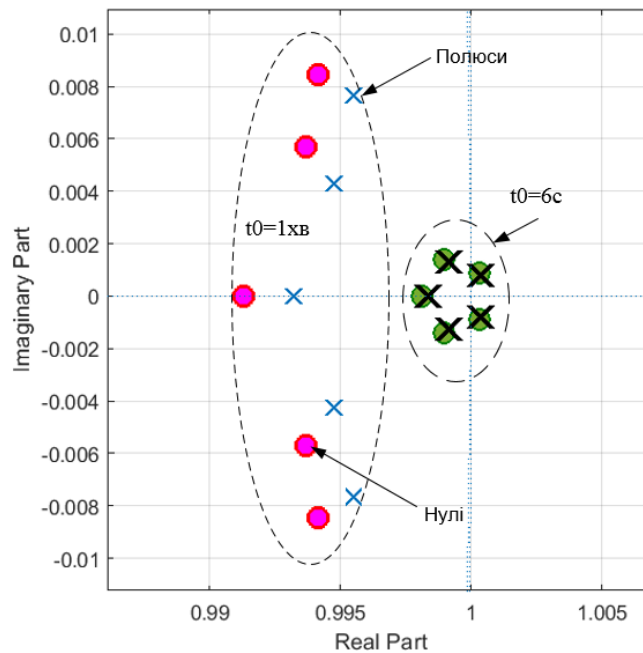


Рисунок 4.10 – Карта нулів та полюсів оптимізованого коректора $wf_0(z)$ при різних періодах квантування t_0

Як видно з рисунка 4.10, при кроці квантування $t_0=6с$ частина коренів заходить в зону втрати стійкості або дуже близько наближається до одиничного кола, що при обмеженій розрядності процесора веде до нестійкої реалізації. Оскільки коректор є достатньо інерційним елементом, приймемо $t_0=1хв$ [76].

У цьому випадку отримаємо стійкий цифровий аналог компенсатора представлений виразом (4.84) [76]

$$H0(z) = wf0(z) = \frac{2.452 - 12.18z^{-1} + 24.2z^{-2} - 24.04z^{-3} + 11.94z^{-4} - 2.373z^{-5}}{1 - 4.974z^{-1} + 9.895z^{-2} - 9.843z^{-3} + 4.896z^{-4} - 0.9741z^{-5}}. \quad (4.84)$$

а адекватність переходу з неперервної в дискретну область підтверджується реакцією коректорів на одиничне збурення (рис. 4.11) [76].

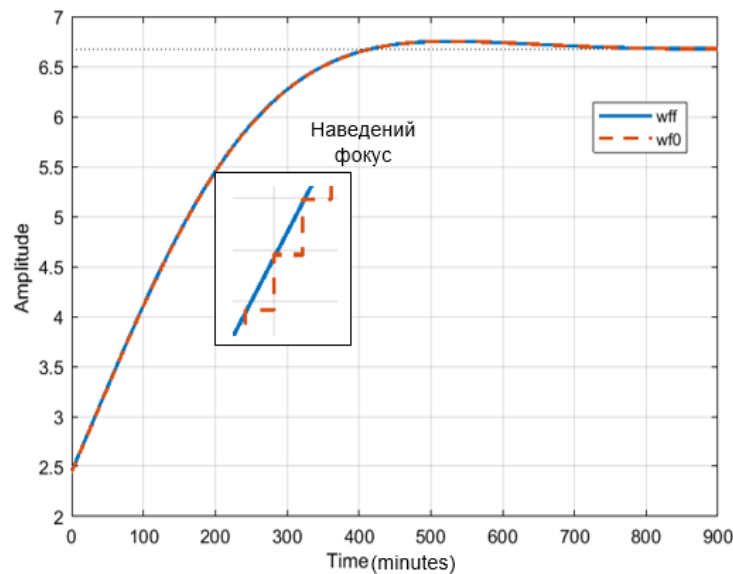


Рисунок 4.11 – Розгінна характеристика коректора $w_{II}(s)$ в неперервній та дискретній формі

Співвідношення вхід/вихід лінійної дискретної системи (ЛДС) однозначно пов'язане з його основною характеристикою в Z-області – передавальною функцією і має вигляд лінійного математичного перетворення у вигляді різницевого рівняння (РР) [76]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i x(n-i) - \sum_{k=1}^{M-1} d_k y(n-k), \quad (4.85)$$

де c_i, d_k – раціональні коефіцієнти РР – параметри ЛДС; i, k – значення затримок впливу та реакції; $(N-1), (M-1)$ – константи, що визначають максимальні затримки [76].

Можна реалізувати цифровий фільтр декількома способами [49, 76]:

Варіант 1. Пряма реалізація фільтра – коректора за рівнянням (4.85).

Варіант 2. Добуток множників другого порядку (каскадна система):

$$H(z) = \prod_{k=1}^L \frac{c_{0k} + \tilde{c}_{1k}z^{-1} + \tilde{c}_{2k}z^{-2}}{1 + d_{1k}z^{-1} + d_{2k}z^{-2}}, \quad (4.86)$$

де $c_{0k}, \tilde{c}_{1k}, \tilde{c}_{2k}, d_{1k}, d_{2k}$ – раціональні коефіцієнти рекурсивних ланок 2-го порядку, які називають біквдратними; L – кількість ланок, рівна

$$L = \text{int}\left(\frac{M-1}{2}\right),$$

де int – функція округлення до найближчого цілого у бік збільшення.

Каскадній структурі з біквдратних ланок відповідає подання передавальної функції у вигляді такої залежності [76]:

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \frac{1 + c_{1k}z^{-1} + c_{2k}z^{-2}}{1 + d_{1k}z^{-1} + d_{2k}z^{-2}}, \quad (4.87)$$

де $G = c_{01} \cdot c_{02} \cdot \dots \cdot c_{0L}$ – коефіцієнт підсилення, а відповідні коефіцієнти пов'язані співвідношеннями: $c_{1k} = \tilde{c}_{1k} / c_{0k}$; $c_{2k} = \tilde{c}_{2k} / c_{0k}$.

Результат розкладу на секції передавальної функції скоригованого коректора буде таким:

$$\begin{aligned} H(z) = Z[\text{wf}(s)] &= 2.4525 \cdot \frac{1 - 0.9913z^{-1}}{1 - 0.9932z^{-1}} \cdot \frac{1 - 1.98740z^{-1} + 0.9874z^{-2}}{1 - 1.9895z^{-1} + 0.9895z^{-2}} \times \\ &\times \frac{1 - 1.9883z^{-1} + 0.9884z^{-2}}{1 - 1.9910z^{-1} + 0.9911z^{-2}} \end{aligned} \quad (4.88)$$

Варіант 3. Сума простих дробів (паралельна структура) [76]:

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M-1} H_k(z) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - z_{*k} \cdot z^{-1}}, \quad (4.89)$$

де z_{*k} – простий (не кратний) k -й полюс передавальної функції (4.84);

A_k – коефіцієнт розкладання при k -му полюсі;

A_k і z_{*k} – завжди числа однакового типу, комплексні чи раціональні.

При однакових порядках чисельника та знаменника в (4.84) будемо мати у (4.89) цілу частину – раціональну константу r_0 :

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - z_{*k} \cdot z^{-1}} + r_0. \quad (4.90)$$

Після групування членів з комплексно-спряженими полюсами отримуємо суму рекурсивних ланок 2-го порядку (рис. 4.11). Для простих полюсів загальну структуру можна модифікувати прирівнявши $c_{0k}, c_{2k}, d_{2k} = 0$ [76].

$$H(z) = \sum_{k=1}^L \frac{c_{1k} \cdot z^{-1} + c_{2k} \cdot z^{-2}}{1 + d_{1k} \cdot z^{-1} + d_{2k} \cdot z^{-2}} + r_0 = \sum_{k=1}^L H_k(z) + r_0, \quad (4.91)$$

Оскільки при аналізі та спрощенні аналогового коректора отримана згортка в неперервній часовій області, то до виразу для оптимізованого коректора $wff(s)$ (4.82) можна застосувати Z-перетворення, в результаті отримуємо:

$$H_2(z) = Z[wff(s)] = C + Z[w_{12,13}(s)] + Z[w_{16,15}(s)] + Z[w_{14}(s)] = 2.4525 + \frac{0.001073z^{-1} - 0.001009z^{-2}}{1 - 1.991z^{-1} + 0.9911z^{-2}} + \frac{0.007098z^{-1} - 0.006998z^{-2}}{1 - 1.989z^{-1} + 0.9895z^{-2}} + \frac{-0.008436z^{-1}}{1 - 0.9932z^{-1}} \quad (4.92)$$

Таким чином, отримані вирази $H_0(z)$, $H_1(z)$ та $H_2(z)$, які описують подання цифрового коректора в різних формах, є придатними для технічної реалізації у формі різницевих рівнянь на мікропроцесорних засобах автоматизації [76].

Аналіз типових схем реалізації компенсаторів показує, що основою для практичної реалізації коректорів на промислових контролерах (PLC) є наявність певних базових алгоритмів у їхньому арсеналі, а саме: багатоканальних суматорів з масштабуванням та ланцюжка буферних елементів запам'ятовування для вхідних на вихідних сигналів (зсувні регістри типу FIFO). Особливістю програмування промислових програмованих контролерів є наявність стандартизованих мов програмування (міжнародний стандарт IEC 61131). Стандартом визначено п'ять мов програмування. На сьогодні широко застосовуються для програмування промислових контролерів такі із них: мова функціональних блокових діаграм- FBD, східчаста логіка- LAD та структурний

текст- ST. Виробники PLC для спрощення процедури програмування додали бібліотеки алгоритмів (блоків) математичної та логічної обробки, які є основою мови FBD і розширюють функціональні можливості інших мов програмування. Значна частина сегменту PLC має необхідні алгоритми математичної обробки сигналів у вигляді бібліотек (наприклад, PLC фірми Siemens, Allen-Bradley, *Schneider Electric* тощо). Оскільки інтегровані середовища розробки світових виробників PLC підтримують одночасне програмування декількома мовами, то є можливість розробляти потрібний алгоритм високорівневою мовою ST, або використовувати її для програмування власних блоків користувача (наприклад, PLC Delta V фірми Emerson). Проте сегмент малоканальних, моноблочних контролерів здебільшого використовують мови FBD та LAD [76].

Розглянемо процедуру синтезу коректора на малоканальному PLC МІК-51...53 підприємства «Мікрол» (Україна) [62, 76]. Дані контролери відносяться до класу моноблочних малоканальних з графічною мовою візуального програмування FBD. Середовище розробки – «Альфа». Контролер має обширну бібліотеку алгоритмів, в тому числі, суматор з масштабуванням та блок затримки сигналу, які необхідні для реалізації коректорів. Розглянемо ці блоки детальніше на рисунках 4.12 і 4.13 [44, 76].

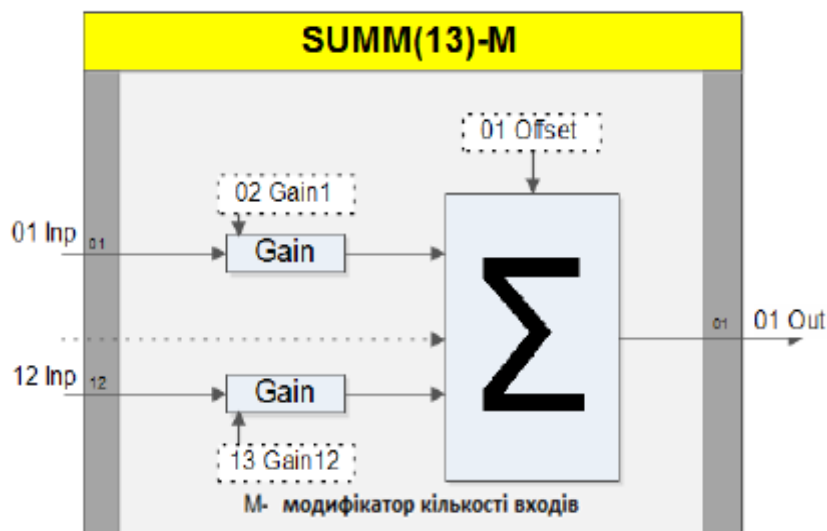


Рисунок 4.12 – SUMM (13). Сумування з масштабуванням

Кількість масштабованих і подаваних сигналів $1 \leq m \leq 12$ задається модифікатором при програмуванні блоку.

Вихідний сигнал блоку *OUT* розраховується у такий спосіб:

$$OUT = Offset + \sum_{i=1}^m INP_i \cdot GAIN_i$$

де m – модифікатор входів функціонального блоку, що задається при програмуванні блоку; INP_i – значення відповідного входу блоку; $GAIN_i$ – масштабний коефіцієнт відповідного входу; $Offset$ – зміщення [76].

Необхідно врахувати специфіку запису коефіцієнтів $GAIN_i$, оскільки їх задають у шаблоні: чотири значущих цифр до крапки і три цифри після крапки. Всі операції обчислення здійснюються у форматі з плаваючою крапкою одинарної точності.

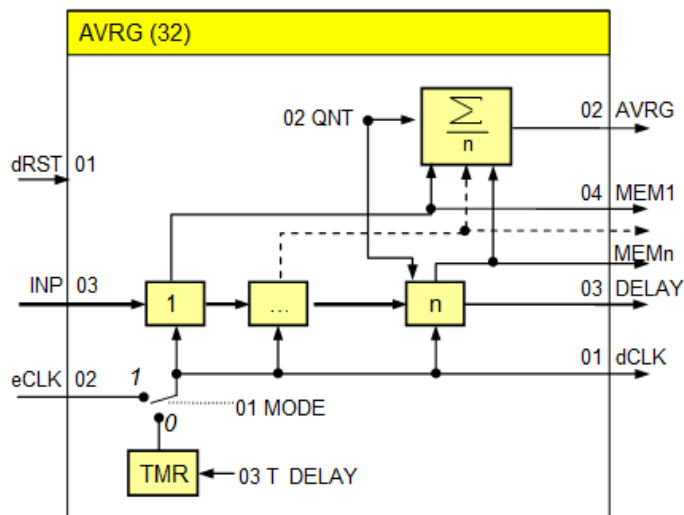


Рисунок 4.13 – AVR32 (AVRG) - Ковзаюче середнє, затримка

Функціональний блок застосовується для обчислення середнього з декількох (до 10) останніх відліків аналогового сигналу або для здійснення часової затримки (черга FIFO). Блок має входи: – обнуління при $dRST=1$; INP – параметр для обробки; $eCLK$ – команда зовнішнього відліку. Параметри налаштування: $MODE$ - вибір режиму тактування відліку (0 – TMR , 1 – $eCLK$), тобто від внутрішнього таймера TMR (з параметром T_DELAY) або зовнішня синхронізація [76].

QNT – кількість послідовних комірок для зберігання зсунутих в часі – для підрахунку середнього значення).

Для реалізації коректора використовуються виходи MEM_i ; блок необхідно перевести в режим $MODE=0$, тобто тактування від внутрішнього таймера з параметром $T_DELAY=1xв$.

Пряма реалізація за виразом (4.84) по структурі РР (4.85) мовою FBD для контролера МК51 зображена на рисунку 4.14 [76].

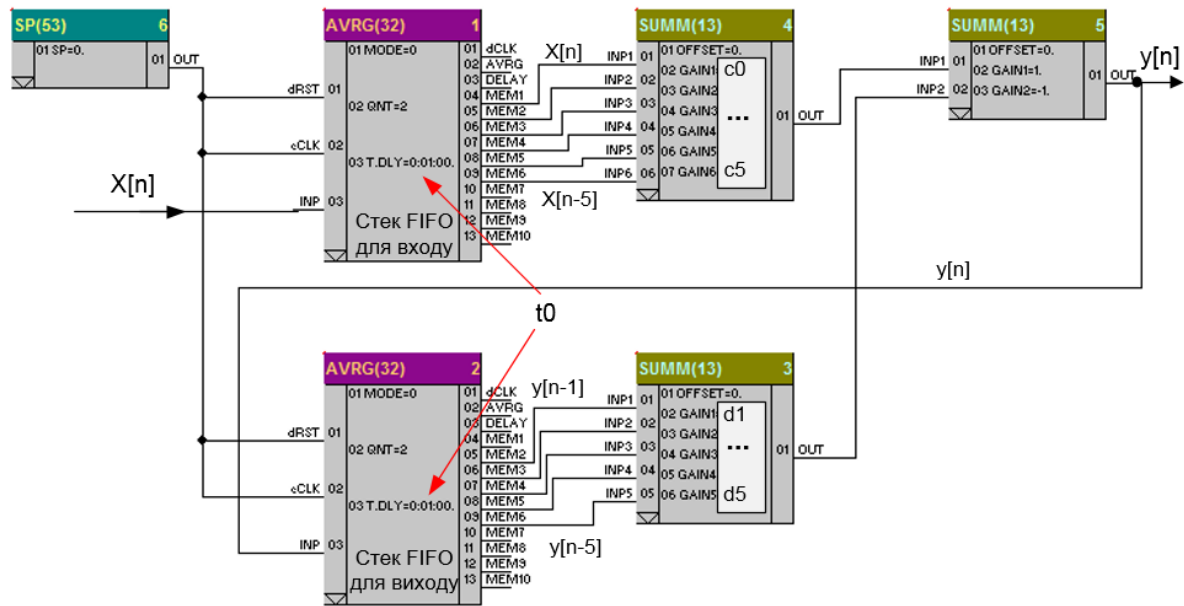


Рисунок 4.14 – Програмна реалізація компенсатора за різницеvim рівнянням (варіант1).

Хоча така реалізація має найпростішу FBD-програму, але при високих порядках моделі коректора різницеve рівняння погано балансується через значну розбіжність діапазону коефіцієнтів; часто виникає переповнення акумулятора суматорів, а також можливі проблеми з округленнями в операціях множення при обчисленнях з одинарною точністю (формат *float*), тому даний спосіб має обмежене використання.

Другий та третій варіант реалізації ґрунтується на використанні секцій другого порядку, які представлені виразом (4.86). На рисунку 4.15 зображено типове рішення третього варіанту на контролері з використанням раніше описаних функціональних блоків [76].

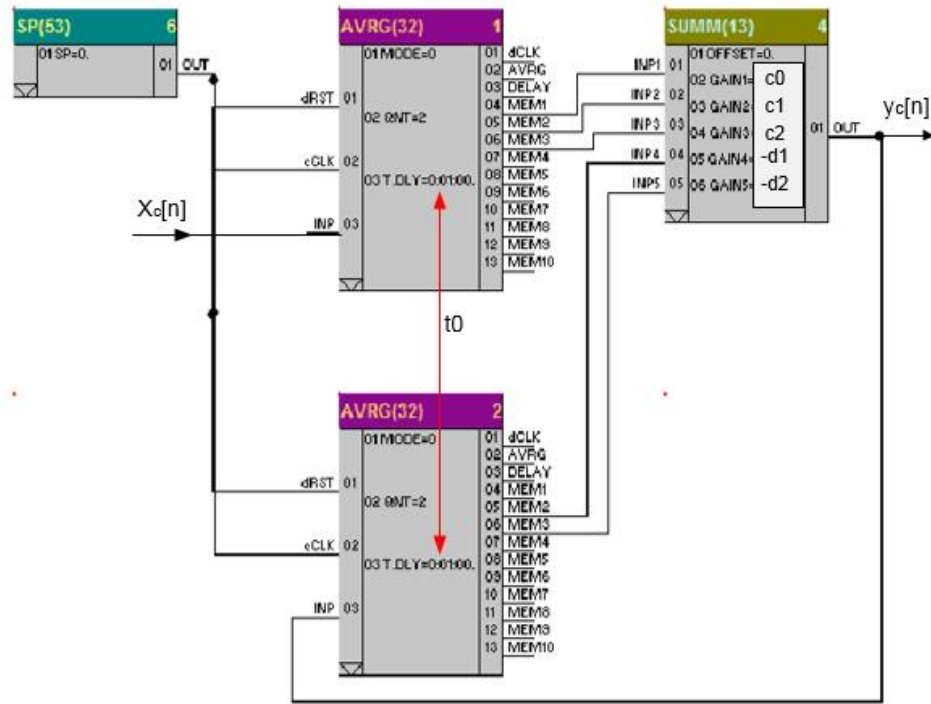
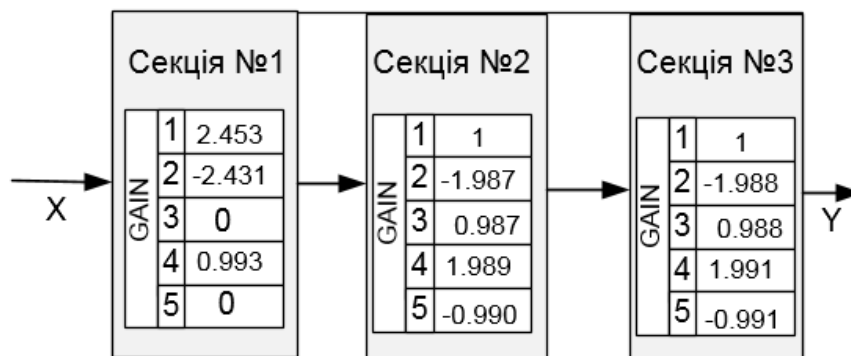


Рисунок 4.15 – Схема реалізації секції 2-го порядку коректора

Оскільки черга затримки складається з двох або трьох елементів, для її реалізації необхідний один блок *AVRG* для вхідного та вихідного сигналу коректора. Для правильного функціонування блоків на входи *dRST* та *cCLK* подають нуль від задавача *SP*.

На основі запропонованих програмних секцій другого порядку реалізація коректорів зводиться до відтворення однієї із представлених на рисунках 4.16 та 4.17 структур [76].



Секції 2-го порядку цифрового послідовного компенсатора

Рисунок 4.16 – Реалізація каскадної структури коректора за схемою (4.88)

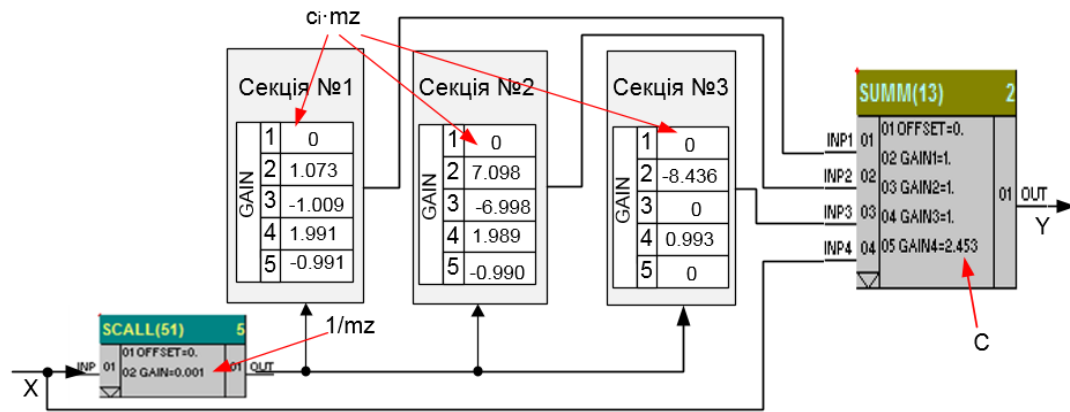


Рисунок 4.17 – Реалізація паралельної структури секційного коректора за схемою (4.92)

Наведені програмні реалізації не передбачають автономного використання компенсаторів, оскільки їхні входи та виходи не підключені через апаратно-програмні блоки AIN та AOT до клемних колодок PLC. Одна з секцій другого порядку у відповідності до математичних виразів (4.88) та (4.92) вироджується у секцію першого порядку. На рисунку 4.16 коефіцієнт G , який є у виразі (4.88), внесений в першу секцію. На рисунку 4.17 введено додатковий суматор для знаходження суми складових розкладу в паралельну форму. Оскільки коефіцієнти c_i у виразі (4.92) є незначними за величиною, а формат шаблону для їх вводу в контролері МІК-51 є таким: $\pm#####.###$, то для підвищення точності обчислень введено масштабний коефіцієнт $mz = 1000$ для вхідного сигналу в блоці $SCALL$, що дозволяє задати більшу кількість значущих цифр для c_i у суматорі [76].

4.6 Синтез оптимального за параметрами компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування

Із формули (3.46) і з таблиць 4.1 – 4.3 випливає, що $n = m = 16$. При такому високому порядку передавальних функцій, як показано раніше,

виникають певні труднощі практичної їх реалізації на промислових контролерах. Тому доцільно передавальні функції компенсатора

$$w(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^{m-j}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}}, \quad (4.93)$$

де $n = m = 16$, апроксимувати передавальними функціями меншого порядку.

Відмітимо, що передавальні функції компенсатора $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$ однакові за структурою і відрізняються лише своїми параметрами. Тому індекси у подальших викладках, які ідентифікують конкретну передавальну функцію компенсатора у формулі (4.93) опущені.

Динамічні властивості будь-якої фізичної системи визначаються певним частотним діапазоном, поза яким об'єкт не чутливий до гармонічних збурень.

Визначимо частотні характеристики кожного каналу передачі сигналу компенсатора з передавальними функціями $w_{ij}(s)$, $i = j = 1, 2$, які визначені формулою (4.93), а їх параметри розміщені у таблицях 4.1 – 4.3.

Визначимо логарифмічні частотні характеристики кожного із чотирьох каналів компенсатора перехресних зв'язків.

За визначенням логарифмічна амплітудна-частотна характеристика каналу компенсатора з передавальною функцією (4.93) буде такою:

$$L(\omega) = 20 \log |w(j\omega)|,$$

де $|\bullet|$ – модуль комплексної величини.

Відповідно, логарифмічна фазо-частотна характеристика є такою:

$$\varphi(\omega) = \arg w(j\omega),$$

де ω – частота в логарифмічному масштабі.

Відомо, що частотні характеристики дають уявлення про розподіл енергії сигналів за частотами. Розподіл енергії за станами можна визначити, якщо скористатись сингулярними числами Ганкеля [69, 70].

Кожній передавальній функції компенсатора $w(s)$ поставимо у відповідність математичні моделі у просторі станів. Для цього запишемо диференціальне рівняння відповідного каналу компенсатора, яке відповідає передавальній функції $w(s)$. Отже,

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ = b_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \end{aligned} \quad (4.94)$$

де $a_i, b_j, i = \overline{1, n}$ ($n = 16$).

Рівняння (4.94) можна подати у вигляді системи диференціальних рівнянь, кожне із яких є рівнянням першого порядку. Матрична форма системи рівнянь має вигляд, який визначений формулою (4.62).

Передавальні функції компенсатора мають високий порядок, що зумовлює певні труднощі їх реалізації на промислових контролерах. Тому є необхідність зменшення порядків передавальних функцій, виходячи із вимоги близькості частотних характеристик «оригіналу» і наближеної моделі поблизу частоти кроссовера.

В основі заміни початкової моделі моделлю нижчого порядку лежить метод, де використовуються сингулярні числа Ганкеля [69, 70].

На рисунку 4.18 зображені діаграми сингулярних чисел Ганкеля, яка побудовані для передавальних функцій $w_{ij}(s)$ за допомогою Matlab-функції `hankelsv()` (додаток Л).

Із рисунку 4.18 випливає, що є три домінуючі стани, які визначають порядок редукованих моделей. Для перевірки якості редукованих і вихідних моделей побудуємо їх частотні і часові характеристики. Для цього спочатку знайдемо передавальну функцію редукованої моделі.

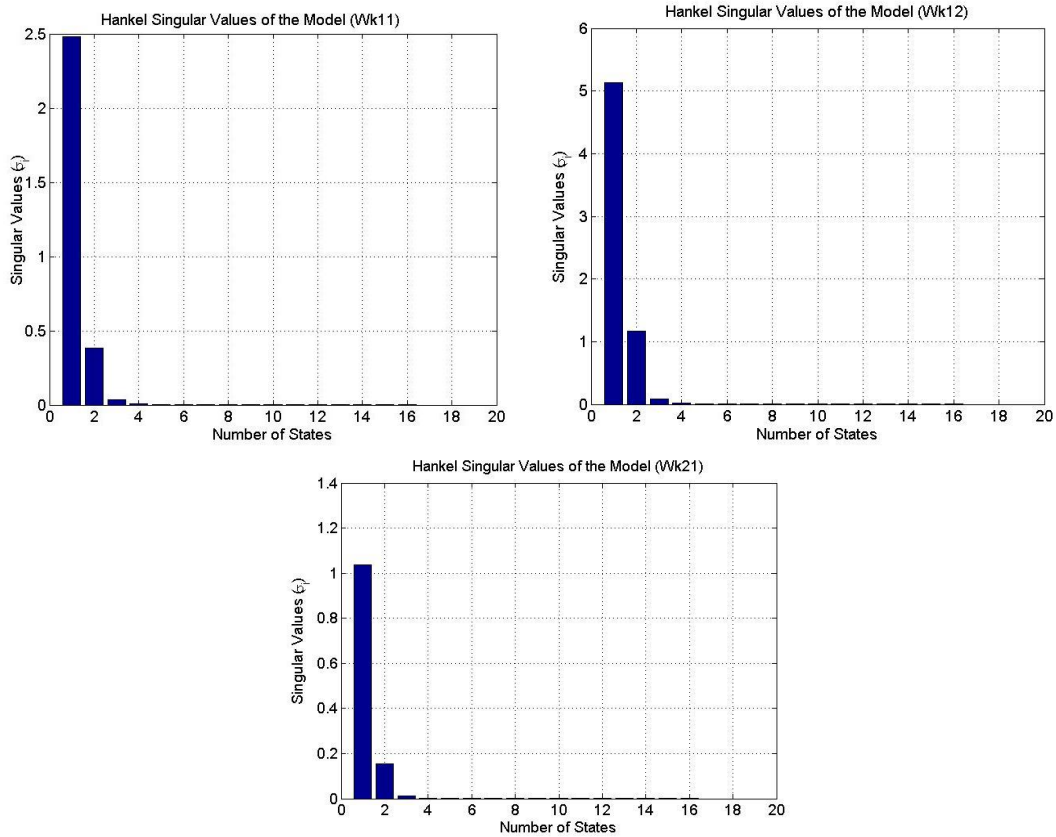


Рисунок 4.18 – Діаграми сингулярних чисел Ганкеля для передавальних функцій $w_{11}(s) = w_{22}(s)$, $w_{12}(s)$ і $w_{21}(s)$

Оскільки редукована модель подана у просторі станів, то

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + \bar{b}u(t), \quad (4.95)$$

$$y(t) = \bar{c}^T \bar{x}(t) + du(t), \quad (4.96)$$

де $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$, $\bar{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$; $\bar{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$, $x_1(t)$, $x_2(t)$,

$x_3(t)$ – змінні станів каналу компенсатора перехресних зв'язків з передавальною функцією $w_{ij}(s)$; $y(t)$, $u(t)$ – вихідна і вхідна величини моделі; d – скалярна величина.

Рівняння (4.95) і (4.96) перетворимо за Лапласом при нульових початкових умовах. У результаті отримаємо:

$$s\bar{X}(s) = A\bar{X}(s) + \bar{b}U(s),$$

$$Y(s) = \bar{c}^T \bar{X}(s) + dU(s).$$

Звідси знаходимо спрощену передавальну функцію одного із каналів компенсатора:

$$w(s) = \bar{c}^T (Is - A)^{-1} \bar{b} + d, \quad (4.97)$$

де I – одинична матриця.

За допомогою програмного забезпечення, розробленого в середовищі MatLab, отримані редуковані передавальні функції компенсатора перехресних зв'язків, кожна із яких має третій порядок.

Оскільки передавальні функції компенсатора перехресних зв'язків є однотипні, то для $n=3$ вони будуть такими (без врахування відповідних індексів):

$$w(s) = \frac{b_0s^3 + b_1s^2 + b_2s + b_3}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}.$$

Параметри передавальних функцій розміщені у таблицях 4.6 – 4.8.

Таблиця 4.6 – Параметри коректора по каналу $w_{11}(s) = w_{22}(s)$

i, k	b_i	a_k
0	2.452	1.000
1	0.06121	0.01809
2	0.0007002	0.0001535
3	3.592e-06	5.341e-07

Таблиця 4.7 – Параметри коректора по каналу $w_{12}(s)$

i, k	b_i	a_k
0	-0.3657	1.000
1	- 0.01278	0.01861
2	- 0.0001804	0.0001519
3	- 1.069e-06	4.965e-07

Таблиця 4.8 – Параметри коректора по каналу $w_{21}(s)$

i, k	b_i	a_k
0	-9.741	1.000
1	- 0.1995	0.01839
2	- 0.002326	0.00017
3	- 1.128e-05	6.315e-07

Зауважимо, що $w_{11}(s) = w_{22}(s)$. Тому параметри редукованої моделі для $w_{22}(s)$ будуть визначатись таблицею 4.7.

Для перевірки якості процедури спрощення моделей $w_{11}(s) = w_{22}(s)$, $w_{12}(s)$ і $w_{21}(s)$ були побудовані логарифмічні частотні характеристики початкових і редукованих моделей (рис. 4.19)

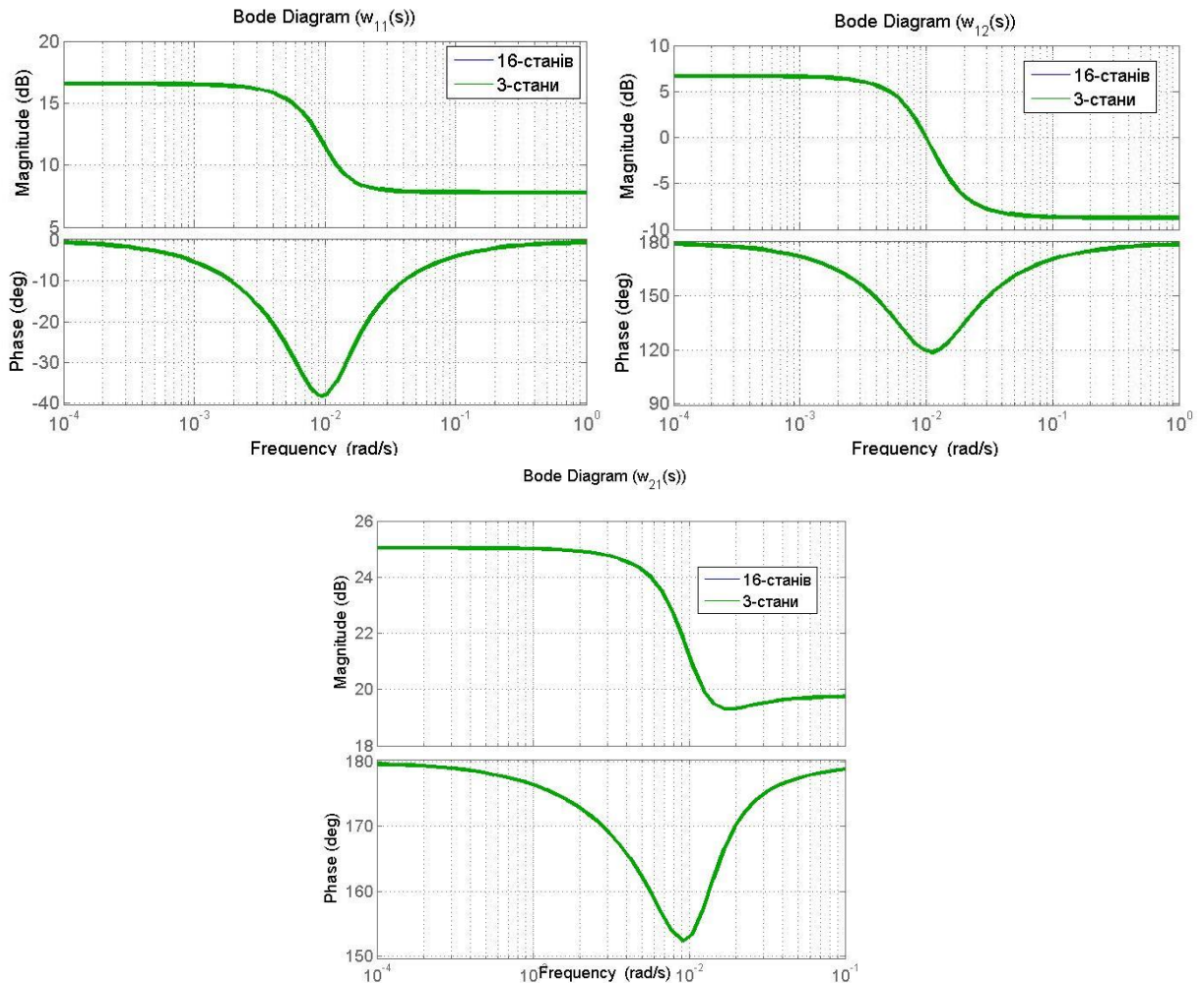


Рисунок 4.19 – Порівняння частотних характеристик оригінальних і спрощених моделей

Візуальний аналіз рисунку 4.19 показує, що у робочому діапазоні частот частотні характеристики редукованих і оригінальних моделей дуже мало відрізняються між собою.

Тепер порівняємо між собою перехідні характеристики, які побудовані для початкових і спрощених моделей (рис. 4.20).

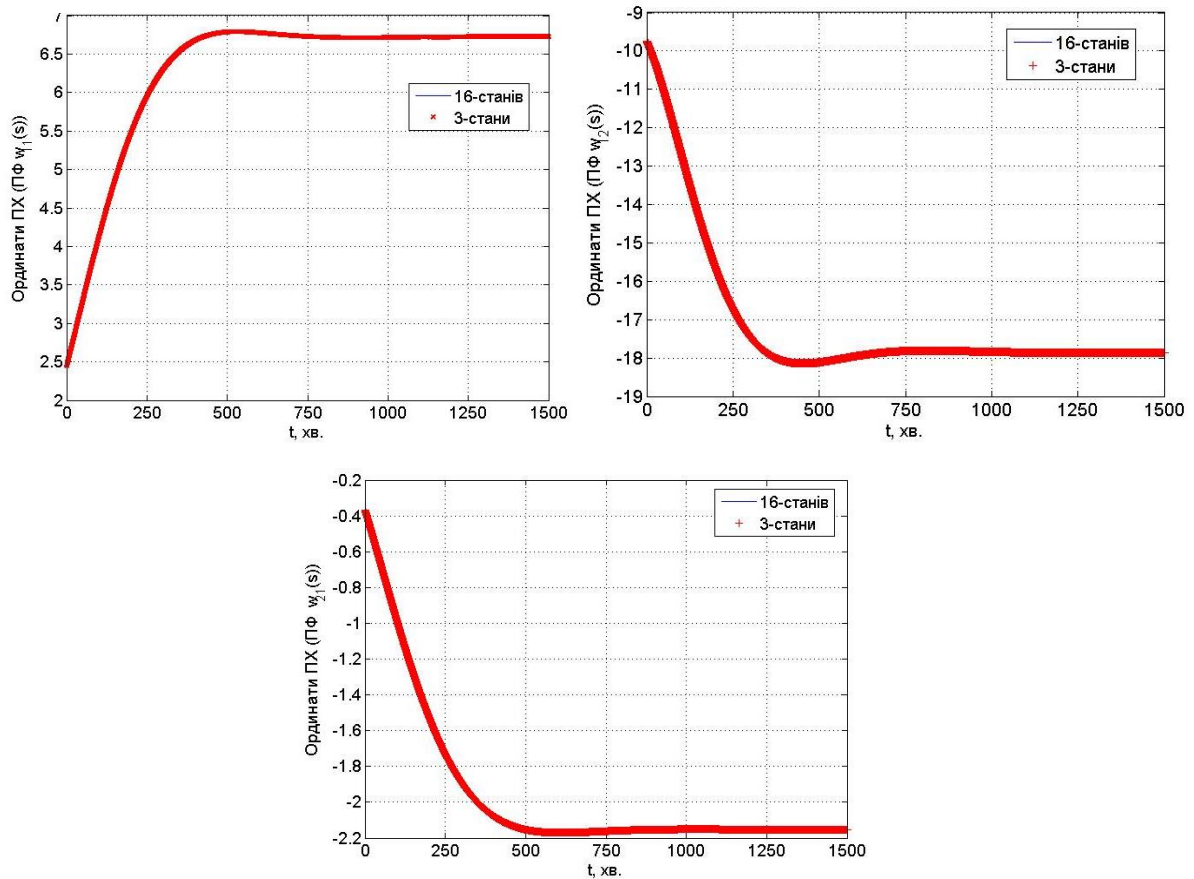


Рисунок 4.20 – Перехідні характеристики оригінальних і строщених моделей

Як показує рисунок 4.20, перехідні характеристики оригінальних і спрощених моделей практично не відрізняються між собою. Для оцінки точності апроксимації була визначена похибка розбіжності між вихідною і редукованою моделями за такою формулою:

$$\delta_{ij}^{(\max)} = \max_t \left| \frac{y_{ij}^{(or)}(t) - y_{ij}^{(r)}(t)}{y_{ij}^{(or)}(t)} \right| \cdot 100\%, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (4.98)$$

де $y_{ij}^{(or)}(t)$, $y_{ij}^{(r)}(t)$ перехідні характеристики оригінальної і спрощеної моделей.

За формулами, які подібні до формули (4.98), були обчислені похибки апроксимації за логарифмічними частотними характеристиками (табл. 4.9).

Значення похибок апроксимації для кожної із трьох моделей ($w_{11}(s) = w_{22}(s)$) наведені у таблиці 4.9.

Таблиця 4.9 – Похибки апроксимації

Модель	Похибка апроксимації за перехідними характеристиками, %	Похибки апроксимації за ЛЧХ, %	
		за амплітудою	за фазою
$w_{11}(p)$	1.5611e-02	1.4484e-02	1.7411e-01
$w_{12}(p)$	2.1846e-02	2.3184e-02	6.1880e-03
$w_{21}(p)$	5.1275e-03	2.5465e-03	6.2829e-03

Аналіз таблиці 4.9 показує, що похибки, які виникли внаслідок спрощення математичних моделей компенсатора перехресних зв'язків, знаходяться в межах від 5.1275e-03% до 1.7411e-01%. Таке незначне значення похибки апроксимації свідчить про те, що з прийнятною для практики точністю оригінальні моделі 16-го порядку можна замінити моделями значно нижчого, а саме третього порядку.

Для оцінки ефективності роботи синтезованого коректора перехресних зв'язків створена імітаційна модель, яка зображена на рисунку 4.21.

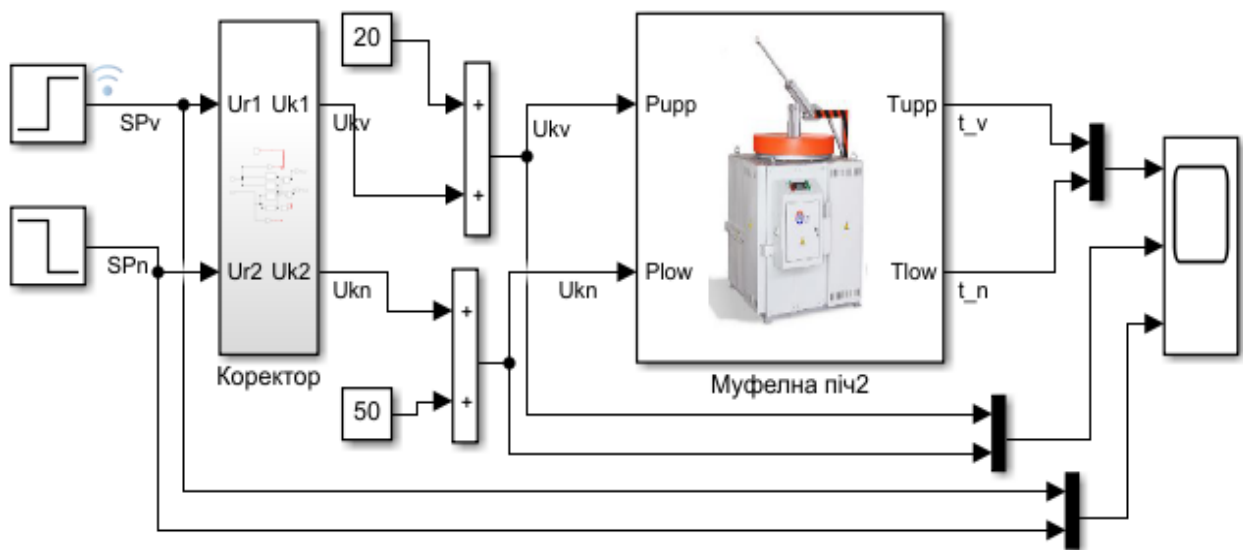


Рисунок 4.21 – Імітаційна модель об'єкта з компенсатором перехресних зв'язків

Модель складається з компенсатора (представлений Sub системою «Коректор») та моделі печі термічної обробки (Sub система «Муфельна піч»). Імітаційний експеримент здійснювався у такому порядку. Задали робочу

точку (температуру в контрольних точках на заготовці $t_v \approx t_n = 660^\circ\text{C}$) шляхом підбору потужності нагріву (наближено баланс досягнуто при потужності $U_{kn} = 50\%$ та $U_{kv} = 20\%$ відповідно для нижнього та верхнього тенів).

Потім формували стрибкоподібні зміщення робочої точки окремо по кожному з входів компенсатора SP_v та SP_n у відповідності до часової діаграм, зображеної на нижньому графіку (рис. 4.22).

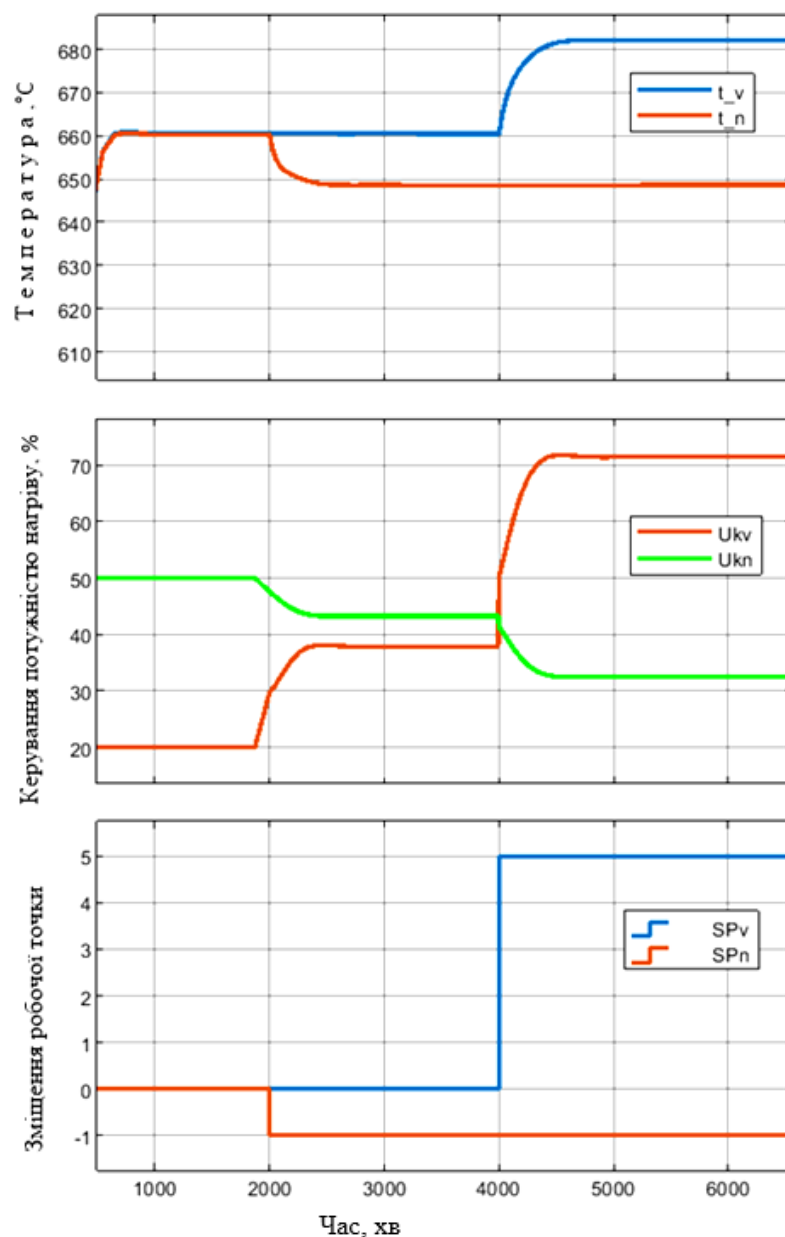


Рисунок 4.22 – Дослідження роботи коректора на об'єкті

У момент часу 2000 хв стрибкоподібно зменшували сигнал на вході каналу керування для нижнього тону і спостерігали за зміщенням робочих точки на верхній діаграмі (рис. 4.22). Нижня робоча точка змістилась з $660^{\circ}\text{C} \rightarrow 649^{\circ}\text{C}$ (тренд t_n) при цьому не відбувалося зміщення температури t_v (ділянка 2000...4000хв).

При стрибкоподібному зміщенні по $SP_v = 0 \rightarrow 5$ в момент часу 4000 хв відбулася зміна температури у верхній контрольній точці t_v з $660^{\circ}\text{C} \rightarrow 682^{\circ}\text{C}$ при цьому t_n залишалось на попередньому рівні.

Зміна сигналів U_{kv} і U_{kn} на виході компенсатора зворотних зв'язків зображена на середній діаграмі трендів рисунку 4.22.

Таким чином, синтезований компенсатор перехресних зв'язків із застосуванням методу Ганкеля, що призвело до утворення спрощеної моделі, забезпечує автономність основних каналів «входи компенсатора – виходи об'єкта».

4.7 Імітаційне моделювання автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі

Муфельна піч є об'єктом керування з двома входами і двома виходами, між якими існують перехресні зв'язки [41]. Температурний режим у печі характеризується температурою в двох точках T_v і T_n (рис.4.21), які повинні підтримуватись з високою точністю для отримання високоякісних заготовок.

Вимоги до синтезованої системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі визначаються таким технологічним регламентом.

- Час нагріву:
 - до температури 300°C не більше 1 год;
 - до температури 600°C не більше 1,5 год;
 - до температури 800°C не більше 2,5 год;

- Величина перерегулювання не повинна перевищувати при нагріві:
 - до 400°C – не більше 2°C;
 - до 600°C – не більше 3 °C;
 - від 600°C до 800°C – не більше 4°C.
- Розбіжність температури в контрольних точках та між профілем SP при виході на задану точку не вища $\pm 2^\circ\text{C}$.
- Розбіжність між температурами в контрольних точках не вище за 1°C.

Регламентом передбачено достатньо жорсткі вимоги до системи керування як за точністю підтримування температури, так і за часом виходу на температурний режим закалювання. Тому необхідне провести ґрунтовні дослідження синтезованої АСР та оцінювати її ефективність.

У роботі [41] отримані емпіричні моделі муфельної печі по кожному із чотирьох каналів передачі впливів з входу на її вихід.

Міру взаємозв'язку між входами та виходами об'єкта керування в статичному стані можна оцінити за допомогою матриці Брістоля [71]:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \cdots & \lambda_{ij} & \cdots \\ \lambda_{m1} & \cdots & \lambda_{mn} \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці Λ визначають за формулою:

$$\lambda_{ij} = [W_u(0)]_{ij} \cdot [W_u(0)^T]_{ij}^{-1},$$

де $W_u(0) = \lim_{s \rightarrow 0} W_u(s)$.

Матрична передавальна функція об'єкта керування (муфельної печі) має вигляд [41]:

$$W_u(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}.$$

З врахуванням параметрів передавальних функцій $W_{ij}(s)$ (табл. 2.4)

отримаємо $W_u(0) = \begin{bmatrix} 11.71 & 11.48 \\ 3.75 & 4.322 \end{bmatrix}$ і відповідно $[W_u(0)^T]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5716 & -0.496 \\ -1.518 & 1.5488 \end{bmatrix}$.

Тоді матриця Брістоля буде такою:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 6.694 & -5.694 \\ -5.694 & 6.694 \end{bmatrix}$$

Як видно, матриця Брістоля є симетричною з рівними діагональними елементами, які відмінні від одиниці, а недіагональні елементи не нульові. Отже, між каналами керування існують значні перехресні зв'язки, що необхідно врахувати при синтезі системи автоматичного керування.

Для якісної оцінки взаємовпливу контурів керування у динамічному режимі використовується комплексний коефіцієнт зв'язаності $K_{36}(j\omega)$ [72]:

$$K_{36}(j\omega) = \frac{W_{12}(j\omega) \cdot W_{21}(j\omega)}{W_{22}(j\omega) \cdot W_{11}(j\omega)},$$

який обчислюють при $\omega = 0$ та в робочому діапазоні частот. У нашому випадку

$$K_{zv}(s) = \frac{1.124 \cdot 10^{-6} s^6 + 1.479 \cdot 10^{-9} s^5 + 7.107 \cdot 10^{-13} s^4 + 1.598 \cdot 10^{-16} s^3 + 1.781 \cdot 10^{-20} s^2 + 9.383 \cdot 10^{-25} s + 1.847 \cdot 10^{-29}}{2.961 \cdot 10^{-6} s^6 + 3.221 \cdot 10^{-9} s^5 + 1.297 \cdot 10^{-12} s^4 + 2.532 \cdot 10^{-16} s^3 + 2.542 \cdot 10^{-20} s^2 + 1.239 \cdot 10^{-24} s + 2.285 \cdot 10^{-29}} \quad (4.99)$$

Амплітудно-частотна характеристика $K_{36}(j\omega)$ зображена на рисунку 4.23.

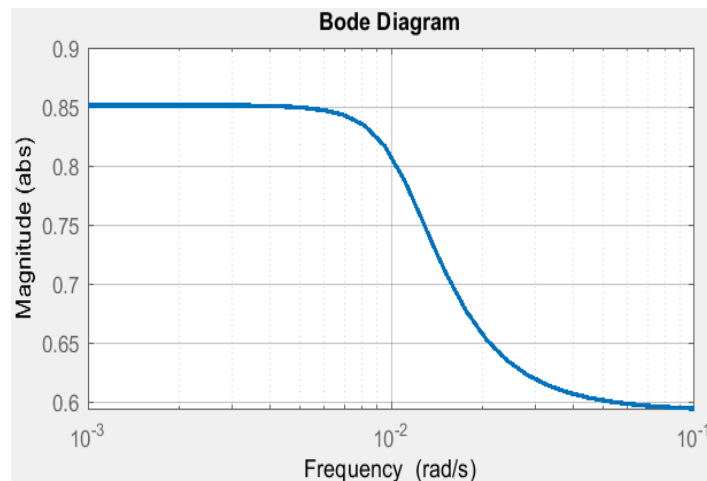


Рисунок 4.23 – Характеристика $|K_{36}(j\omega)|$

Оскільки коефіцієнт зв'язності у всьому діапазоні частот знаходиться в середині діапазону $[0...1]$, то основні та перехресні канали є рівносильними і

необхідно синтезувати САК з врахуванням перехресних зв'язків, що також підтверджено аналізом матриці Брістоля.

Автономна САК з відсутніми перехресними каналами за рахунок зовнішнього коректора [2] зображена на рисунку 4.24.

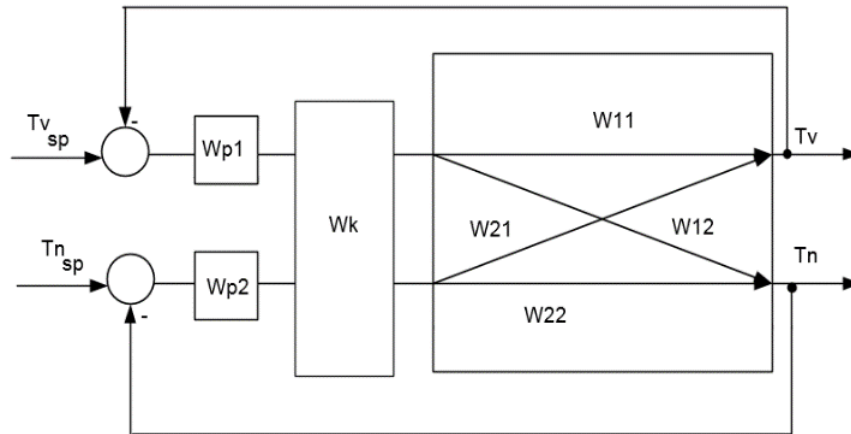


Рисунок 4.24 – Автономна АСР з коректором перехресних зв'язків об'єкта

Імітаційна модель АСК (рис. 4.25) має у своєму складі *Sub* блок «Муфельна піч», в основі якого лежать отримані в [72] моделі об'єкта керування за відповідними каналами, два регулятори, вузли задатчиків, елементи контролю точності та візуалізації дослідження.

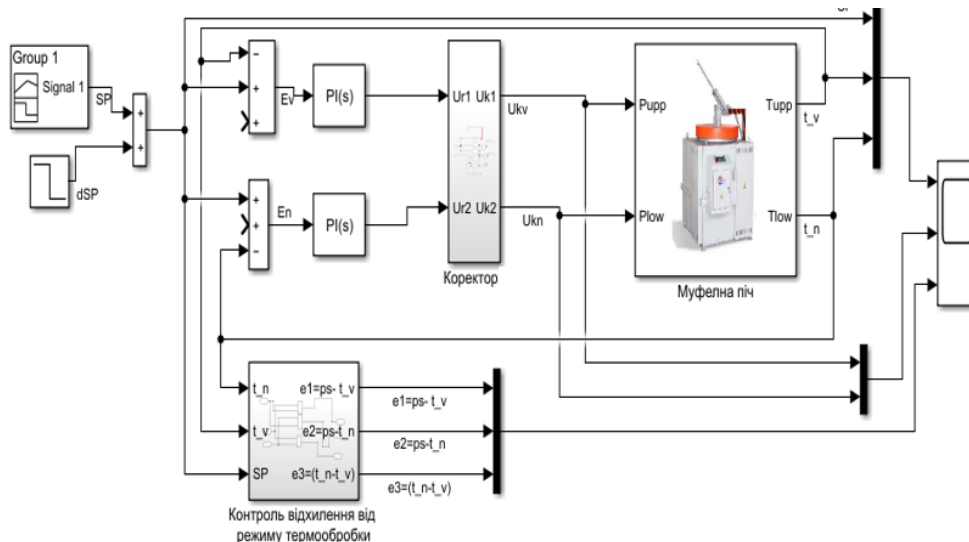


Рисунок 4.25 – Імітаційна модель досліджуваної АСК з компенсатором перехресних зв'язків

Завдання регуляторам формується за певним температурним профілем (рис. 4.26). Для аналізу відпрацювання САК при зміні завдання $SP(t)$,

температурний профіль задається мінімальною швидкістю зміни ($V_{sp}^{min} = 5.33 \text{ }^\circ\text{C}/\text{хв}$). Мінімальна швидкість близька до обмеження, яке задається регламентом. Оцінювались якісні показники роботи систем керування при стрибкоподібній зміні завдання, яке формувалось блоком *Step* (сигнал *dSP*) із зсувом в часі згідно сформованого профілю (рис. 4.26).

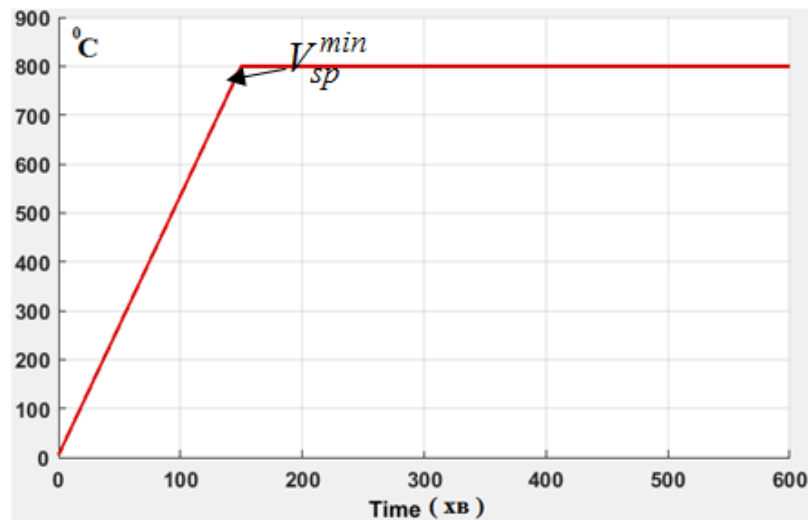


Рисунок 4.26 – Формування робочого профілю нагріву заготовки для проведення досліджень

Для оцінки точності роботи системи керування створений додатковий блок контролю, який обчислює відхилення значення температур T_{low} і T_{upp} від заданого значення SP (рис. 4.25) та різницю температур e_3 :

$$e_2 = SP - T_{low}; \quad e_1 = SP - T_{upp}; \quad e_3 = T_{low} - T_{upp}.$$

Таким чином, можна контролювати відхилення температур T_{low} та T_{upp} , які регламентуються режимом термічної обробки, від профілю та різницю температур між ними. Для реалізації автономної системи регулювання необхідний динамічний коректор (компенсатор перехресних зв'язків), який реалізований *Sub* блоком «Коректор» з використанням отриманих в [72] та спрощених в [73] залежностей, що ґрунтуються на дослідженнях розподілу енергії за станами на базі сингулярних чисел Ганкеля.

Графічна інтерпретація результатів дослідження автономної системи регулювання зображені на рисунку 4.27. Окремі фрагменти роботи системи показані на масштабованих рисунках справа: ділянка 1 – відпрацювання переходу з похилого треку на плато профілю; ділянка 2 – реакція на стрибкоподібну зміну заданої температури (з 800°C до 798°C) за рахунок дії блоку *Step*. Як бачимо синтезована автономна система добре відпрацьовує наростаючу ділянку набору температури (відхилення від профілю складає не більше 1°C), час стабілізації температури при виході на плато не перевищує 100хв, а при стрибкоподібній зміні завдання – не довше за 1хв.

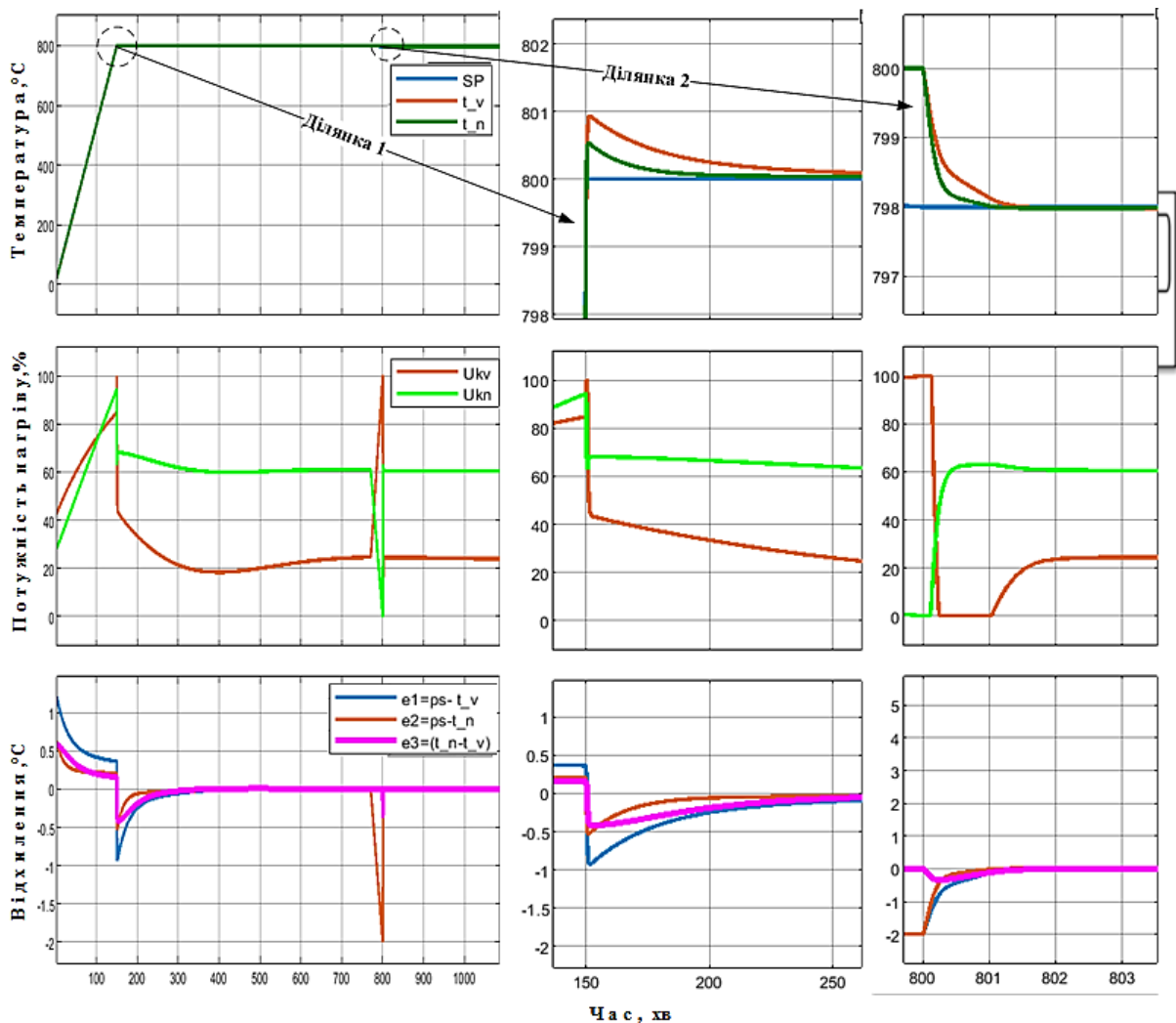


Рисунок 4.27 – Графічне представлення результатів дослідження автономної САК

Система керування печі термообробки має трьохрівневу ієрархічну структуру (рис. 4.28). Значна її частина реалізована на технічних засобах

підприємства «Мікрол» (Україна) [67]. Верхній рівень SCADA системи – автоматизоване робоче місце персоналу на базі промислового комп'ютера та місцевої панелі оператора HMI cME-iV5 фірми Waintek. На цьому рівні розгорнута SCADA система Smart Revie з архівною станцією та мнемосхемою.

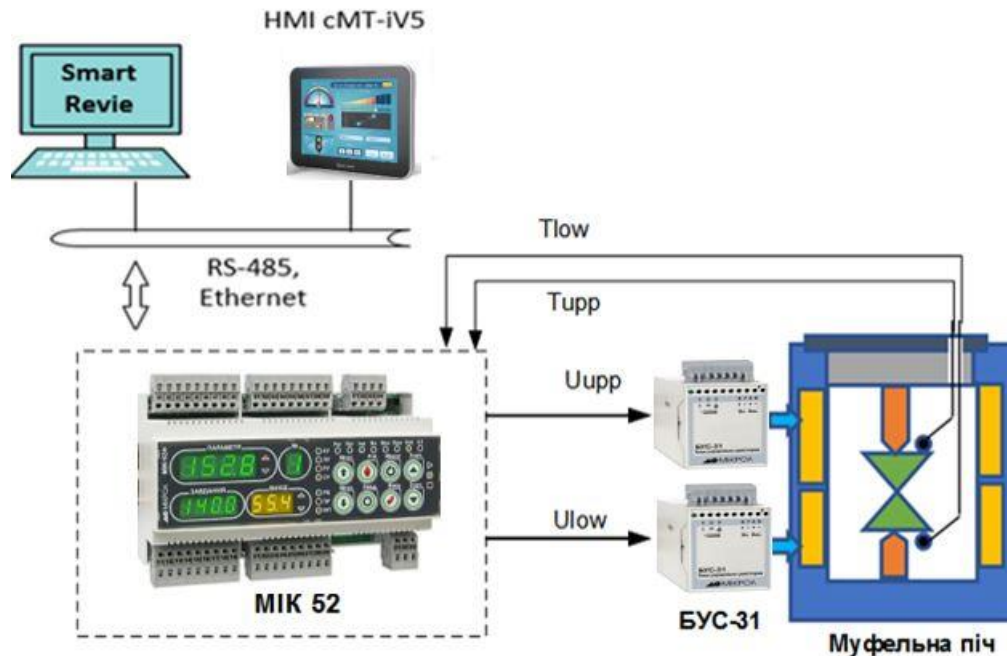


Рисунок 4.28 – Функціональна схема керування вузлом термічної обробки заготовок

Середній рівень має у своєму складі контролери. Він представлений засобами керування (двоканальний програмний регулятор МІК-344-К7) для реалізації контурів регулювання температури у відповідності до заданого профілю термообробки (реалізація рис. 4.26). Регулятор має два послідовних інтерфейси RS-485 з протокол зв'язку Modbus режим RTU (Remote Terminal Unit) та інтерфейс Ethernet з протоколом зв'язку -Modbus режим TCP (Slave). Похибка вимірювання температури температурою ТХА складає 0.05°C , що є важливою умовою для підтримання температури в межах 1°C .

Для реалізації схеми (рис. 4.24) доцільно застосувати PLC МІК-52Н з модулем розширення MP-51Н-11, що дозволить в одному пристрої реалізувати програмний регулятор та компенсатор.

Нижній рівень системи представлений давачами контролю температури (термопари ТХА (К) з діапазон від мінус 100°C до плюс 1300°C) та виконавчими пристроями (симісторний підсилювач потужності БУС-31 з число-імпульсним керуванням та нагрівні тени).

Програмне забезпечення для контролера МІК-52 розробляється в інструментальному середовищі «Альфа» мовою FBD. Спрощена функціонально блочне представлення програми користувача відображено на рисунку 4.29.

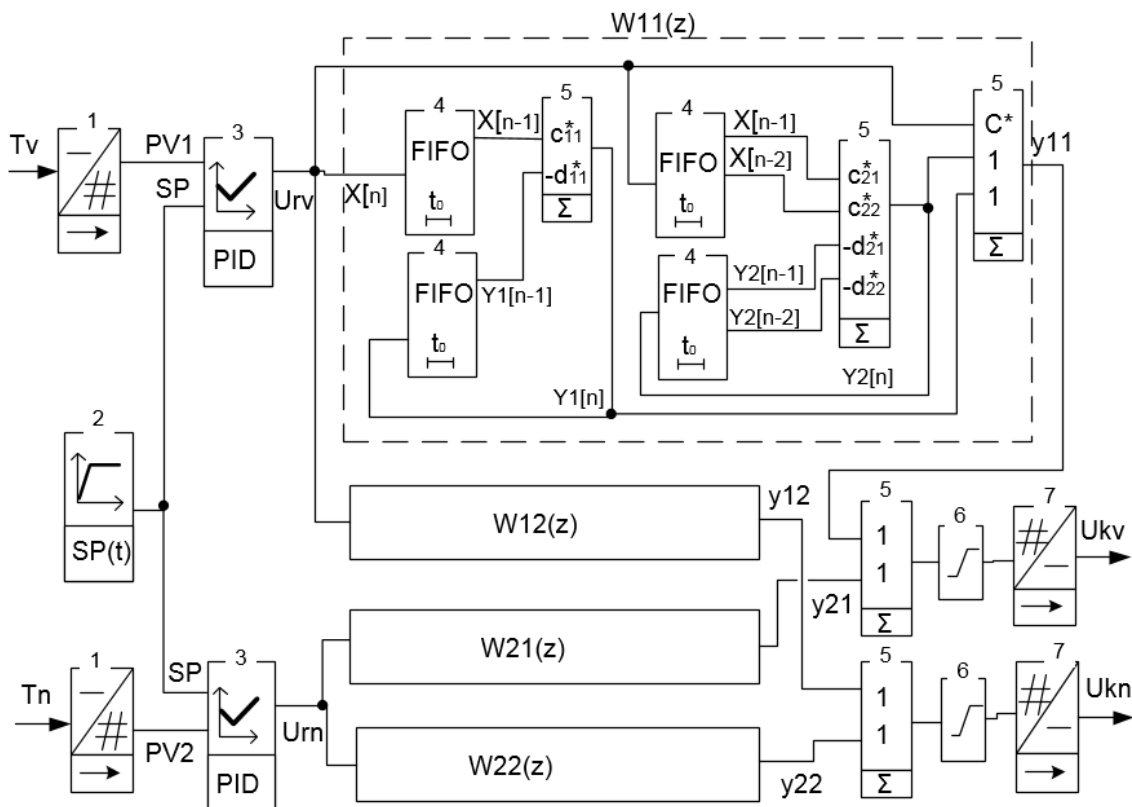


Рисунок 4.29 – Спрощена функціональна схема програми користувача регулювання температурного режиму у печі термообробки за варіантом 3

Програма користувача ґрунтується на бібліотечних алгоритмах, що є основою функціональних блоків. Ввід значення температур від контрольних точок здійснюється через блоки 1 (бібліотечний алгоритм *AIN*), які пов'язані з апаратною частиною вводу контролера і реалізують цифро-аналогове перетворення та забезпечують калібрування сигналу. Блок 2 відтворює функції

програмного задатчика $SP(t)$ і формує профіль нагріву заготовки в печі (основний алгоритми PRG), а базові точки треку задаються задатчиками SP_M та TM_M . На основі заданого SP та вимірюючого параметра PV у блоках 3 (алгоритм PID) реалізується ПІ- алгоритм керування, а на виходах регуляторів формуються сигнали U_{rv}, U_m , які є входами компенсаторів.

Типова спрощена функціональна схема канального компенсатора $w_{11}(z)$ (рис. 4.29) реалізована на блоки зсувних регістрів FIFO (алгоритм $AVRG$) та блоків 5 додавання з масштабуванням (алгоритм $SUMM$). В основі реалізації лежить програмна реалізація секцій 2-порядку детально розглянутих в [72]. Виходи основного та перехресного каналу компенсаторів після сумування та обмеження рівня сигналу в блоках 6 (алгоритм $LIMIT$) виводяться з контролера через блок 7 (алгоритм AOT). До даних виходів підключені блоки підсилення потужності БУС-31, які керують потужністю нагріву.

Висновки до розділу

1. Синтезований компенсатор зворотних зв'язків у формі матричної передавальної функції, елементи якої передавальні функції кожного із чотирьох каналів передачі сигналів з входу на вихід компенсатора. Доведено, що передавальні функції компенсатора визначаються порядком передавальних функцій об'єкта керування (муфельної печі); при однаковій структурі передавальних функцій об'єкта передавальні функції компенсатора є однотипними за структурою у вигляді відношення двох поліномів, степені яких дорівнюють $2(3n-1)$, де n – порядок передавальних функцій об'єкта.

2. Досліджені можливості реалізації компенсатора на засобах мікропроцесорної техніки, на основі переходу від неперервних до дискретних моделей компенсатора. Проаналізовано такі способи такого переходу – декомпозиція передавальних функцій компенсатора на паралельні структури, інваріантного перетворення імпульсної характеристики, подання математичних

моделей у просторі станів та метод Ганкеля спрощення математичних моделей компенсатора. Порівняльний аналіз методів показав, що перші два методи не забезпечують необхідної точності переходу від неперервної до дискретної моделі із-за необхідності знаходження коренів характеристичних поліномів високої степені; третій метод забезпечує високу точність такого переходу, але для своєї реалізації вимагає значних обчислювальних ресурсів; найбільш придатним виявився метод Ганкеля редукції (спрощення) математичних моделей компенсатора, який дав змогу скоротити порядок моделей компенсатора з шістнадцятого до третього, що значно спрощує процес реалізації компенсатора на промислових контролерах.

3. Розроблена імітаційна модель компенсатора разом із об'єктом керування, дозволила встановити, що відбувається задовільна компенсація дії перехресних каналів, яка залежить від точності математичного опису редукованих каналних компенсаторів. Канали стають автономними за рахунок сформованих сигналів корекції U_{kv} та U_{kn} . Сигнали перехресних зв'язків при зміщенні робочої точки на вході узагальненого об'єкта (коректор сумісно з муфельною піччю) не передаються перехресними каналами на виходи t_v та t_n (рис. 4.21).

4. Проведені дослідження методом імітаційного моделювання автономної системи автоматичного керування температурним режимом печі дали змогу визначити показники якості роботи системи як при стрибкоподібній, так і при програмованій в часі зміні завдання. Показники якості роботи системи задовольняють сформованим технічним вимогам на стадії проектування.

Запропонована структура SCADA системи, її технічна реалізація та програмне забезпечення контролера відповідає вимогам до системи автоматичного керування температурним режимом термічної обробки металевих заготовок і може бути рекомендована до практичного застосування в промисловості.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі на основі проведених експериментальних та теоретичних досліджень розв'язана науково-технічна задача, суть якої у розробленні емпіричної моделі та в створенні автономної системи керування температурним режимом муфельної печі з двома незалежними джерелами електричної енергії.

Основні наукові та практичні результати дисертаційної роботи характеризуються такими висновками:

1. Аналіз наукових робіт в області математичного моделювання і автоматичного керування тепловими процесами показав, що муфельні печі різного призначення, розглядаються як об'єкти з розподіленими параметрами, динамічні властивості яких описуються диференціальними рівняннями у часткових похідних. У загальному випадку такі рівняння нелінійні і не мають аналітичного розв'язку. Тому для знаходження структури температурних полів у муфельних печах застосовують числові методи знаходження розв'язків диференціальних рівнянь у часткових похідних. Отримані результати, здебільшого, використовують для розв'язування технологічних задач.

Муфельні печі з електричними джерелами енергії як об'єкти математичного моделювання також є об'єктами з розподіленими параметрами. Для отримання математичних моделей придатних для вирішення задач синтезу автоматичних систем керування, муфельні печі умовно розбивають на певне число зон, кожна із яких описується звичайними диференціальними рівняннями. У результаті отримують структурну схему муфельної печі, яка є придатною для синтезу системи автоматичного керування температурним режимом у муфельній печі.

Виробники муфельних печей застосовують одноконтурні системами автоматичного керування, які виводять муфельну піч на заданий

температурний режим і підтримують його на протязі періоду часу, який визначається технологічними умовами, постійним.

Муфельні печі з двома незалежними джерелам електричної енергії через наявність перехресних зв'язків потребують подальших досліджень з метою синтезу системи автоматичного керування підвищеної точності стабілізації температури і з покращеними динамічними властивостями.

2. Розроблена методика експериментальних досліджень дала змогу отримати розгінні характеристики муфельної печі за чотирма каналами передачі сигналів. За допомогою удосконаленого методу площ, у частині нерівномірного кроку відліку значень температури на виходах муфельної печі, розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, за допомогою якого за критерієм оцінки точності апроксимації (сума квадратів відхилень розрахункових значень від відповідних експериментальних даних), вибрана в ітеративному режимі адекватна емпірична модель для кожного із чотирьох каналів передачі сигналів із множини синтезованих моделей.

3. На основі розробленої структурної схеми муфельної печі, як об'єкта автоматичного керування, зроблений висновок, що муфельна піч є двовимірним об'єктом з внутрішніми перехресними зв'язками між вихідними величинами об'єкта, наявність яких значно ускладнює стабілізацію температури у робочому режимі печі.

Синтезована автономна система автоматичного керування має у своєму складі компенсатор, наявність якого дало змогу «ліквідувати» перехресні зв'язки і отримати дві незалежні одноконтурні системи керування.

Розроблено програмне забезпечення у середовищі MatLab, за допомогою якого обчислені параметри налаштування ПІ- та ПІД-регуляторів з використанням узагальненого критерія мінімізації похибки неузгодженості для кожного із двох контурів керування та побудовані графіки перехідних процесів для першого і другого контурів керування.

Встановлено: у тому випадку, коли порядок полінома чисельника передавальної функції об'єкта керування менше на одиницю від порядку

полінома знаменника, використання ПД-регулятора недоцільно, оскільки це спричиняє стрибкоподібну зміну регульованої величини у початковий момент часу, що може призвести до різкого збільшення потужності, яка підводиться до тенів від джерела живлення.

Показано, що при застосуванні П-регуляторів перерегулювання відсутнє, а час регулювання становить 9,95хв. як для першого, так і для другого контурів керування.

Отримані формули для обчислення характеристичного полінома і передавальної функції розімкненої системи з врахування нечіткості їх параметрів. Це дало змогу встановити, що врахування нечіткості параметрів передавальної функції не вплинуло на стійкість замкненої системи керування. Запас стійкості за амплітудою не змінився, а за фазою змінився незначно, що пояснюється незначною різницею між частотними характеристиками першого і другого контурів на високих частотах.

4. Синтезований компенсатор зворотних зв'язків у формі матричної передавальної функції, елементи якої передавальні функції кожного із чотирьох каналів передачі сигналів з входу на вихід компенсатора. Доведено, що передавальні функції компенсатора визначаються порядком передавальних функцій об'єкта керування (муфельної печі); при однаковій структурі передавальних функцій об'єкта передавальні функції компенсатора є однотипними за структурою і мають вигляд відношення двох поліномів, степені яких дорівнюють $2(3n-1)$, де n – порядок передавальних функцій об'єкта.

Досліджені можливості реалізації компенсатора на засобах мікропроцесорної техніки, на основі переходу від неперервних до дискретних моделей компенсатора. Проаналізовані чотири способи такого переходу – декомпозиція передавальних функцій компенсатора на паралельні структури, інваріантного перетворення імпульсної характеристики, подання математичних моделей у просторі станів та метод Ганкеля спрощення математичних моделей

компенсатора. Порівняльний аналіз методів показав, що перші два методи не забезпечують необхідної точності переходу від неперервної до дискретної моделі із-за необхідності знаходження коренів характеристичних поліномів високої степені; третій метод забезпечує високу точність такого переходу, але для своєї реалізації вимагає значних обчислювальних ресурсів; найбільш придатним виявився метод Ганкеля редукції (спрощення) математичних моделей компенсатора, який дав змогу скоротити порядок моделей компенсатора з шістнадцятого до третього, що значно спрощує процес реалізації компенсатора на промислових контролерах.

Розроблена імітаційна модель компенсатора разом із об'єктом керування, дозволила встановити, що відбувається задовільна компенсація дії перехресних каналів, яка залежить від точності математичного опису редукованих каналних компенсаторів. Сигнали перехресних зв'язків при зміщенні робочої точки на вході узагальненого об'єкта (коректор сумісно з муфельною піччю) не передаються перехресними каналами на виходи печі.

Проведені дослідження автономної системи автоматичного керування температурним режимом печі методом імітаційного моделювання дали змогу визначити показники якості роботи системи як при стрибкоподібному, так і при програмному в часі зміні завдання. Показники якості роботи системи керування задовольняють сформованим технічним вимогам на стадії проектування.

5. У програмному середовищі MatLab розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення задачі синтезу автономної системи автоматичного керування роботою муфельної печі, що вирішує такі завдання: вибір в ітеративному режимі адекватних емпіричних моделей муфельної печі за результатами експериментальних досліджень; розрахунок оптимальних параметрів налаштування ПІ- та ПІД-регуляторів за узагальненим квадратичним критерієм, побудова перехідних характеристик першого і другого контурів керування для визначення показників якості процесу керування; дослідження впливу нечіткості параметрів об'єкта на стійкість автономних систем керування; редукція математичних моделей компенсатора

перехресних зв'язків та оцінка похибок апроксимації процесу спрощення моделей.

Розроблене програмне забезпечення, яке розміщене в додатках, показало свою ефективність при розв'язуванні задач, що виникають у процесі синтезу автономної системи керування температурним режимом муфельної печі і можуть знайти застосування при розв'язанні подібних задач для інших технологічних об'єктів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Степанюк Р. А. Спеціальні методи термічної підготовки: навч. посіб. К.: НТУ «КП», 2023. 113 с.
2. Муфельна піч: призначення, характеристики та як працює. URL: <https://analit-pribor.com.ua/developments/myfelnye-pechi-ystroistvo-harakteristiki-i-prednaznachenie> (Дата звернення 15.04.2022).
3. Будник А. Ф. Типове обладнання термічних цехів та дільниць: навч. посіб. Суми: вид-во СумДУ, 2008. 212 с.
4. Муфельна піч SNOL 80/1100 LSF01 з камерою із волокна. URL: <https://ventalab.ua/mufelna-pich-snol-80-1100-lsf-01-z-kamero%D1%9Bu-iz-volokna> (Дата звернення 01.06.2022).
5. Камерні печі для термічної обробки. URL: <https://sasua.com.ua/pechi-termichni> (Дата звернення 01.06.2022).
6. J. Govardhan, G.V.S. Rao, J. Narasaiah, IJEE, Volume 2, Issue 5, 2011 pp.783-796.
7. Теплотехніка: підручник / Б. Х. Драганов, О. С. Бессараб, А. А. Долінський, В. О. Лазоренко, А. В. Міщенко, О. В. Шеліманова ; за ред. Б. Х. Драганова ; 2-е вид., перероб. і доп. - К. : ІНКОС, 2005. - 400 с.
8. Горбійчук М. І., Пістун Є. П. Числові методи і моделювання на ЕОМ: навч. посіб. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. 408 с.
9. Карвацький А. Я., Пулінець І. В., Шилович І. Л. Математична модель тепло-гідродинамічного стану багатокамерної печі при випалюванні електродних заготовок. Східно-Європейський журнал передових технологій. Серія: Математика и кібернетика – фундаментальні та прикладні аспекти. 2012. ¼ (55). С. 33 – 37.
10. Poinsot T., Veynante D. Theoretical and numerical combustion. Philadelphia: Edwards, 2005. 522 p.

11. SonavaneYogesh. Influence of the Wall on the Heat Transfer Process in Rotary Kiln: Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing). 2010. 144 p.

12. Application of a mathematical modeling to the development of a muffle type continuous heat treating furnace. Masaru TAKEI, Takehito IMANARI, Tsuneaki NAKAMURA Energy Technology Research Institute, Tokyo Gas Co., Ltd. 1-16-25, Shibaura, Minato-ku, Tokyo 105 Satomi YASUOKA, Ichiro NAKAMACHI Industrial Gas Sales Department, Tokyo Gas Co., Ltd. 3-13-1, Minami-senju, Arakawa-ku, Tokyo 116. URL: <https://collections.lib.utah.edu/ark:/87278/s6125w96> (Дата звернення 15.04.2022)

13. Modeling of an expert system for an electric muffle furnace for simple heat treatment processes, 2012, India. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6493280> (Дата звернення 16.04.2022).

14. Nima BOHLOOLI ARKHAZLOO. Optimization of Furnace Residence Time and Ingots Positioning during the Heat Treatment Process of Large Size Forged Ingots. URL: https://espace.etsmtl.ca/id/eprint/2477/1/BOHLOOLI_ARKHAZLOO_Nima.pdf (Дата звернення 16.04.2022).

15. Nirajkumar C. Mehta. Review on computational investigation on different kinds of furnaces. URL: https://www.researchgate.net/profile/NirajkumarMehta/publication/280569228_REVIEW_ON_COMPUTATIONAL_INVESTIGATION_ON_DIFFERENT_KINDS_OF_FURNACES/links/5853f72b08ae95fd8e1ff52f/REVIEW-ON-COMPUTATIONAL-INVESTIGATION-ON-DIFFERENT-KINDS-OF-FURNACES.pdf (Дата звернення 15.04.2022).

16. Nirajkumar C Mehta, Dipesh D Shukla, Ravi K Popat, "Optimisation of Wall Thickness for Minimum Heat Loss for Induction Furnace by FEA", Indian Foundry Journal, Vol. 60, No. 12, December 2014.

17. Niraj Mehta, Vipul Gondaliya, Jayesh Gundaniya, "Applications of Different Numerical Methods in Heat Transfer - A Review", Volume 3, Issue 2, February 2013.

18. Vipul Gondaliya, Mehul Pujara, Nirajkumar Mehta, "Transient Heattransfer Analysis of Induction Furnace by Using Finite Element Analysis", Volume 3, Issue 8, August 2013.
19. J. Govardhan, G.V.S. Rao, J. Narasaiah, IJEE, Volume 2, Issue 5, 2011 pp.783-796.
20. Peter Mullinger and Barrie Jenkins, Industrial and Process Furnaces (1st Edition) Elsevier Publication.
21. Programmable Muffle Furnace Instruction Manual 650-750 Series. URL:https://archive-resources.coleparmer.com/Manual_pdfs/33856-15.pdf. (Дата звернення 26.09.2022).
22. Lucák Jiří. A Mathematical Model of Thermal Processes in the Empty Electric Muffle Furnace Department of Electrical Power Engineering and Environmental Engineering University of West Bohemia Pilsen. Transactions on Electrical Engineering, Vol. 5 (2016), No. 1. P. 14 -20.
23. Lucák Jiří. Experimental Verification of Model Simulation Results of Heating Cycles within the Electric Muffle Furnaces. Transactions on Electrical Engineering, Vol. 5 (2016), No. 2. P. 36 – 46.
24. Карпенко Д. В. Розроблення автоматизованої системи керування лабораторної муфельної печі: кваліфікаційна робота. Харків: ХНУРЕ, 2021. 93с.
25. Ryosuke Masuda a, Yoshinari Hashimoto b, Max Mulder c, Marinus M. (Ren´e) van Paassen c, Manabu Kano. Automation on thermal control of blast furnace. URL:https://www.researchgate.net/publication/366908238_Automation_on_thermal_control_of_blast_furnace. (Дата звернення 26.09.2022)
26. Коротинський А. П. Автоматизація процесу керування багатоканальними печами випалювання вуглеграфітових виробів: дис. д-р філ. (PhD): 151. К., 2020. 190 с.
27. Корнієнко В.І., Гусєв О.Ю., Герасіна О.В., Щокін В.П. Теорія систем керування: підручник /. Дніпро: НГУ, 2017. 497 с.
28. Вичерпний посібник із використання муфельної печі: принципи, застосування та передовий досвід. URL:<https://medium.com/@testinginstrumentss/a->

comprehensive-guide-to-muffle-furnace-use-principles-applications-and-best-practices-eac3b7a0286d (Дата звернення 15.04.2022).

29. Електрична муфельна піч СНО 60/1100В4ПД. URL: <https://termopressmash.com.ua/pechi/elektricheskaya-mufelnaya-pech-sno-60-1100-i4a> (Дата звернення 26.09.2022)

30. Memmert. URL: <https://www.memmert.com/products/selector/#!filters=%7B%7D> (Дата звернення 26.09.2022)

31. Design of fuzzy-pd controller for heating system temperature control. Intisar N. Al-Obaidi¹, Abbas H. Issa² Bilad Alrafidain Journal for Engineering Science and Technology. URL: <https://dx.doi.org/xxxxx/bajest>. (Дата звернення 26.09.2022)

32. Zahir Mujanović Automatic control of muffle furnaces. URL: <http://eprints.fri.uni-lj.si/id/eprint/1383> (Дата звернення 26.09.2022)

33. Niraj Mehta, Vipul Gondaliya, Jayesh Gundaniya, "Applications of Different Numerical Methods in Heat Transfer - A Review", Volume 3, Issue 2, February 2013.

34. Muffle Furnace, PID Controller. URL: <https://www.japson.com/muffle-furnace-pid-controller.html> (Дата звернення 26.09.2022).

35 Peter Mullinger and Barrie Jenkins, Industrial and Process Furnaces (1st Edition) Elsevier Publication. 544 p.

36. Gorbiychuk M., Lazoriv N., Chyhur L., Chyhur I. Determining configuration parameters for proportion-ally integrated differentiating controllers by arranging the poles of the transfer function on the complex plane. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Kharkiv, Vol. 5 No. 2(113) (2021): Information technology. Industry control systems. Pp.80–93.

37. Горбійчук М. І., Гуменюк Т. В., Заячук Я. І., Лазорів Н. Т. Побудова емпіричних моделей процесу поглиблення свердловин з врахуванням невизначеності. Методи та прилади контролю якості № 1 (36), 2016. С. 86 – 94.

38. Gorbiychuk M., Zamikhovska O., Zamikhovskiy L., Pavlyk V. Ddevelopment of the method for estimating the technical condition of gas pumping

units by their accelerating characteristic Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 3/2(105) 2020.

39. M. Gorbiychuk, O. Zamikhovska, L. Zamikhovskiy, S. Zikratyi, L. Shtaiier. Evaluation of dynamic properties of gas pumping units according to the results of experimental Researches. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2/2(98). 2019. Pp. 73 – 81.

40. Горбійчук М. І. Алгоритми і методи обчислень: навчальний посібник. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2014. 309 с.

41. Horbiychuk M. I., Lazoriv N.T., Kohutyak M. I., Manuliak I.Z. Experimental research on muffle furnace dynamic properties Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. №3 (195). 2023. С. 144-150.

42. Горбійчук М. І., Лазорів Н. Т., Когутяк М. І. Синтез автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. Journal Věda a perspektivy. Чехія № 2(21) (2023). Pp 387–407.

43. M. I. Gorbiychuk, D. D. Povarchuk, T. V. Humeniuk, N. T. Lazoriv. Development of the mathematical model for the installation of two-stage separating. Slovak international scientific journal. 2017. № 9(2). P. 21-31.

44. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: підручник. К.: Либідь, 1997. 544 с.

45. D. K. Newton, L. A. Guld, and D. F. Kaiser. Theory of Linear Tracking Systems (GIF-ML, 1961)

46. Newton Jr., Gould L. A., Kaiser J. F. Analytic design of linear feedback controls. New York, 1957. 419 p.

47. Byrd R. H., Gilbert J. C., Nocedal J. A Trust Region Method Based on Interior Point Techniques for Nonlinear Programming. Mathematical Programming, 2000, Vol 89, No. 1, pp. 149–185.

48. Олійник А. С., Суцанський В. І. Лекції з алгебри: навч. посібник. К.: ВПЦ Київський університет, 2019. 308 с.

49. Isermann, Rolf.: Digital Control Systems Springer-Verlag, 1981.

50. Горбійчук М. І. Математичне моделювання на ЕОМ технологічних об'єктів. Навч. посібник. Івано-Франківськ: Факел, 2001. 239 с.

51. Когутяк М. І Синтез динамічних коректорів на PLC. Всеукраїнська науково-практична конференція молодих вчених і студентів, ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ, 7 жовтня, 2021 р. С.57-58.

52. Modern Control Systems Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. URL:<https://files.craze.moe/temp/Modern%20Control%20Systems%2013th.pdf>
(Дата звернення 15.06.2022).

53. Horbiyuchuk Mykhailo, Lazoriv Nataliia, Feshanych Lidiia. Determining the effect of fuzziness in the parameters of a linear dynamic system on its stability. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Kharkiv, Vol. 2 No. 4 (110) (2021): Mathematic and cybernetics –applied aspects. P. 15 – 21.

54. Раскін Л. Г., Сіра О. В. Нечітка математика. Основи теорії. Програми. Харків: Парус, 2008. 352 с

55. Горбійчук М. І., Гарасимів В. М. Теорія алгоритмів, числові методи та програмні засоби моделювання: навчальний посібник Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. – 2021.

56. Горбійчук, М. І., Скріпка, О. А., Пашковський, Б. В. Оптимальний розподіл кількості газоперекачувальних агрегатів в умовах невизначеності при заданих обсягах на перекачку природного газу. East European Scientific Journal. 2016. 3 (7). с. 53 – 58.

57. Гаращенко Ф. Г., Сопронюк О. Л. Аналіз практичної стійкості та чутливості лінійних динамічних систем зі зміною вимірності фазового простору. Системні дослідження та інформаційні технології. 2016. № 3. С. 86 – 100.

58. Gorbiyuchuk M. I., Lazoriv O. T., Zaiachuk Y. I. Depth-Optimal Distribution of Drilling Meterage Under Uncertainty. Cybernetics and Systems Analysis Vol. 56, Issue 2, March 2020. P. 269 – 277.

59. Gorbiychuk Mikhail I., Humenyuk Taras V. Synthesis Method of Empirical Models Optimal by Complexity under Uncertainty Conditions. Journal of Automation and Information Sciences. Vol. 48, Issue 9, 2016, pp. 64-74.

60. Gorbiychuk M. I., Povarchuk D. D., Humeniuk T. V., Lazoriv N. T. Development of the imitation model of the two-stage separation process of oil. Earsten-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. № ½ (92). – P. 20 – 27.

61. Горбійчук М. І., Лазорів Н. Т., Когутяк М. І. Синтез автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. Journal Věda a perspektivy. Чехія № 2(21) (2023). Pp 387–407.

62. Digital and Sampled-data Control Systems (Electrical & Electronic Engineering) by Julius T. Tou (1959-12-03).

63. Control System Design by Graham C. Goodwin, Stefan F. Graebe, Mario E. Salgado. URL: <http://caaelotel.elo.utfsm.cl/home/wp-content/uploads/Control-System-Design-SalgadoGoodwinGraebe.pdf> (Дата звернення 26.09.2022).

64. Горбійчук М. І., Лазорів Н. Т. Дискредитація математичних моделей лінійних об'єктів керування. Journal Věda a perspektivy. Чехія № 1(8) (2022). Pp 241–254.

65. Digital Signal Processing: A Practical Approach 2nd Edition by Emmanuel C. Ifeachor, Barrie W. Jervis. URL:<https://seemabaji1.files.wordpress.com/2019/01/jervis-book.pdf> (Дата звернення 26.09.2022).

66. Theory and Application of Digital Signal Processing by Lawrence R. Rabiner, Bernard Gold, 1975 <https://www.scribd.com/document/530332649/Lawrence-R-Rabiner-Bernard-Gold-Theory-and-Application-of-Digital-Signal-Processing-Prentice-Hall-1975> (Дата звернення 26.09.2022)

67. Контролер мікропроцесорний МІК-53Н. Настанова щодо експлуатування ПРМК.421457.062 PE1, УКРАЇНА, м. Івано-Франківськ 2019.

68. Контролер мікропроцесорний МІК-50, МІК-51, МІК-51Н, МІК-52, МІК-52Н, МІК-53Н, МІК-127. Настанова щодо експлуатування ПРМК.421457.005 PE2 УКРАЇНА, м. Івано-Франківськ, 2018.

69. Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkatasubramanian Balakrishnan. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadelphia: Siam, 1994. 205 p.

70. Kuster George E. H-infinity Norm Calculation via a State Space Formulation. URL:https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/49544/Kuster_GE_T_2013.pdf?isAllowed=y&sequence=1 (Дата звернення 26.09.2022).

71. Бахрушин В. Є., Огаренко Т. Ю. Теорія керування: навч. посіб. – Запоріжжя: КПУ, 2014. – 224 с URL:https://www.researchgate.net/profile/Vladimir-Bakhrushin/publication/288835039_Theory_of_Control_in_Ukrainian_Teoria_keruvanna/links/5686266908ae197583968a5e/Theory-of-Control-in-Ukrainian-Teoria-keruvanna.pdf (Дата звернення 20.04.2023).

72. Ray H. W. Advanced Process Control. URL: <https://www.scribd.com/document/262177338/Advanced-Process-Control-by-W-H-Ray> (Дата звернення 20.04.2023).

73. Горбійчук М. І., Лазорів Н. Т., Когутяк М. І., Лазорів А. М. Дослідження динамічних властивостей компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. Методи та прилади контролю якості. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. №2(49). С. 74–88.

74. Горбійчук М. І., Лазорів Н. Т., Когутяк М. І., Лазорів А. М. Синтез оптимального за параметрами компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. Том 34 (73) №3 2023. Частина 1. С.106 – 114.

75. Горбійчук М. І., Біла О. Т., Лазорів Н. Т. Оптимальний розподіл паралельно працюючих агрегатів із врахуванням екологічних податків в умовах невизначеності. Науковий вісник ІФНТУНГ. 2019. № 1(46). С. 35 – 45.

76. М. Горбійчук, М. Когутяк, Я. Заячук. Практичні аспекти реалізації коректорів автоматичних систем керування. Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». №1(2024) С. 101 – 110.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Результат експериментального дослідження динаміки муфельної печі (нижній тен)

Час, год.:хв.	$T_{Low}^{(a)}$	$T_{Upp}^{(a)}$	t , хв.	t , с	Прирости температур	
					T_{Low} , °C	T_{Upp} , °C
9:19	27,75	27,75	19,00	0	0	0
9:20	28	28	20,00	60	0,25	0,25
9:21	29,75	30,25	21,00	120	2	2,5
9:22	34	35	22,00	180	6,25	7,25
9:23	40	41	23,00	240	12,25	13,25
9:24	47	47,5	24,00	300	19,25	19,75
9:25	54	54	25,00	360	26,25	26,25
9:25:30	58	57,5	25,50	390	30,25	29,75
9:26:00	62	61	26,00	420	34,25	33,25
9:26:30	65	63,5	26,50	450	37,25	35,75
9:27:00	69	67	27,00	480	41,25	39,25
9:27:30	72,5	70	27,50	510	44,75	42,25
9:28:00	76,5	73,5	28,00	540	48,75	45,75
9:28:30	80	76	28,50	570	52,25	48,25
9:29:00	83	79	29,00	600	55,25	51,25
9:29:30	86	82	29,50	630	58,25	54,25
9:30:00	89	85	30,00	660	61,25	57,25
9:35	118,5	110	35,00	960	90,75	82,25
9:40	144	132	40,00	1260	116,25	104,25
9:45	167	152	45,00	1560	139,25	124,25

Продовження додатку А

Продовження таблиці А.1

10:00	223	200	60,00	2460	195,25	172,25
10:15	262	239	75,00	3360	234,25	211,25
10:30	290,5	270	90,00	4260	262,75	242,25
10:45	315	297	105,00	5160	287,25	269,25
11:00	333	316,7	120,00	6060	305,25	288,95
11:15	350	329,5	135,00	6960	322,25	301,75
11:30	364,5	344,5	150,00	7860	336,75	316,75
11:45	375,5	361,5	165,00	8760	347,75	333,75
12:00	383	370,5	180,00	9660	355,25	342,75
12:15	391,5	378,5	195,00	10560	363,75	350,75
12:30	395,5	387	210,00	11460	367,75	359,25
12:45	407	395	225,00	12360	379,25	367,25
13:00	415	398,5	240,00	13260	387,25	370,75
13:15	422,5	411,5	255,00	14160	394,75	383,75
13:30	429,5	418	270,00	15060	401,75	390,25
13:45	434,5	424	285,00	15960	406,75	396,25
14:00	435	429,5	300,00	16860	407,25	401,75
14:15	445,5	436,4	315,00	17760	417,75	408,65
14:30	451,5	441,5	330,00	18660	423,75	413,75
14:45	456,5	446,5	345,00	19560	428,75	418,75
15:00	460,5	451	360,00	20460	432,75	423,25
15:15	464,5	455	375,00	21360	436,75	427,25
15:30	468	460	390,00	22260	440,25	432,25
15:45	473	463	405,00	23160	445,25	435,25

Кінець таблиці А.1

16:00	478	468	420,00	24060	450,25	440,25
16:15	481	472	435,00	24960	453,25	444,25
16:30	483	473	450,00	25860	455,25	445,25
16:45	484	476	465,00	26760	456,25	448,25
17:00	486	477	480,00	27660	458,25	449,25
17:15	488	479	495,00	28560	460,25	451,25
17:30	490	482	510,00	29460	462,25	454,25
17:45	492	483	525,00	30360	464,25	455,25
18:00	493	484	540,00	31260	465,25	456,25
18:15	494	486	555,00	32160	466,25	458,25
18:30	495	487	570,00	33060	467,25	459,25
18:45	496	487	585,00	33960	468,25	459,25

Продовження додатку А

Таблиця А.2 – Результат експериментального дослідження динаміки муфельної печі (верхній тен)

Час, год.:хв	$T_{Low}^{(a)}$	$T_{Upp}^{(a)}$	t , хв.	t , с	Прирости температур	
					T_{Low} , °C	T_{Upp} , °C
7:51	25	25,12	51	0	0	0
7:52	25	25,25	52	60	0	0,13
7:53	25,5	25,75	53	120	0,5	0,63
7:54	26	26,75	54	180	1	1,63
7:55	27	27,87	55	240	2	2,75
8:00	32	34,5	60	540	7	9,38
8:05	37,25	41,25	65	840	12,25	16,13
8:10	42	47,5	70	1140	17	22,38
8:15	46,75	53,75	75	1440	21,75	2,63
8:30	50	71	90	2340	25	45,88
8:45	71	85	105	3240	46	59,88
9:00	81	97	120	4140	56	71,88
9:15	88	106	135	5040	63	80,88
9:30	96	114	150	5940	71	88,88
9:45	102,5	121	165	6840	77,5	95,88
10:00	107	127,5	180	7740	82	102,38
10:15	114	133,5	195	8640	89	108,38
10:30	119	138	210	9540	94	112,88
10:45	124	144	225	10440	99	118,88
11:00	128	147,5	240	11340	103	122,38
11:15	132,5	152,5	255	12240	107,5	127,38

Продовження додатку А

Кінець таблиці А.2

11:30	136	157,5	270	13140	111	132,38
11:45	140	160	285	14040	115	134,88
12:00	142,5	164	300	14940	117,5	138,88
12:15	145	166	315	15840	120	140,88
12:30	147,5	168	330	16740	122,5	142,88
12:45	150	171	345	17640	125	145,88
13:00	152,5	173	360	18540	127,5	147,88
13:15	154	175	375	19440	129	149,88
13:30	156	177,5	390	20340	131	152,38
13:45	157,5	179	405	21240	132,5	153,88
14:00	160	181	420	22140	135	155,88
14:15	161	182,5	435	23040	136	157,38
14:30	162,5	185	450	23940	137,5	159,88
14:45	164	186	465	24840	139	160,88
15:00	165	187,5	480	25740	140	162,38
15:15	167	189	495	26640	142	163,88
15:30	169	192	510	27540	144	166,88
15:45	170	192	525	28440	145	166,88
16:00	171	194	540	29340	146	168,88
16:15	172,5	195	555	30240	147,5	169,88
16:30	172,5	195	570	31140	147,5	169,88
16:45	174	196	585	32040	149	170,88
17:00	175	197,5	600	32940	150	172,38
17:15	175	198	615	33840	150	172,88

ДОДАТОК Б

**Програма ітераційного процесу визначення структури і параметрів
передавальної функції**

```

%=====
%Обчислення параметрів фнкції
%передачі методом площ
%=====
%Вхідні дані
%Масив експериментальних даних,
%які формуються окремих файлом
% Тур-ординати кривої розгону
% tt-час
%m-ступінь поліноа чисельника ПФ
%NN-ступінь полінома знаменника
%(m не більше NN)
% Експериментальні дані записані
% у файлах MuffleFurnace_1
% (нижній тен)
% MuffleFurnace_2
% (верхній тен)
% Нижній тен:
% Temp_Lower
% (:,1)-час, с; (:,2)--
% т-ра "низу";
% (:,3)-т-ра "верху"
%-----
%load Rotation_N1
fprintf('Ітераційний процес вибору степенів\n')
fprintf('поліномів чисельника і знаменника ПФ\n')
fprintf('\n')
fprintf('Введіть значення m степені полінома чисельника ПФ\n')
m=input('m=');
fprintf('Введіть значення NN степені полінома знаменника ПФ\n')
NN=input('NN=');
fprintf('При Ksw=1 - нижній тен; інакше верхній тен\n')
Ksw=input('Ksw=');
if Ksw==1
load MuffleFurnace_1
Typ=Temp_Lower(:,3);
tt=Temp_Lower(:,1);
else
load MuffleFurnace_2
Typ=Temp_Upp(:,3);
tt=Temp_Upp(:,1);
end
n=length(Typ);
t=tt/60;
plot(tt/60,Typ)
grid on

```

Продовження додатку Б

```

x_y=Typ(end);
y=Typ/x_y;
fi=1-y;
plot(t,fi)
N=m+NN;
for k=1:N
y1=(-t).^(k-1).*fi;
%Обчислення площ і моментів
%допоміжної функції
Sa=fun_Area(t,y1);
Mu(k)=Sa/factorial(k-1);
if k==1
    S(1)=Mu(1);
else
Sr=0;
for i=1:k-1
Sr=Sr+Mu(i)*S(k-i);
end
    S(k)=Mu(k)+Sr;
end
end
%Обчислення параметрів ФП
A=fun_CompMatrix(m,NN,S);
Ab=A^-1*S';
fprintf(' ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ\n')
fprintf('\n')
An=Ab;
Ad=Ab;
An(NN+1:end)=[];
An=An(NN:-1:1);
Ad(1:NN)=[];
Ad=Ad(m:-1:1);
fprintf('Чисельник передавальної функції\n')
for i=1:m
fprintf('b%d=%5.4f ',i-1,Ad(i))
end
fprintf('b%d=%d\n',m,1)
fprintf('\n')
fprintf('Знаменник передавальної функції\n')
for i=1:NN
fprintf('a%d=%5.4f ',i-1,An(i))
end
fprintf('a%d=%d\n',NN,1)
fprintf('k=%5.4f\n',Typ(end))
w=tf([Ad' 1],[An' 1]);
%-----
%Візуалізація результатів роботи програми
Y=fun_DU(Ab,t,m,NN,n);
% ty(end)=[];
fprintf('Похибка апроксимації\n')

```

Продовження додатку Б

```
Er=sum((Typ/x_y-Y).^2);
fprintf('Er=%5.4e\n',Er)
plot(t,Typ,'r-',t,Y*x_y)
grid on
```

Підпрограми

```
function S=fun_Area(t,y)
%Обчислення площі обмеженою кривою
%f(t)=(-t)^(k-1)*fi
N=length(y);
j=1;
S=0;
for i=1:N
if i==1
    S1=fun_T(i,y,t);
    S=S+S1;
else
if i+j+1>=N
break
end
    k=i+j;
    S1=fun_T(k,y,t);
    S=S+S1;
    j=j+1;
end
end
```

```
function S1=fun_T(i,T,t)
%Обчислення площі обмеженої
%поліномом Лагранжа за
%трьома інтерполяційними точками
Y1=T(i);
Y2=T(i+1);
Y3=T(i+2);
t1=t(i);
t2=t(i+1);
t3=t(i+2);
h1=t2-t1;
h2=t3-t2;
a1=h1*(h1+h2);
a2=h1*h2;
a3=h2*(h1+h2);
P1=fun_Int(Y1,a1,t2,t3,t1,t3);
P2=fun_Int(Y2,a2,t1,t3,t1,t3);
P3=fun_Int(Y3,a3,t1,t2,t1,t3);
S1=P1-P2+P3;
function l=fun_Int(y,a,x1,x2,z1,z2)
%Числове інтегрування методом Сімсона
v3=(z2^3-z1^3)/3;
```

Продовження додатку Б

```

v2=(z2^2-z1^2)/2;
v1=z2-z1;
q1=x1+x2;
q2=x1*x2;
l=y*(v3-q1*v2+q2*v1)/a;

```

```

function A=fun_CompMatrix(m,n,S)
%Формування матриці A
%Вхід:
% m-порядок полінома чисельника
% n-порядок полінома знаменника
%Вихід:
% матриця A розміром (m+n)x(m+n)
Ae=eye(n);
A0=zeros(m,n);
Aa=[Ae;A0];
B=zeros(m+n,m);
for j=1:m
    B(j,j)=-1;
end
k=0;
for i=1:m
for j=2+k:m+n
    B(j,i)=-S(j-k-1);
end
    k=k+1;
end
A=[Aa B];

```

```

function z=fun_DU(a,tk,m,n,n1)
%m=2;n=3;
%a=[3 4 7 4 5];
u=1;
if m>0
    a1=a(1:n);
    a(1:n)=[];
    b=a;
    a=a1;
    b=b(m:-1:1);
    q=zeros(1,n-m);
    b=[q b'];
    b=[b 1];
    b=abs(b);
else
    b=zeros(1,n);
    b=[b 1];
end
a=a(n:-1:1);
a=[a' 1];
n=n+1;

```


Продовження додатку Б

```

% k=1;
A=a(1)*eye(n);
for i=2:n
    k=0;
    for j=1:n-i+1
        A(i+k,j)=a(i);
        k=k+1;
    end
end
Beta=A^-1*b';
N=n-1;
    A1=eye(N-1,N-1);
    A2=zeros(N-1,1);
Ae=[A2 A1];
    A3(1:N)=-a(n:-1:2)/a(1);
Ax=[Ae;A3];
%=====
%Метод Рунге-Кутта розв'язання  $y'=f(t,y)$  задачі Коші
%на інтервалі  $[t_0;tk]$  з початковою умовою  $y(0)=y_0$ 
%=====
%Вхід:f(t,y)-функція, значення якої задати у М-файлі %fun_RK
% to,tk-початкова і кінцева точки інтегрування
% y0-початкова умова
% n-число ітерацій
%Вихід:t-вектор абсцис
% y-вектор ординат
%-----
%Вихідні дані
%-----
% ns=100;
% y0=0;r+1)-t(k);
%-----
%Обчислюємо крок h та ініціалізуємо вектори t,y
%-----
% h=tk/n1;
%-----
%Ітераційна процедура методу Рунге-Кутта
%-----
% t=0:h:tk;
%x0(1,N)=zeros(1,N);
y(1,:)=zeros(1,N);
Beta1=Beta;
Beta1(1)=[];
for k=1:n1-1
    h=tk(k+1)-tk(k);
    f1=fun_DUsepar(y(k,:),Ax,Beta1,u);
    f2=fun_DUsepar(y(k,)+h*f1/2,Ax,Beta1,u);
    f3=fun_DUsepar(y(k,)+h*f2/2,Ax,Beta1,u);
    f4=fun_DUsepar(y(k,)+h*f3,Ax,Beta1,u);

```

Кінець додатку Б

```
y(k+1,:)=y(k,:)+(f1+2*f2+2*f3+f4)*h/6;  
end  
z=y(:,1)+Beta(1)*u;
```

```
%=====
```

```
%Формування правої частини системи диференціальних  
%рівнянь  
%=====
```

```
function f=fun_DUsepar(x,A,beta,u)  
z=A*x'+beta*u;  
f=z';
```

ДОДАТОК В

Розрахунок параметрів налаштування ПІД-регулятора (узагальнений квадратичний критерій)

```

% =====
% Розрахунок параметрів ПІД-регулятора
% (узагальнений квадратичний критерій)
% =====
% Вхідні дані
% a0,a1,a2,a3,...-параметри знаменника
% передавальної функції об'єкта
% b0,b1,b2,...-параметри чисельника
% Параметри передавальної функції об'єкта
% розміщені в mat-файлах num і denom
% передавальної функції об'єкта
% x0-вектор початкові значень C0 і C1 в
% оптимізаційному процесі
% tk-кінцевий час для перехідної характеристики
% N-кількість ординат графіка
% tau-постійна величина в узагальненому
% квадратичному квадратичному критерії
% g -завдання регулятора
% -----
% Оптимізаційний процес пошуку значень C0, C1 і C2
% -----
fprintf('Вибір контуру керування: при kl=1 перший контур ')
fprintf('при kl=2 другий контур\n')
kl=input('Ввести kl=');
if kl==1
    load numW11
    load denomW11
elseif kl==2
    load numW11
    load denomW11
end
x0=[1 1 1];
tau=2;
g=900;
options=optimset('TolFun',1e-6);
[x,fval]=fmincon(@fun_optGCPID,x0,[],[],[],[],[0 0 0],[],[],options,An,Ad,x_y,tau);
if kl==1
    fprintf('ПЕРШИЙ КОНТУР\n')
else
    fprintf('ДРУГИЙ КОНТУР\n')
end
fprintf('ПАРАМЕТРИ НАЛАШТУВАННЯ РЕГУЛЯТОРА\n')
fprintf('C0=%6.4e\n',x(1))
fprintf('C1=%6.4e\n',x(2))
fprintf('C2=%6.4e\n',x(3))
% -----

```

Продовження додатку В

```
% Побудова перехідного процесу
```

```
% -----
tk=20;
N=200;
h=tk/N;
t=0:h:tk;
C0=x(1);
C1=x(2);
C2=x(3);
b0=Ad(1);
b1=Ad(2);
k=x_y;
a0=An(1);
a1=An(2);
a2=An(3);
B0=b0*C0;
B1=b0*C1+b1*C0;
B2=b0*C2+b1*C1+C0;
B3=b1*C2+C1;
B4=C2;
A0=b0*C0*k+a0;
A1=b0*C1*k+b1*C0*k+a1;
A2=C0*k+b1*C1*k+b0*C2*k+a2;
A3=C1*k+b1*C2*k+1;
A4=C2*k;
B=[B0 B1 B2 B3 B4];
A=[A0 A1 A2 A3 A4];
W=tf(k*B,A);
W1=tf([a0 a1 a2 1 0],A);
y=g*step(W,t);
e=g*step(W1,t);
e1=e(1)*exp(-t/tau);
E=max(abs(e-e1));
plot(t,y)
grid on
figure
plot(t,e,'o',t,e1,'r')
grid on
% =====
% ОБЧИСЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ:
% sigma-перерегулювання
% tc-час регулювання
% =====
gamma=0.01;
n=length(y);
yc1=y(end)+gamma;
yc2=y(end)-gamma;
sigma=(max(y)-y(end))/y(end);
for i=n:-1:1
if or(y(i)>=yc1,y(i)<=yc2)
break
```

Кінець додатку В

```

end
end
tc=t(i);
fprintf('\n')
fprintf('ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ\n')
fprintf('Перерегулювання\r')
fprintf('sigma=%3.4f%%\n',sigma*100);
fprintf('Час регулювання\n')
fprintf('tc=%3.4f хв\n',tc);
fprintf('Макс. відхилення від екстремалі\n')
fprintf('E=%3.4e \n',E);

```

Підпрограма обчислення узагальненого квадратичного критерію

```

function J=fun_optGCPID(x,An,Ad,x_y,tau)
% Узагальнений критерій
k=x_y;
a0=An(1);
a1=An(2);
a2=An(3);
b0=Ad(1);
b1=Ad(2);
pi0=b0*x(1)*k+a0;
pi1=b1*x(1)*k+b0*x(2)*k+a1;
pi2=x(1)*k+b1*x(2)*k+b0*x(3)*k+a2;
pi3=x(2)*k+b1*x(3)*k+1;
pi4=x(3)*k;
mu0=a1*pi0-a0*pi1;
mu1=a2*pi0-a0*pi2;
mu2=pi0--a0*pi3;
mu3=-a0*pi4;
JN1=mu0^2*(pi2*pi3*pi4-pi1*pi4^2)+pi0*pi3*pi4*(mu1^2-2*mu0*mu2)+...
    pi0*pi1*pi4*(mu2^2-2*mu1*mu3)+mu3^2*(pi0*pi1*pi2-pi0^2*pi3);
JD0=2*pi0*pi4*(pi1*pi2*pi3-pi1^2*pi4-pi0*pi3^2);
JN0=a0^2*(pi2*pi3*pi4-pi1*pi4^2)+pi0*pi3*pi4*(a1^2-2*a0*a2)+...
    (a2^2-2*a1)*pi0*pi1*pi4+pi0*pi1*pi2-pi0^2*pi3;
J=(JN0+(tau/pi0)^2*JN1)/JD0;

```

Розрахунок параметрів налаштування ПІ-регулятора

```

% =====
% Розрахунок параметрів ПІ-регулятора
% (узагальнений квадратичний критерій)
% =====
% Вхідні дані
% a0,a1,a2,a3,...-параметри знаменника
% передавальної функції об'єкта
% b0,b1,b2,...-параметри чисельника
% Параметри передавальної функції об'єкта
% розміщені в mat-файлах num і denom
% передавальної функції об'єкта
% x0-вектор початкові значень C0 і C1 в
% оптимізаційному процесі
% tk-кінцевий час для перехідної характеристики
% N-кількість ординат графіка
% tau-постійна величина в узагальненому
% квадратичному квадратичному критерії
%g -завдання регулятора
% -----
% Оптимізаційний процес пошуку значень C0 і C1
% -----
fprintf('Вибір контуру керування: при kl=1 перший контур ')
fprintf('при kl=2 другий контур\n')
kl=input('Ввести kl=');
if kl==1
    load numW11
    load denomW11
elseif kl==2
    load numW11
    load denomW11
end
x0=[10 10];
tau=2;
g=900;
options=optimset('TolFun',1e-6);
[x,fval]=fmincon(@fun_Opt_PI,x0,[],[],[],[],[0 0],[],[],options,An,Ad,x_y,tau);
if kl==1
    fprintf('ПЕРШИЙ КОНТУР\n')
else
    fprintf('ДРУГИЙ КОНТУР\n')
end
fprintf('ПАРАМЕТРИ НАЛАШТУВАННЯ РЕГУЛЯТОРА\n')
fprintf('C0=%7.4e\n',x(1))
fprintf('C1=%7.4e\n',x(2))

```

Продовження додатку Г

```

% -----
% Побудова перехідного процесу
% -----
tk=10;
N=200;
h=tk/N;
t=0:h:tk;
C0=x(1);
C1=x(2);
b0=Ad(1);
b1=Ad(2);
k=x_y;
a0=An(1);
a1=An(2);
a2=An(3);
a3=1;
B0=b0*C0;
B1=b0*C1+b1*C0;
B2=b1*C1+C0;
B3=C1;
A0=a0;
A1=b0*C0*k+a1;
A2=b1*C0*k+b0*C1*k+a2;
A3=C0*k+b1*C1*k+a3;
A4=C1*k;
B=[B0 B1 B2 B3];
A=[A0 A1 A2 A3 A4];
W=tf(k*B,A);
W1=tf([a0 a1 a2 a3 0],A);
y=g*step(W,t);
e=g*step(W1,t);
e1=e(1)*exp(-t/tau);
E=max(abs(e-e1));
plot(t,y,t,e,'o-',t,e1,'r')
grid on
% =====
% ОБЧИСЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ:
% sigma-перерегулювання
% tc-час регулювання
% =====
gamma=0.01;
n=length(y);
yc1=y(end)+gamma;
yc2=y(end)-gamma;
sigma=(max(y)-y(end))/y(end);
for i=n:-1:1
    if or(y(i)>=yc1,y(i)<=yc2)
        break
    end
end
tc=t(i);

```

Продовження додатку Г

```

fprintf('\n')
fprintf('ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ\n')
fprintf('Перерегулювання\r')
fprintf('sigma=%3.4f%%\n',sigma*100);
fprintf('Час регулювання\n')
fprintf('tc=%3.4f хв\n',tc);
fprintf('Мак. відхилення від екстремалі\n')
fprintf('E=%3.4e \n',E);

```

Підпрограма обчислення узагальненого квадратичного критерію

```

% =====
% Узагальнений квадратичний критерій (ПІ-регулятор)
% =====
function J=fun_Opt_PI(x,An,Ad,x_y,tau)
b0=Ad(1);
b1=Ad(2);
k=x_y;
a0=An(1);
a1=An(2);
a2=An(3);
a3=1;
pi0=a0;
pi1=a1+b0*x(1)*k;
pi2=a2+b1*x(1)*k+b0*x(2)*k;
pi3=x(1)*k+b1*x(2)*k+a3;
pi4=x(2)*k;
mu0=a1-pi1;
mu1=a2-pi2;
mu2=a3-pi3;
mu3=-pi4;
JN0=a0^2*(pi2*pi3*pi4-pi1*pi4^2)+pi0*pi3*pi4*(a1^2-2*a0*a2)+(a2^2-
2*a1*a3)*pi0*pi1*pi4+...
    a3^2*(pi0*pi1*pi2-pi0^2*pi3);
JN1=mu0^2*(pi2*pi3*pi4-pi1*pi4^2)+pi0*pi3*pi4*(mu1^2-2*mu0*mu2)+(mu2^2-
2*mu1*mu3)*pi0*pi1*pi4+...
    mu3^2*(pi0*pi1*pi2-pi0^2*pi3);
JD0=2*pi0*pi4*(pi1*pi2*pi3-pi1^2*pi4-pi0*pi3^2);
J=(JN0+tau^2*JN1)/JD0;

```


ДОДАТОК Д

**Дослідження впливу невизначеності параметрів математичної моделі
муфельної печі на стійкість системи автоматичного керування**

```

% =====
% Критерій Найквіста з врахуванням нечіткості
% =====
% Вхідні дані
% a0,a1,a2,a3-параметри характеристичного
% рівняння
% b0,b1-параметри чисельника ПФ
% xi_a-інтервал невизначеності параметру a
% xi_b-інтервал невизначеності параметру b
% G-гама-зріз
% N-число ординат на графіку
% ws,wk-початкове і кінцеве значення частоти
% -----
a0=2.5;
a1=4;
a2=2.5;
a3=3;
b0=2;
b1=1.4;
xi_a=[0.21 0.4 0.31 0];
xi_b=[0.26 0.19];
G=0.25;
Tt=0.2;
Ag=(1-Tt)*sqrt(log(G)/log(Tt))/2;
N=500;
wk=10;
ws=0.2;
h=(wk-ws)/N;
w=ws:h:wk;
a=[a1 a2 a3 0];
b=[b0 b1];
[Uw,Vw]=fun_tfw(a,b,w);
rc=conv(a,xi_b,'full')+conv(b,xi_a,'full');
qc=conv(a,a,'full');
Rc=conv(b,qc)+Ag*conv(a,rc);
Qc=conv(a,qc);
[Uc,Vc]=fun_tfw(Qc,Rc,w);
plot(Uw,Vw,Uc,Vc,'-r',-1,0,'+r')
grid on
figure
W=tf(Rc,Qc);
margin(W)
grid on
figure
Wd=tf(b,a);
margin(Wd)
grid on

```

ДОДАТОК Е

**Синтез передавальних функцій компенсатора перехресних зв'язків та
розклад характеристичного рівняння на елементарні дроби**

```

% =====
% Передавальні функції компенсатора
% (синтез фільтра)
% =====
N=150;
t0=10;
t=0:t0:(N-1)*t0;
% Передавальна функція W11
loadnumW11
b1=Ad;
k1=x_y;
loaddenomW11
a1=An;
% -----
% Передавальна функція W21
loadnumW21
b2=Ad;
k2=x_y;
loaddenomW21
a2=An;
% -----
% Передавальна функція W22
loadnumW22
b3=Ad;
k3=x_y;
loaddenomW22
a3=An;
% -----
% Передавальна функція W12
loadnumW12
b4=Ad;
k4=x_y;
loaddenomW12
a4=An;
% -----
% Добуток передавальних функцій W11*W22
v1=k1*k3*conv([b1' 1],[b3' 1]);
v2=conv([a1' 1],[a3' 1]);
w1=tf(v1,v2);
% Добуток передавальних функцій W12*W21
v3=k2*k4*conv([b2' 1],[b4' 1]);
v4=conv([a2' 1],[a4' 1]);
w2=tf(v3,v4);
% Обчислення Delta=W11*W22-W12*W21
delta=w1-w2;
% Добуток передавальних функцій W11*W21

```

Продовження додатку Е

```

vn1=k1*k1*conv([b1' 1],[b2' 1]);
vd1=conv([a1' 1],[a2' 1]);
% Добуток передавальних функцій W12*W22
vn2=k3*k4*conv([b3' 1],[b4' 1]);
vd2=conv([a3' 1],[a4' 1]);
% Передавальні функції компенсатора
w11=w1/delta;
w22=w11;
w21=-tf(vn1,vd1)/delta;
w12=-tf(vn2,vd2)/delta;
% -----
% Побудова розгінних характеристик
Y1=step(w11,t);
Y2=step(w12,t);
Yt1=step(w21,t);
Yt2=step(w22,t);
yc1=Y1+Y2;
yc2=Yt1+Yt2;
plot(t,yc1)
grid on
figure
plot(t,yc2)
grid on
% -----
[num1,den1]=tfdata(w11,'v');
wz11=filt(num1,den1);
[numz1,denz1]=tfdata(wz11,'v');
% numz12=sym2poly(numz1);
[r1,p1,k1]=residue(num1,den1);
fprintf('РОЗКЛАД НА ЕЛЕМЕНТАРНІ ДРОБИ ci=ri/(s-pi)\n')
fprintf('\n')
fprintf('Значення чисельників елементарних дробівri\n')
n=length(r1);
n1=length(p1);
ks=1;ki=1;
% -----
% ar-дійсні коефіцієнти розкладу на ел. дроби
% передавальної функції w11 компенсатора
% ai-комплексно-спряжені коефіцієнти розкладу
% на ел. дроби передавальної функції w12 компенсатора
for i=1:n
if imag(r1(i))==0
ar(ks)=r1(i);
fprintf('r(%d)=%6.4e\n',i,r1(i))
ks=ks+1;
elseif imag(r1(i))>0
ai(ki)=r1(i);
fprintf('r(%d)=%6.4e',i,real(r1(i)))
fprintf('+%6.4ej\n',imag(r1(i)))
ki=ki+1;
else

```

Продовження додатку Е

```

ai(ki)=r1(i);
fprintf('r(%d)=%6.4e',i,real(r1(i)))
fprintf('%6.4ej\n',imag(r1(i)))
ki=ki+1;
end
end
% -----
% арг-дійсні полюси передавальної функції
% wij компенсатора
% арс-комплексно-спряжені полюси передавальної
% функції wij компенсатора
fprintf('\n')
fprintf ('Значення знаменників елементарних дробів\n')
kpr=1;kpi=1;
for i=1:n1
if imag(p1(i))==0
apr(kpr)=p1(i);
fprintf('p(%d)=%6.4e\n',i,p1(i))
kpr=kpr+1;
elseif imag(p1(i))>0
арс(kpi)=p1(i);
fprintf('p(%d)=%6.4e',i,real(p1(i)))
fprintf('+%6.4ej\n',imag(p1(i)))
kpi=kpi+1;
else
арс(kpi)=p1(i);
fprintf('p(%d)=%6.4e',i,real(p1(i)))
fprintf('%6.4ej\n',imag(p1(i)))
kpi=kpi+1;
end
end
fprintf('\n')
fprintf ('Значення k\n')
fprintf('k=%6.4e\n',k1)
% ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФІЛЬТРА
nc=length(apr);
teta=exp(-abs(apr)*t0);
symsz
Pr=1;
fprintf('\n')
fprintf('Коефіцієнти фільтра Y2\n')
% Y2-ліва частина різницевого рівняння
for i=1:nc
Pr=Pr*(1-teta(i)*z);
end
Y2=fun_AutoSysnem(Pr);
Y2=Y2(end:-1:1);
fprintf('\n')
Pz=1;Sz=0;
for i=1:nc
forkz=1:nc

```

Продовження додатку Е

```

ifkz~=i
Pz=Pz*(teta(kz)-z);
end
end
    b2=(ar(i)/abs(apr(i)))*(1-teta(i))*z;
Sz=Sz+Pz*b2;
Pz=1;
end
fprintf('\n')
fprintf('Коефіцієнти фільтра Y3\n')
% Y3-права частина різницевого рівняння
Y3=fun_AutoSysnem(Sz);
Y3=Y3(end:-1:1);
fprintf('\n')
nf=length(apc);
for i=1:nf
ifmod(i,2)==0
Al(i/2)=ai(i);
As(i/2)=apc(i);
end
end
eta=real(Al);
mu=abs(imag(Al));
alpha=abs(real(As));
beta=abs(imag(As));
    teta1=exp(-alpha*t0);
    phi1=teta1.*cos(beta*t0);
    phi2=teta1.*sin(beta*t0);
    a1=alpha.*phi1+beta.*phi2;
    a2=alpha.*phi2-beta.*phi1;
mt=mu./eta;
Pi=alpha-mt.*beta;
ab=alpha.^2+beta.^2;
Keta=eta./ab;
    b1=a2.*mt+a1+(1-2*phi1).*Pi;
    b2=teta1.^2.*Pi-a2.*mt-a1;
nx=length(eta);
Yt=1;
for i=1:nx
Yt=Yt*(1-2*phi1(i)*z+teta1(i)^2*z^2);
end
% Y4-ліва частина різницевого рівняння
fprintf('Коефіцієнти фільтра Y4\n')
    Y4=fun_AutoSysnem(Yt);
    Y4=Y4(end:-1:1);
fprintf('\n')
Px=1;Sx=0;
for i=1:nx
forkz=1:nx
ifkz~=i
Px=Px*((1-2*phi1(kz)*z+teta1(kz)^2*z^2));

```

Кінець додатку Е

```

end
end
Sx=Sx+2*Px*Keta(i)*(b1(i)*z+b2(i)*z^2);
Px=1;
end
fprintf('\n')
fprintf('Коефіцієнти фільтра Y5\n')
% Y5-права частина різницевого рівняння
Y5=fun_AutoSysnem(Sx);
Y5=Y5(end:-1:1);
fprintf('\n')
Yw=step(w11,t);
plot(t,Yw)
grid on
figure
    y2=fun_AutonomPr(Y2,Y3,N);
    y3=fun_AutonomPr(Y4,Y5,N);
    y=k1+y2+y3;
plot(t,y)
grid on
figure
plot(t,Yw,t,y,'r')
grid on

function P1=fun_AutoSysnem(Pr)
v=digits(9);
Re=vpa(Pr,v);
qp=collect(Re);
P1=sym2poly(qp);
nc=length(P1);
for i=nc:-1:1
if i==nc
fprintf('%7.4e',P1(i))
elseif P1(i)>0
fprintf('+%7.4e*z^-%d',P1(i),nc-i)
else
fprintf('%7.4e*z^-%d',P1(i),nc-i)
end
end
end

```

ДОДАТОК Ж

**Програма побудови перехідних характеристик компенсатора
перехресних зв'язків**

```

% =====
% Передавальні функції компенсатора
% та побудова перехідних характеристик
% =====
% Вхідні дані
% Файли numWij і denomWij, i=j=1,2
% вміщують параметри поліномів
% чисельників і знаменників об'єкта (МП)
% N-кількість відліків часу на графіку
% tk-кінцевий час
N=2000;
tk=1000;
h=tk/N;
t1=0:h:tk;
nc=length(N);
% Передавальна функція W11
loadnumW11
b1=Ad;
k1=x_y;
loaddenomW11
a1=An;
% -----
% Передавальна функція W21
loadnumW21
b2=Ad;
k2=x_y;
loaddenomW21
a2=An;
% -----
% Передавальна функція W22
loadnumW22
b3=Ad;
k3=x_y;
loaddenomW22
a3=An;
% -----
% Передавальна функція W22
loadnumW12
b4=Ad;
k4=x_y;
loaddenomW12
a4=An;
% -----
% Добуток передавальних функцій W11*W22
v1=k1*k3*conv([b1' 1],[b3' 1]);

```

Кінець додатку Ж

```

v2=conv([a1' 1],[a3' 1]);
w1=tf(v1,v2);
% Добуток передавальних функцій W12*W21
v3=k2*k4*conv([b2' 1],[b4' 1]);
v4=conv([a2' 1],[a4' 1]);
w2=tf(v3,v4);
% Обчислення Delta=W11*W22-W12*W21
delta=w1-w2;
% Добуток передавальних функцій W11*W21
vn1=k1*k1*conv([b1' 1],[b2' 1]);
vd1=conv([a1' 1],[a2' 1]);
% Добуток передавальних функцій W12*W22
vn2=k3*k4*conv([b3' 1],[b4' 1]);
vd2=conv([a3' 1],[a4' 1]);
% Передавальні функції компенсатора
w11=w1/delta;
w22=w11;
w21=-tf(vn1,vd1)/delta;
w12=-tf(vn2,vd2)/delta;
% -----
% Побудова розгінних характеристик
t1=0:h:tk;
Y1=step(w11,t1);
Y2=step(w12,t1);
Yt1=step(w21,t1);
Yt2=step(w22,t1);
yc1=Y1+Y2;
yc2=Yt1+Yt2;
% -----
plot(t1,yc1)
gridon
Yc2=Yz3+Yz4;
figure
plot(t1,yc2)
gridon

```


ДОДАТОК 3

**Дискретизація математичних моделей муфельної печі, поданих
у просторі станів**

```

% =====
% Дискретизація моделі
% (у просторі станів)
% =====
% Вхідні дані
% Файли numWij і denomWij, i=j=1,2
% вміщують параметри поліномів
% чисельників і знаменників об'єкта (МП)
% N-кількість точок
%tk -кінцевий час
% N-кількість точок
%tk -кінцевий час
N=2000;
tk=1000;
h=tk/N;
t1=0:h:tk;
% Передавальна функція W11
load numW11
b1=Ad;
kk1=x_y;
load denomW11
a1=An;
% -----
% Передавальна функція W21
load numW21
b2=Ad;
kk2=x_y;
load denomW21
a2=An;
% -----
% Передавальна функція W22
load numW22
b3=Ad;
kk3=x_y;
load denomW22
a3=An;
% -----
% Передавальна функція W22
load numW12
b4=Ad;
kk4=x_y;
load denomW12
a4=An;
% -----
% Добуток передавальних функцій W11*W22
v1=kk1*kk3*conv([b1' 1],[b3' 1]);

```

Продовження додатку 3

```

v2=conv([a1' 1],[a3' 1]);
w1=tf(v1,v2);
% Добуток передавальних функцій W12*W21
v3=kk2*kk4*conv([b2' 1],[b4' 1]);
v4=conv([a2' 1],[a4' 1]);
w2=tf(v3,v4);
% Визначник Delta=W11*W22-W12*W21
delta=w1-w2;
% Добуток передавальних функцій W11*W21
vn1=kk1*kk2*conv([b1' 1],[b2' 1]);
vd1=conv([a1' 1],[a2' 1]);
% Добуток передавальних функцій W12*W22
vn2=kk3*kk4*conv([b3' 1],[b4' 1]);
vd2=conv([a3' 1],[a4' 1]);
% Передавальні функції
w11=w1/delta;
w22=w11;
w21=-tf(vn1,vd1)/delta;
w12=-tf(vn2,vd2)/delta;
% -----
% Перехідні функції
Y1=step(w11,t1);
Y2=step(w12,t1);
Yt1=step(w21,t1);
Yt2=step(w22,t1);
yc1=Y1+Y2;
yc2=Yt1+Yt2;
% -----
[num1,den1]=tfdata(w11,'v');
[num2,den2]=tfdata(w12,'v');
[num3,den3]=tfdata(w21,'v');
[num4,den4]=tfdata(w22,'v');
%Визначення полюсів передавальних
% функцій: при kl=1 полюси обчислюються;
% при kl=0 полюси не обчислюються
kl=input('Введіть kl=');
if kl==1
p11=roots(den1);
p12=roots(den2);
p21=roots(den3);
p22=roots(den4);
end
[Yz1,Beta1]=fun_AutoSysnemDisc(num1,den1,h,N);
[Yz2,Beta2]=fun_AutoSysnemDisc(num2,den2,h,N);
[Yz3,Beta3]=fun_AutoSysnemDisc(num3,den3,h,N);
[Yz4,beta4]=fun_AutoSysnemDisc(num4,den4,h,N);
Yc1=Yz1+Yz2;
Yc2=Yz3+Yz4;
plot(t1,yc1,'red+',t1,Yc1)
grid on
Er1=max(abs(yc1-Yc1));

```

Продовження додатку 3

```
fprintf('Найбільше значення похибки yc1\n')
fprintf('Er1=%7.4e\n',Er1)
figure
plot(t1,yc2,'+red',t1,Yc2)
grid on
Er2=max(abs(yc2-Yc2'));
fprintf('Найбільше значення похибки yc2\n')
fprintf('Er2=%7.4e\n',Er2)
```

Підпрограма

```
function [Y,Beta]=fun_AutoSystemDisc(bz,az,t0,Nr)
% =====
% ДИСКРЕТИЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
% =====
% Вхідні дані
% az-параметри полінома знаменника ПФ
% bz-параметри полінома чисельника ПФ
% t0-крок дискретності
% Nr-кількість ординат перехідної харектеристики
% -----
n=length(az);
n1=length(bz);
a(n:-1:1)=az(1:n);
b(n1:-1:1)=bz(1:n1);
r=n-n1;
if r>=1
    b(n:-1:n1+1)=0;
end
N=n-1;
for k=1:N+1
if k>1
    s=0;
for j=1:k-1
    s=s+a(N-k+j+1)*Beta(j);
    Beta(k)=(b(N-k+2)-s)/a(N+1);
end
else
    Beta(1)=b(N+1)/a(N+1);
end
end
    A1=eye(N-1,N-1);
    A2=zeros(N-1,1);
    Ae=[A2 A1];
    A3(1:N)=-a(1:N)/a(N+1);
    Ax=[Ae;A3];
    x=zeros(N,1);
    Beta0=Beta(1);
    Beta(1)=[];
for k=1:Nr+1
    y(:,k)=x;
    x=x+t0*(Ax*x+Beta');
end
Y=y(1,:)+Beta0;
```

ДОДАТОК К

Вплив кроку дискретності на точність процесу дискретизації

```

% =====
% Передавальні функції компенсатора
% (вплив кроку дискретності на
% на точність дискретизації)
% =====
% Вхідні дані
% Файли numWij і denomWij, i=j=1,2
% вміщують параметри поліномів
% чисельників і знаменників об'єкта (МП)
% N-кількість точок
%tk -кінцевий час
N=100:100:2000;
tk=1000;
h=tk./N;
nc=length(N);
% Передавальна функція W11
load numW11
b1=Ad;
k1=x_y;
load denomW11
a1=An;
% -----
% Передавальна функція W21
load numW21
b2=Ad;
k2=x_y;
load denomW21
a2=An;
% -----
% Передавальна функція W22
load numW22
b3=Ad;
k3=x_y;
load denomW22
a3=An;
% -----
% Передавальна функція W22
load numW12
b4=Ad;
k4=x_y;
load denomW12
a4=An;
% -----
% Добуток передавальних фукуцій W11*W22
v1=k1*k3*conv([b1' 1],[b3' 1]);
v2=conv([a1' 1],[a3' 1]);
w1=tf(v1,v2);
% Добуток передавальних фукуцій W12*W21
v3=k2*k4*conv([b2' 1],[b4' 1]);
v4=conv([a2' 1],[a4' 1]);
w2=tf(v3,v4);

```

Продовження додатку К

```

% Обчислення Delta=W11*W22-W12*W21
delta=w1-w2;
% Добуток передавальних функцій W11*W21
vn1=k1*k1*conv([b1' 1],[b2' 1]);
vd1=conv([a1' 1],[a2' 1]);
% Добуток передавальних функцій W12*W22
vn2=k3*k4*conv([b3' 1],[b4' 1]);
vd2=conv([a3' 1],[a4' 1]);
% Передавальні функції компенсатора
w11=w1/delta;
w22=w11;
w21=-tf(vn1,vd1)/delta;
w12=-tf(vn2,vd2)/delta;
% -----
% Побудова розгінних характеристик
for i=1:nc
    t1=0:h(i):tk;
    Y1=step(w11,t1);
    Y2=step(w12,t1);
    Yt1=step(w21,t1);
    Yt2=step(w22,t1);
    yc1=Y1+Y2;
    yc2=Yt1+Yt2;
% -----
[num1,den1]=tfdata(w11,'v');
[num2,den2]=tfdata(w12,'v');
[num3,den3]=tfdata(w21,'v');
[num4,den4]=tfdata(w22,'v');
Yz1=fun_AutoSystemDisc(num1,den1,h(i),N(i));
Yz2=fun_AutoSystemDisc(num2,den2,h(i),N(i));
Yz3=fun_AutoSystemDisc(num3,den3,h(i),N(i));
Yz4=fun_AutoSystemDisc(num4,den4,h(i),N(i));
Yc1=Yz1+Yz2;
Yc2=Yz3+Yz4;
Er1(i)=max(abs(yc1-Yc1));
Er2(i)=max(abs(yc2-Yc2));
[numz1,denz1]=tfdata(w11,'v');
end
% Метод найменших квадратів
hh=h(end:-1:end-5);
ER1=Er1(end:-1:end-5);
ER2=Er2(end:-1:end-5);
[aa1,aa2,F]=fun_MNK(ER1,ER2,hh);
es1=F*aa1;
es2=F*aa2;
plot(hh,ER1,hh,ER2,hh,es1,'red o',hh, es2,'o')
grid on
% -----
[a1,a2,F]=fun_MNK(Er1,Er2,h);
er1=F*a1;
er2=F*a2;
figure

```

Кінець додатку К

```
plot(h,Er1,h,Er2,h,er1,'red o',h, er2,'o')
grid on
```

Підпрограма

```
function [Y,Beta]=fun_AutoSystemDisc(bz,az,t0,Nr)
% =====
% ДИСКРЕТИЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
% =====
% Вхідні дані
% az-параметри полінома знаменника ПФ
% bz-параметри полінома чисельника ПФ
% t0-крок дискретності
% Nr-кількість ординат перехідної харектеристики
% -----
n=length(az);
n1=length(bz);
a(n:-1:1)=az(1:n);
b(n1:-1:1)=bz(1:n1);
r=n-n1;
if r>=1
    b(n:-1:n1+1)=0;
end
N=n-1;
for k=1:N+1
    if k>1
        s=0;
        for j=1:k-1
            s=s+a(N-k+j+1)*Beta(j);
            Beta(k)=(b(N-k+2)-s)/a(N+1);
        end
    else
        Beta(1)=b(N+1)/a(N+1);
    end
end
A1=eye(N-1,N-1);
A2=zeros(N-1,1);
Ae=[A2 A1];
A3(1:N)=-a(1:N)/a(N+1);
Ax=[Ae;A3];
x=zeros(N,1);
Beta0=Beta(1);
Beta(1)=[];
for k=1:Nr+1
    y(:,k)=x;
    x=x+t0*(Ax*x+Beta');
end
% end
% -----
Y=y(1,:)+Beta0;
```

ДОДАТОК Л

**Редукція математичних моделей компенсатора перехресних зв'язків
методом Генкеля**

```

% =====
% Редукція (спрощення) математичних моделей
% компенсатора (метод Генкеля)
% =====
loadnumW11
b1=Ad;
k1=x_y;
loaddenomW11
a1=An;
W11=tf(k1*[b1' 1],[a1' 1]);
% -----
% W21
loadnumW21
b2=Ad;
k2=x_y;
loaddenomW21
a2=An;
% -----
tk=1500;
N=10000;
h=tk/N;
t=0:h:tk;
W21=tf(k2*[b2' 1],[a2' 1]);
% -----
loadnumW22
b3=Ad;
k3=x_y;
loaddenomW22
a3=An;
W22=tf(k3*[b3' 1],[a3' 1]);
% -----
% W22
loadnumW12
b4=Ad;
k4=x_y;
loaddenomW12
a4=An;
W12=tf(k4*[b4' 1],[a4' 1]);
% Синтез коректора -----
dt=W11*W22-W12*W21;
WK11=(W11*W22)/dt;
WK12=(-W12*W22)/dt;
WK21=(-W11*W21)/dt;
WK22=WK11;
Y1=step(WK11,t);
Y2=step(WK12,t);

```

Продовження додатку Л

```

Y3=step(WK21,t);
% Y4=step(WK22,t);
% Редукування коректора -----
wk11 = ss(WK11); % Перехід в простір станів
h_add = hankelsv(wk11);
bar(h_add);
title('HankelSingularValuesoftheModel (Wk11)');
xlabel('NumberofStates')
ylabel('SingularValues (\sigma_i)')
line([10.5 10.5],[0 1.5e-3],'Color','r','linestyle','--','linewidth',1)
[wk11r_add3,info_add2] = reduce(wk11,3); %
%+++++
WK11r3 = tf(wk11r_add3); %зворотній перехід
y1=step(WK11r3,t);
%+++++
wk21 = ss(WK21); % Перехід в простір станів
h_add = hankelsv(wk21);
figure
bar(h_add);
title('HankelSingularValuesoftheModel (Wk11)');
xlabel('NumberofStates')
ylabel('SingularValues (\sigma_i)')
line([10.5 10.5],[0 1.5e-3],'Color','r','linestyle','--','linewidth',1)
[wk21r_add3,info_add2] = reduce(wk21,3); %
%+++++
WK21r3 = tf(wk21r_add3); %зворотній перехід
y3=step(WK21r3,t);
%+++++
wk12 = ss(WK12); % Перехід в простір станів
h_add = hankelsv(wk12);
figure
bar(h_add)
title('HankelSingularValuesoftheModel (Wk11)');
xlabel('NumberofStates')
ylabel('SingularValues (\sigma_i)')
line([10.5 10.5],[0 1.5e-3],'Color','r','linestyle','--','linewidth',1)
[wk12r_add3,info_add2] = reduce(wk12,3);
%+++++
WK12r3 = tf(wk12r_add3); %зворотній перехід
y2=step(WK12r3,t);
%+++++
% Похибки апроксимації
dy1=(Y1-y1)./Y1;
Dy1=abs(max(dy1))*100;
fprintf('Максимальна похибка апроксимації, відстки D1=%7.4e\n',Dy1)
dy2=(Y2-y2)./Y2;
Dy1=abs(max(dy2))*100;
fprintf('Максимальна похибка апроксимації, відстки D2=%7.4e\n',Dy1)
dy3=(Y3-y3)./Y3;
Dy1=abs(max(dy3))*100;
fprintf('Максимальна похибка апроксимації, відстки D3=%7.4e\n',Dy1)

```


Кінець додатку Л

```

wmin=1e-4;
wmax=1e-1;
w=[wmin,wmax];
fprintf('\n')
[Ea1,Ep1]=fun_ErrorEap(WK11,WK11r3,w);
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за амплітудою Ea1=%7.4e\n',Ea1)
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за фазою Ep1=%7.4e\n',Ep1)
[Ea2,Ep2]=fun_ErrorEap(WK12,WK12r3,w);
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за амплітудою Ea2=%7.4e\n',Ea2)
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за фазою Ep2=%7.4e\n',Ep2)
[Ea3,Ep3]=fun_ErrorEap(WK21,WK21r3,w);
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за амплітудою Ea3=%7.4e\n',Ea3)
fprintf('Максимальна похибка апроксимації за фазою Ep3=%7.4e\n',Ep3)
% Візуалізація результатів обчислень
figure
plot(t,Y1,t,y1,'+red')
figure
plot(t,Y2,t,y2,'+red')
figure
plot(t,Y3,t,y3,'+red')
% =====
figure
bode(WK11,WK11r3)
figure
bode(WK12,WK12r3)
figure
bode(WK21,WK21r3)

```

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Horbiychuk M., Lazoriv N., Kohutyk M., Manuliak I. Experimental research of muffle furnaces dynamic properties. «*Naukovyi visnyk*» *Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. Dnipro №3 (195). 2023. С. 144–150.
<http://nvngu.in.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/za-vipuskami/1896-2023/zmist-3-2023>.
2. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т. Дискредитація математичних моделей лінійних об'єктів керування. *Journal Věda a perspektivy*. Чехія № 1(8) (2022). Рр 241–254. doi: [https://doi.org/10.52058/2695-1584-2022-1\(8\)-241-254](https://doi.org/10.52058/2695-1584-2022-1(8)-241-254).
3. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І. Синтез автономної системи автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. *Journal Věda a perspektivy*. Чехія № 2(21) (2023). Рр 387–407.
doi: [https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-2\(21\)](https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-2(21)).
4. Gorbiychuk M., Lazoriv N., Chyhur L., Chyhur I. Determining configuration parameters for proportion-ally integrated differentiating controllers by arranging the poles of the transfer function on the complex plane. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, Vol. 5 No. 2(113) (2021): Information technology. Industry control systems. P.80–93. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.242869>.
5. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І., Лазорів А.М. Дослідження динамічних властивостей компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. *Методи та прилади контролю якості*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2022. №2(49). С. 74–88
<https://mpky.nung.edu.ua/index.php/mpky/issue/view/34/2>.
6. Horbiychuk Mykhailo, Lazoriv Nataliia, Feshanych Lidiia. Determining the effect of fuzziness in the parameters of a linear dynamic system on its stability. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, Vol. 2 No. 4 (110) (2021): Mathematic and cybernetics –applied aspects. P. 15 – 21
doi:<https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.229791>.
7. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Когутяк М.І., Лазорів А.М. Синтез оптимального за параметрами компенсатора перехресних зв'язків автономної

системи керування. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Том 34 (73) № 3 2023. Частина 1. С.106 – 114. doi: <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.3.1/17>

8. Gorbiychuk M.I., Povarchuk D.D., Humeniuk T.V., Lazoriv N.T. Development of the imitation model of the two-stage separation process of oil. *Earsten-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, 2018. № ½ (92). P. 20 – 27. http://www.irbis-nbuv.gov.ua › irbis_nbuv › cgiirbis_64

9. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Фешанич Л.І. Дослідження стійкості динамічної системи при врахуванні нечіткості параметрів передавальної функції. "Globalization of scientific knowledge: international cooperation and integration of sciences», тези доп. міжн. наук.-практ. конф. Вінниця, 7 травня 2021 року с.229-231. doi:<https://doi.org/10.36074/grail-of-science.07.05.2021.045>

10. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Study of stability of linear systems under uncertainty. «Актуальні проблеми автоматизації та управління»: тези доп. міжн. наук.-практ. конф молодих учених і студентів, Луцьк, 30 листопада 2021р.с.6-8.

11. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Автономна система автоматичного керування температурним режимом муфельної печі. «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості»: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф молодих учених і студентів Івано-Франківськ, 13 жовтня 2022р.

12. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т. Емпіричні моделі муфельних печей. «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості»: тези доп. всеукр. наук.-практ. конф молодих учених і студентів Івано-Франківськ, 13 жовтня 2022р.

13. Горбійчук М.І., Лазорів Н.Т., Лазорів А.М. Зменшення порядку моделей компенсатора перехресних зв'язків автономної системи керування. «Інформаційні технології і автоматизація-2022»: тези доп. міжн. наук.-практ. конф, Одеса, 20-21 жовтня 2022р. с.68-71 <https://ontu.edu.ua/download/konfi/2022/Collection-of-abstracts-of-the-conference-ITIA-2022.pdf>

ДОДАТОК Н

**Акт про використання у навчальному процесі кафедри
"Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології" ІФНТУНГ
результатів дисертаційної роботи**

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Ректор Івано-Франківського
національного технічного
університету нафти і газу



Ігор ЧУДИК

2024р.

АКТ

про впровадження у навчальний процес результатів дисертаційної роботи
аспірантки Лазорів Н. Т.

*"Експериментальні дослідження та синтез системи автоматичного
керування тепловим процесом у муфельній печі"*

Ми, що нижче підписалися, директор інституту інформаційних технологій ІФНТУНГ, к.т.н., доцент Піх В. Я., в.о. завідувача кафедри автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, к.т.н., доцент Лагойда А. І. та аспірантка кафедри АКІТ Лазорів Н. Т., склали цей акт у тому, що матеріали дисертації *"Експериментальні дослідження та синтез системи автоматичного керування тепловим процесом у муфельній печі"* аспірантки Лазорів Н. Т., проваджені у навчальних процес при вивченні дисциплін «Теорія автоматичного керування» та «Автоматизація технологічних процесів та виробництв» для студентів спеціальності 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка.

Директор інституту ІТ
к.т.н., доцент

В.о. Завідувач кафедри АКІТ,
к.т.н., доцент

Аспірантка

Володимир ПІХ

Андрій ЛАГОЙДА

Наталія ЛАЗОРІВ